ΣΧΟΛΗ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ»

ΔΙΑΤΡΙΒΗ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΜΑΣΤΕΡ

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΙ ΚΑΙ ΝΕΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΡΡΥΘΜΙΣΗΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

ΟΝΟΜΑ ΦΟΙΤΗΤΡΙΑΣ
ΑΝΝΑ ΚΛΩΘΟΥ

ΟΝΟΜΑ ΚΑΘΗΓΗΤΗ
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ ΖΜΑΣ

ΛΕΥΚΩΣΙΑ, ΜΑΙΟΣ, 2014

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα πεδία αναπλαισίωσης και ειδικότερα οι λόγοι που παράγονται σε αυτά επιτρέπουν την κατανόηση της νοηματοδότησης που αποδίδεται σε ένα Πρόγραμμα Σπουδών (ΠΣ) από τους εκπαιδευτικούς. Σε αυτή την κατεύθυνση είναι σημαντικό να μελετηθούν οι τρόποι με τους οποίους μετασχηματίζονται οι βασικές αρχές ενός νέου ΠΣ στα Μαθηματικά, εξαιτίας των διαφορετικών λόγων από τους οποίους αντλούν οι εκπαιδευτικοί. Οι λόγοι αυτοί αναδεικνύουν το νόημα που αποδίδεται στο περιεχόμενο του νέου ΠΣ, καθώς και τον τρόπο που αυτό αναπλαισιώνεται, κατά συνέπεια, και τις συνθήκες υλοποίησής του στην τάξη.

Το πλαίσιο υλοποίησης της παρούσας έρευνας συνιστά μια πρόσφατη μεταρρυθμιστική προσπάθεια στην ελληνική υποχρεωτική μαθηματική εκπαίδευση, ενταγμένη σε μια γενικότερη εκπαιδευτική μεταρρύθμιση, η οποία αφορούσε την ανάπτυξη νέων ΠΣ. Αξιοποιώντας το θεωρητικό πλαίσιο του Bernstein (2000), η εργασία εστιάζεται στον αντίκτυπο αυτής της μεταρρύθμισης στις διαδικασίες αναπλαισίωσης των εκπαιδευτικών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης που συμμετείχαν στην πιλοτική εφαρμογή του νέου ΠΣ των μαθηματικών για ένα σχολικό έτος. Ειδικότερα, το ερευνητικό πρόβλημα της παρούσας μελέτης αφορά τη διερεύνηση του παιδαγωγικού λόγου που αναπτύσσουν οι εκπαιδευτικοί για τις τέσσερις βασικές διεργασίες του νέου Προγράμματος Σπουδών των μαθηματικών, με στόχο την αναγνώριση των πεδίων αναπλαισίωσης στα οποία τοποθετούνται προκειμένου να υλοποιήσουν τις διεργασίες αυτές στην τάξη. Το δείγμα αποτέλεσαν 6 εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, οι οποίοι ανήκαν σε σχολείο πιλοτικής εφαρμογής στη Θράκη. Τα ερευνητικά εργαλεία που αξιοποιήθηκαν για τη συλλογή των δεδομένων ήταν η παρατήρηση και η συνέντευξη. Η ανάλυση των δεδομένων έδειξε ότι η νοηματοδότηση και η υλοποίηση των μαθηματικών διεργασιών είναι αποτέλεσμα παράλληλων αναπλαισιώσεων σε διαφορετικά επίπεδα.

ABSTRACT

The recontextualised fields and, more specifically, the discourses produced in them facilitate the realization of the ways in which teachers decipher and interpret a curriculum of studies. Such orientation renders it important to study the ways in which the main principles of a new curriculum of studies in Mathematics are modified due to various reasons that teachers can raise. These reasons point out/ emphasize the meaning that is given to the content of a new curriculum of studies as well as the way in which it is recontextualised. Consequently, the conditions under which the new curriculum is realized in class are also pointed out.

The present research has been realized based on a recent reformatory attempt in the Greek compulsory Mathematical education. This reformatory attempt is part of a more general reformational movement in education regarding the development of new curricula of studies. Using the theoretical context of Bernstein (2000), the present study focuses on the impact this reformation had on the procedures of recontextualisation of the teachers of primary education who participated in the pilot application of the new curriculum of studies in Mathematics for one school year. In specific, the present study attempts to explore (explores) the pedagogical discourse the teachers develop for the four main processes of the new curriculum of studies in Mathematics so as to identify the fields of recontextualisation they are positioned on in order to realize these processes in class. The research sample are six teachers of primary education who worked at one of the schools of the pilot application phase in Thrace. The research tools used for the collection of data were the non-participant observation and the semi-structured interview. The data analysis showed that the meaning rendered to and the way the mathematical processes are realized in class are the result of parallel recontextualisations at different levels.

Εισαγωγή

Στο πλαίσιο της μαθηματικής εκπαίδευσης έχουν πραγματοποιηθεί μελέτες, οι οποίες εστιάζονται στις εκπαιδευτικές μεταρρυθμίσεις που προτείνονται μέσω των Προγραμμάτων Σπουδών και αναδεικνύουν εμπόδια στην εφαρμογή τους σύμφωνα με τις υποδείξεις των σχεδιαστών της μεταρρύθμισης (π.χ. Cuban 1993). Όταν οι μεταρρυθμίσεις λαμβάνουν χώρα στο πλαίσιο του σχολείου, οι πρακτικές μάθησης και διδασκαλίας που προωθούνται, τείνουν να μετατραπούν ή να «διαστρεβλωθούν» με αποτέλεσμα οι ήδη υπάρχουσες διδακτικές πρακτικές να μετατοπίζονται ελάχιστα προς την επιθυμητή κατεύθυνση (π.χ. Jacobs et al 2006). Ερευνητικές προσπάθειες που έχουν πραγματοποιηθεί με στόχο να κατανοηθούν οι διαδικασίες υλοποίησης των εκπαιδευτικών μεταρρυθμίσεων έχουν αναδείξει: (α) την πολύπλοκη φύση της αλλαγής στις διδακτικές πρακτικές, και (β) τους αντιπροσώπους/ φορείς (agents) που λειτουργούν τόσο σε θεσμικό επίπεδο (Πολιτεία) όσο και σε ατομικό επίπεδο (εκπαιδευτικοί), οι οποίοι (αντιπρόσωποι) συνιστούν εμπόδια στην «κανονική» εφαρμογή των καινοτομιών που προωθούνται μέσω των Προγραμμάτων Σπουδών (π.χ. Fullan 2001).

Σε ατομικό επίπεδο, οι κατανοήσεις των εκπαιδευτικών για τις μεταρρυθμίσεις στη μαθηματική εκπαίδευση καθορίζονται σημαντικά από τις πεποιθήσεις τους για τα Μαθηματικά, τη μάθηση και τη διδασκαλία τους και θεωρούνται σημαντικοί παράγοντες που ασκούν ισχυρή επιρροή στους τρόπους με τους οποίους (οι εκπαιδευτικοί) εφαρμόζουν, ερμηνεύουν ή και αντιστέκονται στις προτεινόμενες αλλαγές (π.χ. Handal & Herrington 2003). Ωστόσο, οι σχέσεις μεταξύ των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών και των διδακτικών πρακτικών που υιοθετούν στην τάξη τους είναι εξαιρετικά δύσκολο να προσδιοριστούν. Οι πεποιθήσεις ως συνιστώσες νοηματοδότησης των κατανοήσεων των εκπαιδευτικών ενέχουν σημαντικές δυσκολίες προσέγγισης. Η σχετική έρευνα έχει "επηρεαστεί" από τις δυσκολίες αυτές τόσο ως προς την επίτευξη ενός κοινού ορισμού για τις πεποιθήσεις όσο και ως προς τη συμφωνία για την αξιοποίηση αποτελεσματικών και έγκυρων μεθοδολογιών για τη μελέτη τους. Παρόλα αυτά, η συγκεκριμένη περιοχή έρευνας φαίνεται να βασίζεται μέχρι τώρα σε μια θεμελιώδη συμφωνία, με βάση την οποία οι πεποιθήσεις υπάρχουν, είναι ψυχολογικά φαινόμενα και, ενώ μπορεί να επηρεαστούν από το πλαίσιο και τους κοινωνικούς παράγοντες που το διαμορφώνουν, πραγματοποιούνται ατομικά.

Είναι δυνατόν, ωστόσο, να υιοθετηθούν εναλλακτικές αναγνώσεις των πεποιθήσεων πέρα από τις υποθέσεις που έχουν ήδη αναφερθεί. Η Sfard (2008) απορρίπτει την έννοια των πεποιθήσεων ως αντικείμενο έρευνας, υποστηρίζοντας ότι η χρήση ενός όρου, όπως είναι η «πεποίθηση», «δημιουργεί» ταυτόχρονα το υποκείμενο που «μιλά» και, με την έννοια αυτή, διαμορφώνει ένα μάλλον «ασταθές» ερευνητικό περιβάλλον. Ενώ οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών μπορούν να θεωρηθούν σημαντικός παράγοντας για την επιτυχία ή την αποτυχία της εφαρμογής ενός Προγράμματος Σπουδών στα Μαθηματικά, υπάρχουν δυσκολίες στη χρήση του όρου «πεποιθήσεις» ως παραμέτρου που ερμηνεύει το αποτέλεσμα της εφαρμογής. Στις σχετικές μελέτες αναδεικνύονται επανειλημμένα αντιφάσεις τόσο μεταξύ των πεποιθήσεων που εκφράζονται σε διαφορετικά περιβάλλοντα όσο και ανάμεσα σε αυτό που οι εκπαιδευτικοί δηλώνουν ως πεποίθηση και στις «θεωρίες» για τα Μαθηματικά, τη μάθηση και τη διδασκαλία που φαίνεται να θεσπίζονται (enact) στις πρακτικές τους. Οι ερευνητές έχουν προσπαθήσει να αντιμετωπίσουν αυτές τις δυσκολίες τόσο σε θεωρητικό επίπεδο όσο και μέσω της άσκησης κριτικής στη μεθοδολογία που ακολουθείται. Ορισμένοι ερευνητές, μετά από την Hoyles (1992), θεωρούν δεδομένο ότι οι πεποιθήσεις που εγκαθίστανται (situated), ποικίλουν μεταξύ διαφορετικών πλαισίων. Κατά συνέπεια, αναμένεται ότι οι απαντήσεις των εκπαιδευτικών σε πλαίσια διερεύνησης των πεποιθήσεών τους, για παράδειγμα μέσω ερωτηματολογίων και συνεντεύξεων, θα δώσουν διαφορετικά αποτελέσματα σε σχέση με αυτά που προκύπτουν από την παρατήρηση των πρακτικών τους. Αν και αυτή η παρατήρηση μπορεί να ερμηνεύσει σε έναν βαθμό την ασυνέπεια που παρατηρείται μεταξύ των διαφορετικών πλαισίων, δεν βοηθά στην κατανόηση των αντιστάσεων που αναπτύσσουν οι εκπαιδευτικοί στις μεταρρυθμίσεις. Σύμφωνα με τον Lerman (2002), η σχετική έρευνα θα πρέπει να «λάβει αποστάσεις» από ανάλογες «εξατομικευμένες» απόψεις για τις σχέσεις μεταξύ πεποιθήσεων και πρακτικών, ώστε οι πρακτικές διδασκαλίας και, κατά συνέπεια, οι “αντικρουόμενοι” τρόποι με τους οποίους οι μεταρρυθμίσεις που προωθούνται από τα Προγράμματα Σπουδών αποτυπώνονται στις πρακτικές των εκπαιδευτικών να κατανοηθούν και να ερμηνευτούν ως κοινωνικά φαινόμενα (π.χ. Morgan, Tsatsaroni & Lerman 2002).

Στην προοπτική της επίτευξης μιας κοινωνιολογικής θεώρησης επιχειρείται να προταθεί ένας εναλλακτικός τρόπος διαμόρφωσης και ερμηνείας των προφανών αντιφάσεων που παρατηρούνται μεταξύ των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών και της διδασκαλίας που πραγματοποιούν στην τάξη τους. Η συγκεκριμένη εννοιολόγηση αναμένεται να αξιοποιηθεί για την κατανόηση των προβλημάτων που προκύπτουν κατά την εφαρμογή ενός Προγράμματος Σπουδών στα Μαθηματικά, καθώς η προβληματική της έρευνας φαίνεται να συμπεριλαμβάνει πέρα από την έννοια της πεποίθησης και τις έννοιες της αναπλαισίωσης (recontextulization) και των αναπλαισιωμένων πεδίων (π.χ. Bernstein 2000).

Κατά τη διαδικασία της αναπλαισίωσης, θεωρητικές και ερευνητικές γνώσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης μετασχηματίζονται για να εξυπηρετήσουν τους σκοπούς της διδασκαλίας των Μαθηματικών στην πράξη. Η ανάπτυξη και η διάδοση των Προγραμμάτων Σπουδών, η παραγωγή εκπαιδευτικού υλικού που υποστηρίζει ένα Πρόγραμμα Σπουδών, η αρχική εκπαίδευση των εκπαιδευτικών και οι δράσεις επαγγελματικής ανάπτυξης διαδραματίζουν έναν σημαντικό ρόλο σε αυτό τον μετασχηματισμό. Διάφορα πεδία και αντιπρόσωποι εμπλέκονται σε αυτή τη διαδικασία, ο καθένας συνιστώντας πόρους (resources) από τους οποίους οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αντλήσουν, καθώς θα αναπτύσσουν και θα αρθρώνουν λόγο για την πρακτική τους. Ο Bernstein (2000) διέκρινε το Πεδίο της Επίσημης Αναπλαισίωσης (Official Recontextualizing field - ΠΕΑ), που συγκροτείται και κυριαρχείται από την Πολιτεία για την κατασκευή και την επιτήρηση του κρατικού παιδαγωγικού λόγου, και το Πεδίο της (επίσημης) Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης (Pedagogic Recontextualizing field - Π-ΠΑ), στη διαμόρφωση και διαχείριση του οποίου συμμετέχουν περισσότερο ή λιγότερο ανεξάρτητοι από την πολιτεία αντιπρόσωποι, όπως οι εκπαιδευτές των εκπαιδευτικών. Η σχέση μεταξύ των δύο πεδίων και των διεργασιών μεταρρύθμισης ενός ΠΣ εξαρτάται από τον βαθμό αυτονομίας του ΠΠΑ, από τον βαθμό στον οποίο οι λόγοι (discourses) που παράγει μοιάζουν ή διαφέρουν από εκείνους του ΠΕΑ και από την πηγή παραγωγής του αναθεωρημένου Προγράμματος Σπουδών (Morgan 2010).

Οι εκπαιδευτικοί λειτουργούν ως αντιπρόσωποι στο ΠΠΑ, αναπαράγοντας τον επίσημο παιδαγωγικό λόγο που συγκροτείται στο ΠΕΑ. Ωστόσο, οι πρακτικές τους δεν μπορεί να ρυθμίζονται απόλυτα από εξωτερικούς κανονισμούς. Αυτό που αναπαράγεται στο σχολείο και στην τάξη εξαρτάται από τις αρχές της αναπλαισίωσης που απορρέουν από «το ειδικό πλαίσιο ενός συγκεκριμένου σχολείου και από την αποτελεσματικότητα του εξωτερικού ελέγχου στην αναπαραγωγή του επίσημου παιδαγωγικού λόγου» (Bernstein 1990), δηλαδή, από τη λειτουργία συμπληρωματικών πόρων που παράγονται σε τοπικό επίπεδο (Τοπικό Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης σε διάκριση με το Επίσημο Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης).

Τα πεδία αναπλαισίωσης, παρά την ανεξαρτησία μεταξύ τους, επηρεάζουν το ένα το άλλο, με σημαντικούς αντιπροσώπους να διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο σε περισσότερα από ένα πεδία (π.χ. ερευνητές που διδάσκουν στα Πανεπιστήμια, σε προγράμματα επαγγελματικής ανάπτυξης, στον σχεδιασμό νέων ΠΣ, κ.α.). Αυτή η περίπλοκη σχέση δημιουργεί διαφορές μεταξύ των παιδαγωγικών λόγων που συγκροτούνται στα διαφορετικά πεδία αναπλαισίωσης και, κατά συνέπεια, μεταξύ των πρακτικών που υιοθετούνται με βάση αυτούς τους λόγους. Η αλληλεπίδραση μεταξύ των πεδίων αναπλαισίωσης και των ερμηνειών των λόγων που αναπτύσσονται σε αυτά διαμορφώνει τους πόρους που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί, για να νομιμοποιήσουν τις πρακτικές τους στην τάξη (π.χ. McNamara & Corbin 2001).

Στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα η πολιτεία έχει σχεδόν τον απόλυτο έλεγχο στο Πρόγραμμα Σπουδών, στην παραγωγή εκπαιδευτικού υλικού και στην επαγγελματική ανάπτυξη των εκπαιδευτικών και την εφαρμογή σε επίπεδο σχολείου. Στην πραγματικότητα δεν υφίσταται ανεξάρτητο Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης. Παρόλα αυτά, υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στα επιμέρους πεδία αναπλαισίωσης και στους λόγους που παράγουν, παρέχοντας ποικίλους πόρους ερμηνείας του Προγράμματος Σπουδών για τους εκπαιδευτικούς στο πεδίο αναπαραγωγής. Επιπλέον, οι εκπαιδευτικοί μπορεί να αντλήσουν στοιχεία από προηγούμενους λόγους των Μαθηματικών, από τις διαδικασίες μάθησης και διδασκαλίας που βίωσαν κατά τη διάρκεια της δικής τους εκπαίδευσης, από τη διδακτική τους εμπειρία, καθώς και από τις συζητήσεις που πραγματοποιούνται στο σχολείο καθημερινά, αλλά και στην εκπαιδευτική κοινότητα (Κλώθου κ.ά., 2014).

Αξιοποιώντας το θεωρητικό πλαίσιο του Bernstein, στην παρούσα έρευνα μελετάται ο πραγματικός αντίκτυπος της μεταρρύθμισης που προτείνεται μέσω του Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών στις διαδικασίες αναπλαισίωσης που ακολουθούν οι εκπαιδευτικοί στην τάξη των Μαθηματικών και επιχειρείται ο εντοπισμός και η ανάλυση των παραγόντων που συνιστούν εμπόδια στην ουσιαστική και αποτελεσματική υλοποίησή του με έμφαση στις κατανοήσεις-νοηματοδοτήσεις των εκπαιδευτικών. Ειδικότερα, σκοπός της έρευνας είναι να γίνουν κατανοητοί οι τρόποι με τους οποίους οι εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης αντιλαμβάνονται, κατανοούν και ερμηνεύουν το νέο Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα, πώς το ενσωματώσουν στην εκπαιδευτική πραγματικότητα, πώς κατανοούν τη διδασκαλία τους και πώς μπορούν να ερμηνεύσουν και να αιτιολογήσουν τις πρακτικές τους, δηλαδή πώς αναπλαισιώνουν τελικά το νέο Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών στην τάξη.

Η διαδικασία συλλογής δεδομένων περιελάμβανε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση πραγματοποιήθηκε μη συμμετοχική παρατήρηση των εκπαιδευτικών που συμμετείχαν στην έρευνα σε δύο καθημερινές διδασκαλίες τους στα Μαθηματικά με βάση το νέο Πρόγραμμα Σπουδών και βιντεοσκόπησή τους. Οι εκπαιδευτικοί παρατηρήθηκαν για δύο διδακτικές ώρες. Στη δεύτερη φάση πραγματοποιήθηκε ημιδομημένη συνέντευξη με καθέναν από τους εκπαιδευτικούς με στόχο τη συλλογή στοιχείων αναφορικά με τις διαδικασίες αναπλαισίωσης που λαμβάνουν χώρα στα συγκεκριμένα μαθήματα. Κάθε εκπαιδευτικός απασχολήθηκε τμηματικά για τέσσερις ώρες συνολικά (η συνέντευξη πραγματοποιήθηκε εκτός σχολικού ωραρίου). Για την κατανόηση και την περιγραφή των διαδικασιών αναπλαισίωσης που υιοθέτησαν οι εκπαιδευτικοί αξιοποιήθηκε η μεθοδολογία της μελέτης περίπτωσης, ενώ για την ανάλυση των δεδομένων που συλλέχθηκαν αξιοποιήθηκαν οι τεχνικές της Θεμελιωμένης Θεωρίας (Grounded Theory) και της Ανάλυσης Περιεχομένου (Content Analysis). Το δείγμα της έρευνας αποτέλεσαν έξι εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης που ανήκαν σε σχολική μονάδα όπου πραγματοποιήθηκε η πιλοτική εφαρμογή, με διαφορετικά χρόνια διδακτικής εμπειρίας και με διαφορετικό επιστημονικό-επαγγελματικό προφίλ.

Στο *πρώτο κεφάλαιο* της διατριβής επιχειρείται μια αναδρομή στο πεδίο των Προγραμμάτων Σπουδών με στόχο την κριτική παρουσίαση ορισμένων πτυχών τους. Ειδικότερα, παρουσιάζεται το περιεχόμενο των Προγραμμάτων Σπουδών (με έμφαση στα Μαθηματικά) που αξιοποιήθηκαν στο πλαίσιο της ελληνικής εκπαιδευτικής πραγματικότητας και πραγματοποιείται μια σύγκριση μεταξύ του νέου Προγράμματος Σπουδών και του Διαθεματικού Ενιαίου Πλαισίου Προγραμμάτων Σπουδών (ΔΕΠΠΣ).

Στο *δεύτερο κεφάλαιο* πραγματοποιείται ο προσδιορισμός της έννοιας της πεποίθησης, καθώς και η δομή και το περιεχόμενο των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών για τα Μαθηματικά. Επίσης, επιχειρείται η διάκριση των πεποιθήσεων, ενώ περιγράφεται η σχέση των πεποιθήσεων για τα Μαθηματικά και των διδακτικών πρακτικών που υιοθετεί ένας εκπαιδευτικός στην τάξη. Τέλος, γίνεται αναφορά στις πεποιθήσεις για τη φύση, τη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών προς την κατεύθυνση της αντιμετώπισης των πεποιθήσεων ως κοινωνικής κατασκευής και παρουσιάζονται τα προβλήματα που προκύπτουν από αυτή τη διαδικασία κατασκευής.

Στο *τρίτο κεφάλαιο* αναπτύσσονται ζητήματα που αφορούν τη θεωρητική πλαισίωση της διαδικασίας υλοποίησης ενός Προγράμματος Σπουδών στο πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης. Ειδικότερα, παρουσιάζονται οι σύγχρονες σχετικές θεωρήσεις, με ιδιαίτερη αναφορά στις διαδικασίες αναπλαισίωσης, η αξιοποίησή τους για τη συγκρότηση του θεωρητικού πλαισίου της έρευνας, καθώς και η ανάδειξή τους μέσω της έννοιας του παιδαγωγικού μηχανισμού και του παιδαγωγικού λόγου.

Στο *τέταρτο κεφάλαιο* παρουσιάζεται η μεθοδολογία της έρευνας. Ειδικότερα, περιγράφεται η προβληματική και τα ερωτήματα της παρούσας εργασίας, όπως προέκυψαν από τη μελέτη των θεωρητικών προσεγγίσεων που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια. Ειδικότερα, παρουσιάζονται τα δομικά στοιχεία της μεθοδολογικής προσέγγισης που υιοθετήθηκε για την έρευνα και, συγκεκριμένα, η διατύπωση του ερευνητικού προβλήματος και των ερευνητικών ερωτημάτων, η περιγραφή του δείγματος, τα ερευνητικά εργαλεία που αναπτύχθηκαν και αξιοποιήθηκαν για τη συλλογή των δεδομένων, καθώς και η σχετική διαδικασία, ο τρόπος επεξεργασίας και το σχήμα ανάλυσης των δεδομένων που υιοθετήθηκαν.

Στο *πέμπτο κεφάλαιο* παρουσιάζεται η επεξεργασία και η ανάλυση των δεδομένων που συλλέχθηκαν από την πραγματοποίηση του ποιοτικού μέρους της έρευνας, μέσω των βιντεοσκοπημένων διδασκαλιών και της συνέντευξης, με την αξιοποίηση των αρχών και των τεχνικών της θεμελιωμένης θεωρίας και της ανάλυσης περιεχομένου.

Τέλος, στο *έκτο κεφάλαιο* παρουσιάζονται η συζήτηση και τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων. Η εργασία ολοκληρώνεται με τις βιβλιογραφικές αναφορές και το Παράρτημα, στο οποίο παρουσιάζονται τα κείμενα των αποβιντεοσκοπημένων διδασκαλιών των εκπαιδευτικών που συμμετείχαν στην έρευνα.

1ο Κεφάλαιο: Προγράμματα Σπουδών (ΠΣ)

1.1 Γενικά για τα ΠΣ

Τα Προγράμματα Σπουδών (ΠΣ) οργανώνονται και συγκροτούνται στο πεδίο ευθύνης της Πολιτείας και συνιστούν το πλαίσιο, το οποίο καθορίζει το έργο του εκπαιδευτικού και λαμβάνει υποχρεωτικό χαρακτήρα. Κατά μία έννοια, τα ΠΣ αποτελούν ένα επίσημο «κείμενο» (text), το οποίο καθορίζει τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα της διδασκαλίας, προσδιορίζει τις έννοιες που πρόκειται να προσεγγιστούν μέσω της διδασκαλίας, ενσωματώνει (τις τελευταίες δεκαετίες) διδακτικές προτάσεις, δίνει τη δυνατότητα αξιοποίησης εκπαιδευτικού υλικού, σκιαγραφεί τις διαδικασίες αξιολόγησης της μάθησης και της διδασκαλίας. Η εκπαιδευτική και η ερευνητική κοινότητα εστιάζει το ενδιαφέρον της στο περιεχόμενο των ΠΣ, το οποίο συνδέεται στενά με τις βασικές συνιστώσες της εκπαίδευσης, τη γνώση, τη μάθηση και τη διδασκαλία (Φιλίππου & Χρίστου 2002).

Στην ελληνική σχολική πραγματικότητα, τα Προγράμματα Σπουδών και τα σχολικά εγχειρίδια συνιστούν τα επίσημα κείμενα που έχουν στη διάθεσή τους οι εκπαιδευτικοί για να υλοποιήσουν τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα που αναμένεται να επιτευχθούν σε κάθε γνωστικό αντικείμενο. Όπως αναφέρουν οι Γερογιάννης και Μπούρας (2007), τα Προγράμματα Σπουδών και τα σχολικά εγχειρίδια μεταφέρουν το μορφωτικό φορτίο που είναι σημαντικό να φέρει ένας μαθητής και αντικατοπτρίζουν την εκπαίδευση της χώρας στην οποία υλοποιούνται. Κατά μία εκδοχή, το Πρόγραμμα Σπουδών συνιστά την «ασφαλιστική δικλείδα» για την απρόσκοπτη λειτουργία μιας σχολικής μονάδας, συνεπώς η ύπαρξή του κρίνεται απαραίτητη και προσδιορίζει το περιεχόμενο της εκπαίδευσης (π.χ. Μπαγάκης 2004).

Τα Προγράμματα Σπουδών στην πορεία διαμόρφωσής τους έλαβαν διάφορες μορφές, ξεκινώντας από παραδοσιακά πλαίσια και καταλήγοντας σε σύγχρονες εκδοχές. Ειδικότερα, τα Προγράμματα Σπουδών, καθώς εξελίσσονται, διακρίθηκαν σε τρεις ομάδες: (α) σε παραδοσιακά ΠΣ, (β) σε σύγχρονα ΠΣ (curricula) και (γ) σε ΠΣ τύπου curriculum. Τα παραδοσιακά Προγράμματα Σπουδών είναι εστιασμένα στον γνωστικό τομέα, έχουν κυρίαρχα ακαδημαϊκό προσανατολισμό και απώτερος στόχος τους είναι η μετάδοση του περιεχομένου του γνωστικού αντικειμένου στο οποίο αναφέρονται, από τον εκπαιδευτικό προς τον μαθητή, στην κατεύθυνση της ανάδειξης του εκπαιδευτικού ως του μοναδικού φορέα της γνώσης. Σε αυτή τη συνθήκη τα παραδοσιακά ΠΣ παρουσιάζουν τους στόχους κάθε γνωστικού αντικειμένου χωρίς να γίνεται αναφορά σε διδακτικές προτάσεις ή σε δραστηριότητες που θα μπορούσαν να υποστηρίξουν τη μάθηση. Με την έννοια αυτή, το περιεχόμενο των παραδοσιακών ΠΣ εστιάζεται στην παρουσίαση του αριθμού των ωρών διδασκαλίας ανάλογα με τη βαθμίδα εκπαίδευσης και την τάξη, στον σκοπό και στους στόχους της διδασκαλίας του γνωστικού αντικειμένου, καθώς και στο περιεχόμενο του μαθήματος, το οποίο είναι χωρισμένο σε ενότητες και κεφάλαια. Ως προς την αξιολόγηση που προτείνεται, αυτή είναι κυρίως αθροιστικού χαρακτήρα, με κύρια εστίαση στην επίδοση του μαθητή και αποτελεί συνέχεια του λεγόμενου παραδοσιακού διδακτικού μοντέλου, το οποίο επηρέασε και καθόρισε σε μεγάλο βαθμό τις αποφάσεις που αφορούσαν τις διαδικασίες αξιολόγησης. Σύμφωνα με αυτό, ο μαθητής και η γνώση αποτελούν δύο χωριστές όψεις της διδακτικής λειτουργίας, κατά συνέπεια, ο μαθητής δεν μπορεί να επηρεάσει τη γνώση παρά μόνο να τη μάθει και να την εμπεδώσει. Σε αυτό το πλαίσιο, ο εκπαιδευτικός καλείται να μεταδώσει την πληροφορία-γνώση και ο μαθητής να την αφομοιώσει παθητικά. Οι συνηθέστερες διαδικασίες αξιολόγησης των μαθητών στα περισσότερα δημόσια σχολεία, οι οποίες ήταν το αποτέλεσμα της επικράτησης του διδακτικού μοντέλου που περιγράφηκε παραπάνω, θα μπορούσαν να συνοψισθούν σε τέσσερις βασικές συνιστώσες, σύμφωνα με τις οποίες (α) ο εκπαιδευτικός διδάσκει ένα προγραμματισμένο μάθημα στην τάξη, εξετάζει προφορικά κάποιους μαθητές ή υποβάλλει την τάξη σε προκαθορισμένη δοκιμασία, με δραστηριότητες που είτε έχει συντάξει ο ίδιος είτε έχει υποδείξει μια θεσμική αρχή, (β) ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί αριθμητικούς ή ποιοτικούς χαρακτηρισμούς για να καταγράψει την επίδοση των μαθητών, (γ) στην τελική-απολογιστική αξιολόγηση, συγκεντρώνει τους βαθμούς ή τους χαρακτηρισμούς και εξάγει τον μέσο όρο, (δ) ο μέσος όρος-οι εκτιμήσεις του εκπαιδευτικού αποτελούν τη βάση για τη λήψη αποφάσεων σχετικά με τη μαθησιακή πορεία του μαθητή. Στο παραδοσιακό σύστημα αξιολόγησης, η επιλογή βασίζεται κυρίως στη συγκριτική αξιολόγηση, η οποία παρέχει ελάχιστες πληροφορίες για την κατανόηση των εννοιών που έχουν επιτύχει οι μαθητές (Perrenoud 1996, στο Κλώθου 2011).

Στα σύγχρονα Προγράμματα Σπουδών (curricula) πραγματοποιείται λεπτομερής περιγραφή του γενικού σκοπού του γνωστικού αντικειμένου, καθώς και των επιμέρους στόχων. Επιπλέον, καταγράφονται οι μέθοδοι και τα μέσα διδασκαλίας, καθώς και οι πρακτικές αξιολόγησης των μαθητών που προτείνεται να υιοθετηθούν. Συνεπώς, η δομή ενός Προγράμματος Σπουδών τύπου curricula περιλαμβάνει σκοπούς και στόχους του γνωστικού αντικειμένου, υποδείξεις ως προς τη μεθοδολογία που θα ακολουθηθεί και τρόπους ελέγχου της επίτευξης των προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων.

Μια τρίτη κατηγορία Προγραμμάτων Σπουδών αφορά τα Προγράμματα Σπουδών τύπου curriculum, τα οποία συνιστούν μια σύγχρονη μορφή προγραμμάτων που έχει υιοθετηθεί από αρκετές χώρες, μεταξύ των οποίων και από την Ελλάδα. Τα ΠΣ τύπου curriculum συμπεριλαμβάνουν τα δομικά στοιχεία που περιγράφηκαν παραπάνω (σκοπός-στόχοι, μέθοδοι, μέσα διδασκαλίας και πρακτικές αξιολόγησης). Επιπλέον, παρέχουν υποστηρικτικό υλικό, οδηγίες, καθώς και προτεινόμενα σχέδια μαθήματος για τη διευκόλυνση του εκπαιδευτικού στην οργάνωση και τον σχεδιασμό των μαθημάτων του. Αυτά τα ΠΣ θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν «ανοικτά», καθώς περιλαμβάνουν σκοπούς και στόχους που μπορούν να υιοθετηθούν ή να τροποποιηθούν από τον εκπαιδευτικό, υποστηρίζοντας τον εκπαιδευτικό στο να προσαρμόζει ελεύθερα τις προτεινόμενες διδακτικές πρακτικές (π.χ. Βέικου κ.ά. 2008).

Μια επιπλέον διάκριση των Προγραμμάτων Σπουδών αφορά τον βαθμό παρέμβασης που επιτρέπουν να έχει ένας εκπαιδευτικός (ή ένας μαθητής) στο περιεχόμενο και κατ’ επέκταση στην υλοποίησή τους στην τάξη. Με βάση αυτό το κριτήριο μπορούν να χαρακτηριστούν «ανοικτά» ή «κλειστά» ΠΣ και να συνδεθούν με την υποχρεωτικότητα ή μη της κατά γράμμα εφαρμογής τους στη σχολική τάξη (π.χ. Carr et al 2005). Στο πλαίσιο των «κλειστών» ΠΣ, οι στόχοι που περιγράφονται είναι ιδιαίτερα λεπτομερείς και προκαθορίζουν σε μεγάλο βαθμό την εξέλιξη της διδασκαλίας χωρίς να συνυπολογίζουν τις ατομικές μαθησιακές ανάγκες των μαθητών. Με την έννοια αυτή, η εστίαση βρίσκεται στην επίδοση των μαθητών, συνεπώς και στο αποτέλεσμα, με την απόδοση σχεδόν μηδαμινής σημασίας στην ίδια τη μαθησιακή διαδικασία. Σε αυτή τη συνθήκη, ο εκπαιδευτικός συνιστά τον κυρίαρχο εταίρο της διαδικασίας, ενώ οι πρακτικές που χρησιμοποιούνται είναι κατά κύριο λόγο δασκαλοκεντρικές. Εναλλακτικά, ένα «ανοικτό» ΠΣ έχει ως κύριο χαρακτηριστικό τον προσδιορισμό του πεδίου στο οποίο θα κινηθεί ο εκπαιδευτικός, εντός του οποίου είναι ελεύθερος να υιοθετήσει ή να απορρίψει πρακτικές διδασκαλίας και αξιολόγησης, για να ενισχύσει τη μαθησιακή διαδικασία προς όφελος του μαθητή (π.χ. Βέικου, 2007).

Τα ΠΣ διακρίνονται, επίσης, ως προς τον προσανατολισμό τους σε σχέση με βασικές συνιστώσες της μάθησης. Ειδικότερα, τα ΠΣ μπορούν να θεωρηθούν προσανατολισμένα στο γνωστικό-ακαδημαϊκό πεδίο, εντάσσοντας στο εσωτερικό τους δασκαλοκεντρικές μεθόδους-πρακτικές διδασκαλίας και μάθησης. Κύριος στόχος τους είναι το αποτέλεσμα της μάθησης, δηλαδή η απόκτηση πληροφοριών από μέρους του μαθητή και η επιτυχής απομνημόνευσή τους. Για την επίτευξη αυτού του στόχου διενεργείται συνήθως κατακερματισμός της γνώσης μέσω του επιμερισμού των εννοιών που πρόκειται να διδαχθούν σε επιμέρους ενότητες-κεφάλαια και αναπτύσσεται ένας μεγάλος αριθμός διδακτικών στόχων που αναμένεται να πραγματωθούν εντός της σχολικής τάξης.

Τα ΠΣ μπορούν να χαρακτηριστούν, επίσης, ως προς την εστίασή τους στον μαθητή και στις μαθησιακές τους ανάγκες. Για τον λόγο αυτό, προσδιορίζονται μια σειρά από δεξιότητες που οι μαθητές θα υποστηριχθούν να αναπτύξουν, για να λειτουργήσουν κατά τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας, αλλά και ευρύτερα. Μια επιπλέον διάκριση ενός ΠΣ είναι ο προσανατολισμός του στην επίλυση προβλήματος με την έννοια ότι εστιάζεται στην ενασχόληση με προβληματικές καταστάσεις, όπου οι μαθητές καλούνται να αναπτύξουν λόγο και να επιχειρηματολογήσουν για να αιτιολογήσουν τις επιλογές τους (Βαϊνάς 1990). Τέλος, η δομή ενός ΠΣ και ο τρόπος παρουσίασης των βασικών περιεχομένων ενός γνωστικού αντικειμένου συνιστούν ένα ακόμη κριτήριο για τον προσανατολισμό του. Σε αυτή την κατεύθυνση τα ΠΣ μπορούν να οργανωθούν σε μαθησιακές περιοχές κατά γνωστικό αντικείμενο και να επιμεριστούν σε διακριτά μαθήματα-ενότητες. Επίσης, τα ΠΣ μπορούν να οργανωθούν με βάση τη φιλοσοφία τους και τις βασικές αρχές που αναδεικνύουν, όπως είναι, για παράδειγμα, η διαθεματικότητα της προσέγγισης ή η διεπιστημονικότητά τους (π.χ. Ματσαγγούρας 2002).

Τέλος, τα ΠΣ μπορεί να αναπτύσσονται εξελικτικά-γραμμικά με την έννοια ότι βασίζονται σε μια πορεία από την απλή προς τη σύνθετη γνώση, μπορεί να έχουν σπειροειδή μορφή και να βασίζονται στη σταδιακή παρουσίαση μιας έννοιας σε διάφορα χρονικά διαστήματα και σε διαφορετικά (υψηλότερα) κάθε φορά αφαιρετικά επίπεδα. Υπάρχουν ΠΣ, τα οποία αναπτύσσονται με τη μορφή «πυραμίδας», καθώς δίνουν στους μαθητές μια κοινή βάση ανάπτυξης εννοιών σε συνδυασμό με την εξειδίκευση σε διάφορες περιοχές μάθησης, ενώ συγκροτούνται ΠΣ που έχουν τη μορφή σχεδίου εργασίας με την έννοια ότι οι μαθητές συμμετέχουν και ασκούν επιρροή-καθορίζουν τον χρόνο και τη μελέτη που θα απαιτηθεί για τη μάθηση των γνωστικών αντικειμένων (π.χ. Χατζηγεωργίου 2001).

Η σύνταξη ΠΣ συνιστά βασικό σκέλος στο πεδίο της εκπαιδευτικής πολιτικής που ασκεί μια χώρα. Η διαδικασία αυτή είναι πολυσύνθετη, καθώς θα πρέπει να “συνυπολογίσει” τις τρέχουσες συνθήκες σε συνδυασμό με την επιλογή του προσανατολισμού που θα λάβει το νέο ΠΣ, ο οποίος και θα καθορίσει το περιεχόμενό του. Αν, για παράδειγμα, ο προσανατολισμός ενός ΠΣ είναι ακαδημαϊκός, το περιεχόμενό του περιλαμβάνει τα παραδοσιακά γνωστικά αντικείμενα. Στην περίπτωση που ο προσανατολισμός ενός ΠΣ έχει ως επίκεντρο τον μαθητή (μαθητοκεντρικός), το περιεχόμενό του περιλαμβάνει θέματα που ενδιαφέρουν τους μαθητές και τους υποστηρίζουν στην κατανόηση των εννοιών που προσεγγίζονται. Επίσης, όταν ο προσανατολισμός είναι κυρίως κοινωνικός, τότε ένα ΠΣ αναμένεται να συμπεριλάβει γνώσεις, αλλά και δεξιότητες που θεωρούνται απαραίτητες για τη λειτουργία των ατόμων εντός των κοινωνικών δομών, για την άσκηση κριτικής στις δομές αυτές και ίσως για την επίτευξη ορισμένων κοινωνικών αλλαγών.

Γενικά, το περιεχόμενο και ο προσανατολισμός συνιστούν παράγοντες που λαμβάνονται υπόψη κατά τη συγγραφή ενός ΠΣ. Ωστόσο, σημαντικό ρόλο διαδραματίζουν οι μαθητές και ειδικότερα οι μαθησιακές και ηλικιακές ανάγκες, καθώς και τα ενδιαφέροντά τους. Οι εκπαιδευτικοί συνιστούν έναν ακόμη παράγοντα που λαμβάνεται υπόψη κατά τη συγκρότηση των ΠΣ. Όπως αναφέρει ο Κυρίτσης (2009), ένας εκπαιδευτικός θα πρέπει να έχει τη δυνατότητα να συνδιαμορφώνει ένα ΠΣ, καθώς είναι αυτός που γνωρίζει και νοηματοδοτεί τις μαθησιακές διαδικασίες και καθορίζει τις πρακτικές διδασκαλίας και αξιολόγησης. Τέλος, οι έννοιες που θα συμπεριληφθούν σε ένα ΠΣ και οι οποίες θα επιλεγούν από ένα ευρύτερο σύνολο εννοιών και θα κριθούν σημαντικές, συνιστά έναν ακόμη παράγοντα που επηρεάζει τη συγκρότηση ενός ΠΣ.

Από τους παραπάνω σημαντικούς παράγοντες που θα πρέπει να ληφθούν υπόψη για τη συγκρότηση ενός ΠΣ, ιδιαίτερα σημαντικός αναδεικνύεται ο εγγραμματισμός των μαθητών, καθώς προσδίδει ένα ιδεολογικό υπόβαθρο στη δομή και τη σύνταξη των ΠΣ και στοχεύει στη διαμόρφωση του μελλοντικού εγγράμματου πολίτη. Για τον λόγο αυτό ακολουθεί ειδική αναφορά στη σημασία του εγγραμματισμού μέσω ενός παραδείγματος από το πεδίο των Μαθηματικών.

1.2 Εγγραμματισμός και ΠΣ

Αξιοποιώντας το παράδειγμα των Μαθηματικών, θα μπορούσε να υποστηριχθεί ότι γενικά οι εκπαιδευτικοί στο σύνολό τους έχουν την ευθύνη για την ανάπτυξη του μαθηματικού εγγραμματισμού των μαθητών τους. Στο πλαίσιο, λοιπόν, ενός Προγράμματος Σπουδών είναι σημαντικό οι μαθητές να αναπτύσσουν υψηλά επίπεδα δεξιοτήτων μαθηματικού εγγραμματισμού μέσω της μάθησής τους. Αυτή η επιδίωξη προϋποθέτει μια κοινή κατανόηση μεταξύ των εκπαιδευτικών για τους τρόπους με τους οποίους οι μαθητές προχωρούν στον μαθηματικό τους εγγραμματισμό.

Τι σημαίνει, ωστόσο, να είναι κανείς μαθηματικά εγγράμματος; Μέσω του μαθηματικού εγγραμματισμού το άτομο μαθαίνει να ενεργεί υπεύθυνα στην καθημερινή του ζωή και να συμβάλλει αποτελεσματικά στη λειτουργία της κοινωνίας. Με την έννοια αυτή αυξάνει τις πιθανότητες να προκύψουν ευκαιρίες για τον ίδιο στο εργασιακό πεδίο και διαμορφώνει τις βάσεις πάνω στις οποίες θα οικοδομηθούν οι νέες ευκαιρίες μέσω της δια βίου μάθησης. Ο μαθηματικός εγγραμματισμός είναι όχι μόνο ένα υποσύνολο των Μαθηματικών, είναι επίσης μια ικανότητα ζωής που διαπερνά και υποστηρίζει όλους τους τομείς της μάθησης, επιτρέποντας στους μαθητές να έχουν πρόσβαση στο ευρύτερο Πρόγραμμα Σπουδών. Για παράδειγμα, ένα άτομο είναι ικανό στους υπολογισμούς, αν έχει αναπτύξει εμπιστοσύνη και ικανότητα στη χρήση του αριθμού που θα του επιτρέπει να λύνει προβλήματα, να αναλύει πληροφορίες και να λαμβάνει ενήμερες (informed) αποφάσεις που βασίζονται στους υπολογισμούς. Ένα μαθηματικά εγγράμματο άτομο θα πρέπει να έχει αποκτήσει και να έχει αναπτύξει θεμελιώδεις δεξιότητες για να είναι σε θέση να πραγματοποιήσει αριθμητικές διαδικασίες και, πέρα από αυτό, να έχει πρόσβαση και να ερμηνεύει πληροφορίες, να προσδιορίσει δυνατότητες, να «ζυγίζει» τις διαφορετικές επιλογές και να αποφασίζει σχετικά με την καταλληλότητα της κάθε επιλογής (Curriculum of Excelence of Scotland).

Ο μαθηματικός εγγραμματισμός αποτελεί μια δεξιότητα για τη ζωή, για τη μάθηση και για την εργασία. Η κατοχή ανεπτυγμένων δεξιοτήτων μαθηματικού εγγραμματισμού επιτρέπει στα άτομα να λειτουργούν με μεγαλύτερη βεβαιότητα μέσα σε κοινωνικά πλαίσια και ενισχύει την ικανοποίηση που μπορεί να προκύψει από την ενασχόληση με μια σειρά δραστηριοτήτων που πραγματοποιούνται στον ελεύθερο χρόνο τους. Οι μαθηματικά εγγράμματοι άνθρωποι στηρίζονται στη συσσώρευση της γνώσης, των εννοιών και των δεξιοτήτων που έχουν αναπτύξει, τις οποίες ανακαλούν συνεχώς και προσθέτουν πάνω σε αυτές. Οι εκπαιδευτικοί, καθώς χρησιμοποιούν το περιεχόμενο ενός ανάλογου ΠΣ για να οργανώσουν τη μάθηση, εξασφαλίζουν ότι οι δεξιότητες μαθηματικού εγγραμματισμού που αναπτύχθηκαν από την πρώιμη παιδική ηλικία ανακαλούνται και «αναζωογονούνται» σε όλη τη διάρκεια της εκπαίδευσης και της δια βίου μάθησης.

Ως προς τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της αποτελεσματικής μάθησης και της διδασκαλίας του μαθηματικού εγγραμματισμού, ένα Πρόγραμμα Σπουδών θα πρέπει να προάγει αποτελεσματικές μεθοδολογίες μάθησης και διδασκαλίας που θα υποκινήσουν το ενδιαφέρον των μαθητών και θα προωθήσουν τη δημιουργικότητά τους. Ένα πλούσιο και ενθαρρυντικό μαθησιακό περιβάλλον υποστηρίζει ένα «μίγμα» από ποικίλες προσεγγίσεις, οι οποίες περιλαμβάνουν: ενεργό μάθηση και οργανωμένο παιχνίδι με συγκεκριμένο στόχο, ανάπτυξη ικανοτήτων επίλυσης προβλήματος, ανάπτυξη της νοητικής «ευκινησίας», χρήση των σχετικών πλαισίων και της εμπειρίας που είναι ήδη γνωστά στους μαθητές, χρήση της τεχνολογίας με κατάλληλους και αποτελεσματικούς τρόπους, συνεργατική και ανεξάρτητη μάθηση, προώθηση του ενδιαφέροντος για τον μαθηματικό εγγραμματισμό. Για να επιτευχθούν τα παραπάνω, οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να “ζητούν” συχνά από τους μαθητές να εξηγούν τη σκέψη τους, να στηρίζονται στις αρχές της αξιολόγησης για τη μάθηση (assessment for learning) σε συνδυασμό με την κατανόηση του σκοπού και της σχέσης των δραστηριοτήτων με τη μάθηση που θα επιτευχθεί, να κάνουν συχνά συνδέσεις διατρέχοντας το Πρόγραμμα Σπουδών, έτσι ώστε οι έννοιες και οι δεξιότητες να αναπτύσσονται περισσότερο με την εφαρμογή τους σε διαφορετικά, σχετικά ωστόσο, πλαίσια.

Ως προς την ανάπτυξη δεξιοτήτων μαθηματικού εγγραμματισμού, αυτή μπορεί επιτευχθεί μέσω της κατανόησης βασικών μαθηματικών εννοιών, καθώς και με την εφαρμογή των δεξιοτήτων που έχει αποκτηθεί σε νέα πλαίσια. Υπάρχουν θεμελιώδη σημεία που αφορούν τη μάθηση και διατρέχουν αυτά τα «μονοπάτια προόδου»: οι εκπαιδευτικοί προσδιορίζουν την πρόοδο που σημειώνεται στην κατανόηση που επιτυγχάνει ένας μαθητής, καθώς και τα επόμενα αναπτυξιακά βήματά του. Είναι ουσιαστικό για τους εκπαιδευτικούς να εργαστούν μαζί για να επεκτείνουν την κοινή κατανόησή τους αναφορικά με την πρόοδο των παιδιών.

Ένα ΠΣ που βασίζεται στον μαθηματικό εγγραμματισμό δεν στοχεύει στα ανώτατα όρια ανάπτυξης, με αποτέλεσμα όλα τα παιδιά να μπορούν να δεχθούν προκλήσεις στο κατάλληλο επίπεδο. Η συνεργασία με τους εκπαιδευτικούς για την πρόοδο των μαθητών μπορεί να οδηγήσει σε μια κοινή κατανόηση των προσδοκιών που έχουν για τους μαθητές τους σε σχέση με τις σταθερές τους (standards), καθώς επίσης και στην αποτελεσματική μάθηση και διδασκαλία που μπορεί να προκύψει μέσα από τον μαθηματικό εγγραμματισμό. Οι μαθητές χρειάζονται ευκαιρίες για να ασχοληθούν με τους διαφορετικούς συνδυασμούς δεξιοτήτων μαθηματικού εγγραμματισμού που προτείνονται από ένα ΠΣ. Η μάθηση σε υψηλό επίπεδο εξαρτάται από την επίτευξη της ισορροπίας μεταξύ της ανάπτυξης βασικών ικανοτήτων και της ενσωμάτωσης και της εφαρμογής τους σε υπαρκτά και μη υπαρκτά πλαίσια.

Καθώς ο μαθηματικός εγγραμματισμός αποτελεί ευθύνη του συνόλου των εκπαιδευτικών και είναι σημαντικός σε όλες τις πτυχές της μάθησης ενός ατόμου, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να λειτουργούν με σαφήνεια σε σχέση με τις πρακτικές που υιοθετούν για να αξιολογήσουν βασικές συνιστώσες του μαθηματικού εγγραμματισμού. Σε αυτό το πλαίσιο η αξιολόγηση εστιάζεται στην εργασία των μαθητών με τους αριθμούς και τα δεδομένα και στην αξιοποίησή τους στη μάθηση και στην καθημερινή ζωή, συνδυάζοντας παράλληλα και την προετοιμασία τους για μελλοντική εργασία. Σε όλη τη διάρκεια της εκπαίδευσης και ιδιαίτερα σε περιόδους μετάβασης μεταξύ των σταδίων ανάπτυξης, η ύπαρξη σαφούς εικόνας για την πρόοδο που επιτυγχάνει κάθε μαθητής σε όλες τις πτυχές ανάπτυξης του μαθηματικού εγγραμματισμού είναι ζωτικής σημασίας για τον περαιτέρω προγραμματισμό της μάθησης, καθώς και για τα «μέτρα» που μπορούν να ληφθούν σε περίπτωση που έχει χαθεί πολύτιμο έδαφος. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να συγκεντρώσουν στοιχεία για την πρόοδο του μαθητή, τα οποία προκύπτουν από την καθημερινή μάθηση στις τάξεις των Μαθηματικών. Η πρόοδος των μαθητών αναμένεται να αναδειχθεί στις δεξιότητες που έχουν αποκτήσει στη χρήση του αριθμού για την επίλυση προβλημάτων, στην ανάλυση των πληροφοριών και στη λήψη ενήμερων (informed) αποφάσεων, οι οποίες βασίζονται σε υπολογισμούς. Οι προσεγγίσεις στην αξιολόγηση πρέπει να προσδιορίζουν τον βαθμό στον οποίο οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν αυτές τις δεξιότητες στη μάθησή τους και πέρα από την τάξη, στην καθημερινή ζωή τους, και να προετοιμαστούν για τον κόσμο της εργασίας.

Καθώς οι μαθητές κατακτούν βαθμιαία τις έννοιες και τις δεξιότητες που περιλαμβάνονται σε ένα ΠΣ εστιασμένο στον μαθηματικό εγγραμματισμό, αναμένεται να καταδείξουν τις ικανότητες και την εμπιστοσύνη τους στην αξιοποίησή τους με διάφορους τρόπους. Μπορούν, για παράδειγμα, να αναπτύξουν τη σκέψη τους για να παρουσιάσουν τις κατανοήσεις τους για τις διαδικασίες και την έννοια του αριθμού; Αναπτύσσουν με ασφάλεια ένα ικανοποιητικό εύρος δεξιοτήτων και ικανοτήτων που καθορίζονται από το ΠΣ; Καθώς εφαρμόζουν δεξιότητες και ικανότητες κατά την επίλυση προβλήματος, μπορούν να ανακαλέσουν δεξιότητες και έννοιες που έμαθαν παλαιότερα; Με δεδομένο ότι ασχολούνται με προβλήματα σε άγνωστα πλαίσια, μπορούν να προσδιορίσουν με βεβαιότητα ποιες δεξιότητες και ποιες έννοιες είναι σχετικές με το πρόβλημα; Στη συνέχεια, μπορούν να εφαρμόσουν με ακρίβεια τις δεξιότητες που έχουν αποκτήσει όταν εργάζονται ανεξάρτητα, αλλά και με άλλους, και να αξιολογήσουν τις λύσεις τους; Μπορούν να αξιολογήσουν δεδομένα για να λάβουν αποφάσεις; Αναπτύσσουν την ικανότητα να δεσμεύονται για εργασία και να συμπληρώνουν τις εργασίες τους; Η αξιολόγηση του μαθηματικού εγγραμματισμού, εντός και εκτός τάξης, προσφέρει στους μαθητές ευκαιρίες για πρακτική και επεκτείνει τις δεξιότητές τους, για παράδειγμα, στις επιχειρηματικές δραστηριότητες, στις κοινωνικές μελέτες, στην τεχνολογία και στις φυσικές επιστήμες (Curriculum of Excellence of Scotland).

Συνοψίζοντας, οι εξελίξεις που σημειώνονται στο πεδίο της εκπαίδευσης οδηγούν με τη σειρά τους στην ανάγκη για ενσωμάτωση αυτών των εξελίξεων στο περιεχόμενο των ΠΣ. Με την έννοια αυτή, επιβάλλεται σε έναν βαθμό η αναπροσαρμογή της δομής και του περιεχομένου ενός ΠΣ ώστε να συμβαδίζει με τους νέους προσανατολισμούς και να είναι διαρκής. Συνεπώς, μια εκπαιδευτική μεταρρύθμιση μπορεί να θεωρηθεί ως τέτοια, αν έχει συμπεριλάβει μεταξύ άλλων την εκ νέου συγγραφή των ΠΣ (Κυρίτσης 2009). Λόγοι που επιβάλλουν την αναμόρφωση των ΠΣ μπορεί να είναι οι εκ βάθρων αλλαγές που πραγματοποιούνται διεθνώς και οι οποίες πρέπει να ληφθούν υπόψη στη συγκρότηση των ΠΣ ώστε να προετοιμάσουν τον μαθητή να αντιμετωπίσει έναν κόσμο που δεν γνωρίζει, η πληθώρα των γνώσεων, τα εμπόδια που καταγράφηκαν στα ισχύοντα ΠΣ, όπως για παράδειγμα η μη αξιοποίηση ερευνητικών δεδομένων, καθώς και η εξέλιξη που έχει σημειωθεί στην ανάπτυξη των θεωρητικών πλαισίων σχετικά με τη μάθηση (κατ' επέκταση με τη διδασκαλία και την αξιολόγηση), η αύξηση του αριθμού των μαθητών που οδηγεί στην ανάγκη για κοινωνικοποιητική λειτουργία του σχολείου παράλληλα με τη γνωστική. Τέλος, η ανάγκη για συμμετοχή των εκπαιδευτικών στη διαμόρφωση ΠΣ και στη λήψη αποφάσεων.

1.3 ΠΣ και Μαθηματικά: η ελληνική περίπτωση

Η εξέλιξη της μαθηματικής επιστήμης είναι ιδιαίτερα σημαντική με αποτέλεσμα τη δημιουργία πληθώρας επιστημονικών γνώσεων, οι οποίες βρίσκουν εφαρμογή σε πολλά επιστημονικά πεδία. Με αυτή την έννοια, η επιλογή μαθηματικών περιοχών που πρόκειται να συμπεριληφθούν σε ένα ΠΣ εξελίσσεται σε μια εξαιρετικά δύσκολη διαδικασία. Ο προσανατολισμός ενός ΠΣ μπορεί να δώσει τη λύση στην πληθώρα των μαθηματικών εννοιών που είναι σημαντικό να γνωρίζει ο μαθητής και αμβλύνει εν πολλοίς το δίλημμα που προκύπτει από την ανάγκη για επιλογή εννοιών και αποκλεισμό άλλων. Τις τελευταίες δεκαετίες καταγράφεται μια τάση στη μαθηματική εκπαίδευση να στραφεί από τη μετάδοση μαθηματικών εννοιών και μόνο στις μαθηματικές διαδικασίες και διεργασίες, οι οποίες είναι σημαντικό να προωθούνται σε μια τάξη Μαθηματικών.

Η αναμόρφωση των Προγραμμάτων Σπουδών είναι σημαντική για πολλούς λόγους. Αποτελεί κοινή αντίληψη ότι τα Π.Σ πολλών γνωστικών αντικειμένων είναι υπερφορτωμένα και δυσνόητα για το νοητικό επίπεδο ανάπτυξης των μαθητών στις συγκεκριμένες ηλικίες, ενώ χαρακτηρίζονται από σημαντικό βαθμό αλληλεπικαλύψεων ή/ και έλλειψης συγχρονισμού μεταξύ των επιμέρους γνωστικών αντικειμένων με αποτέλεσμα τον εξαντλητικό ρυθμό διδασκαλίας που δεν επιτρέπει σε βάθος ανάλυση της σχολικής γνώσης. Για την αλλαγή αυτής της κατάστασης προτείνονται παρεμβάσεις στα ΠΣ προς την κατεύθυνση της περικοπής της ύλης στις περιπτώσεις όπου αυτή κρίνεται επουσιώδης, δυσνόητη για την ηλικία που διδάσκεται, επαναλαμβάνεται σε άλλες τάξεις και σε άλλα μαθήματα, δεν προαπαιτείται για την παρακολούθηση του μαθήματος στη συνέχεια των σπουδών του μαθητή μέχρι και το τέλος της εκπαίδευσής του.

Τα τελευταία χρόνια τα ΠΣ που συγκροτούνται στην Ευρώπη και στις ΗΠΑ αναπτύσσονται σε τέσσερις θεματικές ενότητες, οι οποίες περιλαμβάνουν επιμέρους έννοιες. Ειδικότερα, τα ΠΣ χωρίζουν το περιεχόμενό τους σε θέματα ως εξής: *αριθμούς και πράξεις* (αξία ψηφίων - αριθμητικά συστήματα, ακέραιοι, δυνάμεις και ρίζες, ιδιότητες αριθμών, δεκαδικοί, ποσοστά, λόγος, πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση, υπολογισμός κατά προσέγγιση, μικτά κλάσματα), *άλγεβρα* (ακολουθίες, απεικονίσεις, κανονικότητες, γραφικές παραστάσεις, αλγεβρικές δομές, χρήση γραφικών παραστάσεων, εξισώσεις), *σχήμα-χώρος-μέτρηση* (τρισδιάστατα στερεά, τοπολογία, σχεδίαση, μέτρηση, σχήμα, εμβαδόν-περίμετρος, ιδιότητες σχημάτων, μέτρηση κύκλου, συντεταγμένες, εμβαδόν-όγκος, ομοιότητα-μεγέθυνση, γωνίες, περιστροφή, ιδιότητες γωνιών, συμμετρία ως προς ευθεία, τριγωνομετρία, παράλληλη μεταφορά-διανύσματα, συνδυασμός μετασχηματισμών), *επεξεργασία δεδομένων* (λογική και σύνολα, συλλογή δεδομένων, παρουσίαση δεδομένων, ανάλυση και ερμηνεία δεδομένων, πιθανότητες) (Smile 2007). Η Τζεκάκη (2007) αναφέρει ότι οι θεματικές ενότητες που προαναφέρθηκαν φαίνεται ότι καλύπτουν τις σύγχρονες ανάγκες της μαθηματικής εκπαίδευσης. Ωστόσο, οι σύγχρονες απαιτήσεις για τη συγκρότηση ενός ΠΣ στα Μαθηματικά συνυπολογίζουν, πέρα από το ακαδημαϊκό σκέλος που εμπεριέχεται σε ένα ΠΣ, και τις κοινωνικοπολιτισμικές νόρμες που υφίστανται στην τάξη.

Όπως αναφέρουν οι Αγγελούδη κ.ά. (2013) «τα σχολικά Μαθηματικά είναι ένα σύνθετο πολιτισμικό προϊόν και αντίστοιχα, η κοινωνική και πολιτισμική διάσταση του ΠΣ των Μαθηματικών είναι κάτι προφανές, δεδομένου ότι και τα ίδια τα Μαθηματικά ως επιστήμη είναι μια κοινωνική πρακτική που διαμορφώνεται από τους τρόπους με τους οποίους οι επιστήμονες, ως μέλη μιας συγκεκριμένης κοινωνίας, αντιμετωπίζουν τα προβλήματα που απασχολούν την κοινότητά τους».

Πέρα από την Ευρώπη και τις ΗΠΑ, ενδιαφέρον παρουσιάζουν Προγράμματα Σπουδών των Μαθηματικών που συγκροτούνται σε ασιατικές χώρες. Μελετώντας ενδεικτικά το παράδειγμα της Κορέας, μπορεί κανείς να διαπιστώσει ότι από το 1955 το Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών άλλαξε αρκετές φορές, ξεκινώντας από τα «Μαθηματικά της καθημερινής ζωής», συνεχίζοντας με τα «Δομημένα Μαθηματικά», στη συνέχεια υιοθετώντας τα γνωστά μεταρρυθμιστικά κινήματα των «Νέων Μαθηματικών», τη μεταρρύθμιση «Πίσω στα Βασικά», την «Επίλυση προβλήματος», την «Επίλυση Προβλήματος με έμφαση στις ΤΠΕ» και, τέλος, το 2000 την «Επικέντρωση στον μαθητή» (ICME12 2012). Ανάλογα Προγράμματα Σπουδών δίνουν έμφαση στη μάθηση της τυπικής και αφηρημένης γνώσης, γεγονός που ενισχύει την εκπαίδευση των μαθητών πέραν του σχολείου με τη μορφή ιδιαίτερων μαθημάτων. Τα Μαθηματικά στην υποχρεωτική εκπαίδευση είναι οργανωμένα με τρόπο ώστε να αυξάνεται προοδευτικά η δυσκολία τους από τάξη σε τάξη, αλλά και στη διάρκεια της ίδιας τάξης. Αυτό επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να μελετήσει τη γνωστική ανάπτυξη του μαθητή και να επιλέξει το βασικό περιεχόμενο του Προγράμματος Σπουδών με βάση τη μαθησιακή ιεραρχία και τις υπάρχουσες δυσκολίες. Επιπλέον, στα ΠΣ συνυπάρχουν τόσο το «βασικό» όσο και το «εμπλουτισμένο» περιεχόμενο ώστε να είναι δυνατό για τον κάθε μαθητή να διατηρήσει τον ατομικό ρυθμό μάθησης και να έχει μια δημιουργική εμπειρία μάθησης.

Η συνεργατική μάθηση ως μέθοδος εργασίας με μικρές ομάδες δεν φαίνεται να συνάδει με την κορεατική κουλτούρα. Παραδοσιακά οι Κορεάτες διδάσκονται να μην αμφισβητούν τους τρόπους με τους οποίους διδάχτηκαν οι πρόγονοί τους ή οι μεγάλοι άνδρες των προηγούμενων γενεών, πόσο μάλλον να επιχειρηματολογούν εναντίον των πατροπαράδοτων αυτών μεθόδων και αξιών. Το ενδιαφέρον είναι ότι ενώ οι μαθητές της Δύσης έχουν εκπαιδευτεί από μικρή ηλικία να συμμετέχουν ενεργά σε μικρές ομάδες και να επωφελούνται από αυτό, ανάλογες δραστηριότητες δεν έχουν νόημα σε Προγράμματα Σπουδών που δεν πριμοδοτούν αυτό το είδος εκπαίδευσης. Οι δασκαλοκεντρικές πρακτικές έχουν θεωρηθεί το κύριο πρόβλημα στην κορεατική εκπαίδευση των Μαθηματικών, καθώς η συνηθέστερη μέθοδος διδασκαλίας είναι η επίδειξη της λύσης των μαθηματικών προβλημάτων και, στη συνέχεια, η επίλυση παρόμοιων προβλημάτων για την πρακτική εξάσκηση των μαθητών. Συνεπώς, οι μαθητές σπανίως συμμετέχουν ενεργά στην ανάπτυξη ατομικής λύσης (Korea's National Presentation ICME12 2012).

Στην ελληνική πραγματικότητα οι κοινωνικοπολιτισμικές νόρμες συνιστούν σημαντικό παράγοντα διαμόρφωσης τόσο του νέου ΠΣ των Μαθηματικών όσο και του τρέχοντος ΠΣ (ΔΕΠΠΣ), καθώς βασικός στόχος της μαθηματικής εκπαίδευσης στην υποχρεωτική εκπαίδευση φαίνεται να είναι η καλλιέργεια της μαθηματικής σκέψης και του μαθηματικού εγγραμματισμού, δηλαδή της δυνατότητας που έχει ένας μαθητής να αξιοποιεί μαθηματικές γνώσεις στο καθημερινό πλαίσιο. Ειδικότερα, στο νέο ΠΣ των Μαθηματικών αναφέρεται ότι «….μία από τις κυρίαρχες σήμερα στοχεύσεις των Προγραμμάτων Σπουδών για τα Μαθηματικά είναι αυτή του μαθηματικού εγγραμματισμού. Πρόκειται για την ικανότητα ενός ατόμου (α) να αναλύει, να ερμηνεύει και να επεμβαίνει στο κοινωνικό του περιβάλλον, χρησιμοποιώντας ως εργαλείο τα Μαθηματικά και (β) να αναλύει και να ερμηνεύει τον τρόπο που χρησιμοποιούνται τα Μαθηματικά για τη λήψη αποφάσεων στο κοινωνικό περιβάλλον» (ΙΕΠ ΠΣ Μαθηματικών 2011). Ο μαθηματικός εγγραμματισμός συνιστά κυρίαρχη συνιστώσα της διαδικασίας μάθησης των Μαθηματικών και στα δύο ΠΣ των Μαθηματικών. Ωστόσο, παρατηρούνται διαφορές στο περιεχόμενο και στη φιλοσοφία τους.

1.3.1 Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο ΠΣ

Το 2002 εφαρμόστηκε για πρώτη φορά το ΔΕΠΠΣ (Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών), στο πλαίσιο του οποίου επιχειρήθηκε η ενσωμάτωση βασικών αρχών που διέπουν τη φιλοσοφία των σύγχρονων ΠΣ με στόχο την αξιοποίηση του κοινωνικού χαρακτήρα της μαθηματικής γνώσης και της βιωματικής μάθησης. Στο πλαίσιο αυτό υιοθετήθηκαν πρακτικές που στοχεύουν στη διαμορφωτική αξιολόγηση και στη συστηματική χρήση της ψηφιακής τεχνολογίας στη μάθηση των Μαθηματικών (ΥΠΕΠΘ 2000).

Η κυρίαρχη ιδέα του συγκεκριμένου ΠΣ είναι αυτή της διαθεματικότητας, δηλαδή της άμβλυνσης των ορίων μεταξύ των γνωστικών αντικειμένων και της οργάνωσής τους ως ένα όλο, με ενιαία αντιμετώπιση και συλλογική διερεύνηση εννοιών και προβλημάτων προς επίλυση. Σύμφωνα με τον Αλαχιώτη (2002), το ΔΕΠΠΣ είναι οργανωμένο σε δύο άξονες, τον κάθετο άξονα και τον οριζόντιο άξονα. Η ύπαρξη και η λειτουργία των αξόνων αυτών υπονοείται από την ίδια την ονομασία του ΠΣ των Μαθηματικών ως Διαθεματικού (συνιστά τον οριζόντιο άξονα) και Ενιαίου (συνιστά τον κάθετο άξονα). Μέσω της οργάνωσης σε κάθετο άξονα επιχειρείται η διασφάλιση της εσωτερικής συνοχής της μαθηματικής γνώσης στην πορεία των ενοτήτων-κεφαλαίων, όπως αυτά εξελίσσονται σε κάθε τάξη και σε κάθε βαθμίδα εκπαίδευσης. Η εσωτερική αυτή συνοχή επιτυγχάνεται μέσω της εστίασης στην εννοιολογική προσέγγιση της γνώσης. Η οργάνωση της «διδακτέας ύλης» ενός γνωστικού αντικειμένου προς την κατεύθυνση της προσέγγισης και επεξεργασίας εννοιών μέσω πολλών και, ίσως, διαφορετικών οπτικών και της σχέσης τους με την καθημερινή ζωή του μαθητή διευκολύνεται από την οριζόντια οργάνωση του ΠΣ. Σύμφωνα με το κείμενο του ΔΕΠΠΣ, βασικό σκοπό της μαθηματικής εκπαίδευσης συνιστά η απόκτηση μαθηματικής σκέψης και η διαμόρφωση ατόμων που θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν μαθηματικά εγγράμματα. Ο γενικός σκοπός επιμερίζεται σε σημαντικούς στόχους, οι οποίοι αφορούν στην κατανόηση βασικών μαθηματικών εννοιών-γνώσεων και ικανοτήτων-δεξιοτήτων, στην ανάπτυξη της μαθηματικής γλώσσας για επιτυχή επικοινωνία, στον προσδιορισμό της δομής των Μαθηματικών, στην ικανότητα επίλυσης προβλήματος, στην ανάδειξη της ιδέας περί επιτυχούς πρακτικής εφαρμογής των Μαθηματικών, στην έμφαση στα διάφορα είδη μαθηματικού συλλογισμού και αποδεικτικής διαδικασίας και στην καλλιέργεια θετικής στάσης για τα ίδια τα Μαθηματικά.

Το περιεχόμενο του ΔΕΠΠΣ στο πεδίο των Μαθηματικών αναπτύσσεται σε επτά άξονες, οι οποίοι προσδιορίζονται ως εξής: αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις, γεωμετρία, συλλογή και επεξεργασία δεδομένων, λόγοι και αναλογίες, εξισώσεις και η επίλυση προβλήματος, διαδικασία που εμφανίζεται αυτόνομη ως χωριστό πεδίο ενασχόλησης. Από τις παραπάνω μαθηματικές έννοιες, η προσέγγιση της συλλογής και επεξεργασίας δεδομένων πραγματοποιείται στις μεσαίες τάξεις, ενώ οι λόγοι-αναλογίες και οι εξισώσεις προσεγγίζονται στις μεγάλες τάξεις (ΠΙ-ΥΠΕΠΘ 2000). Η δομή του ΔΕΠΠΣ βασίζεται στη λεγόμενη σπειροειδή διάταξη της ύλης όπου οι νέες έννοιες εισάγονται αφού προηγηθεί η εμπέδωση των προηγούμενων και χρειάζεται να γίνει επέκτασή τους. Έτσι, οι έννοιες εμφανίζονται εκ νέου σε κάθε τάξη, ειδικότερα σε περισσότερα από ένα κεφάλαια-ενότητες κάθε τάξης, και η προσέγγισή τους στοχεύει στην επέκταση της μαθηματικής γνώσης που επιτεύχθηκε σε προηγούμενες τάξεις. Με την έννοια αυτή, η νέα μαθηματική γνώση «πατά» πάνω στην υπάρχουσα γνώση με διαδοχικό τρόπο και ανάλογα με το επίπεδο γνωστικής ανάπτυξης του παιδιού. Η σπειροειδής διάταξη της ύλης υποστηρίζεται από τη θεωρία της «δομιστικής» προσέγγισης της μάθησης, σύμφωνα με την οποία η μάθηση συνιστά μια ανακαλυπτική διαδικασία, την οποία διατρέχουν πολύπλοκες γνωστικές διεργασίες, όπως η πρόσκτηση, η επεξεργασία και η κωδικοποίηση των πληροφοριών (Κολέζα 2009). Κατά τη μαθησιακή διαδικασία το άτομο πρέπει να οδηγείται από την ανακάλυψη των εννοιών στον μετασχηματισμό τους και στην αξιολόγηση-εκτίμηση και στον έλεγχο των μαθηματικών γνώσεων. Στη συγκεκριμένη θεωρία η έννοια του πλαισίου αναφοράς αναδεικνύεται ως σημαντική: οι μαθητές αντιλαμβάνονται και ερμηνεύουν τον κόσμο σύμφωνα με τα πλαίσια αυτά (φυσικά, κοινωνικά, γνωστικά, συναισθηματικά-όπου συντελείται η ανάπτυξη του παιδιού, πλαίσια όπου συναντιέται η σκέψη του παιδιού με τη σκέψη του ενήλικα και αναπτύσσεται σχέση ανάμεσά τους), ενώ τα κίνητρα συνιστούν βασικό παράγοντα μάθησης.

Η επίδραση της θεωρίας του Bruner στη μαθηματική εκπαίδευση εστιάστηκε σε έννοιες όπως η καθοδηγούμενη ανακάλυψη, η προσομοίωση στην τάξη και η σπειροειδής οργάνωση του μαθησιακού υλικού. Η δομή κάθε επιστήμης περιλαμβάνει βασικές αρχές, οι οποίες όταν γίνουν κτήμα του μαθητή, μπορούν να τον εισάγουν στην κατανόηση του σχετικού επιστημονικού πεδίου. Οι νέες έννοιες, για να γίνουν κατανοητές από τον μαθητή, συνδέονται με υπάρχουσες γνώσεις ή αναπροσαρμόζουν ήδη υπάρχοντα νοητικά σχήματα μετασχηματίζοντάς τα σε νέα νοητικά σχήματα μέσω της διαδικασίας της γνωστικής σύγκρουσης. Η θεωρία αυτή υποστηρίχθηκε από τον J. Piaget, ο οποίος πίστευε ότι η μάθηση είναι μια ενεργητική διαδικασία, η οποία επέρχεται ως αποτέλεσμα της προσαρμογής του ατόμου στο περιβάλλον και πραγματώνεται μέσω δύο βασικών λειτουργιών, της αφομοίωσης και της συμμόρφωσης. Τα σχήματα στα οποία αναφέρεται συνιστούν μια αναπαράσταση των γνώσεων που επιτρέπουν στα άτομα να επανέρχονται σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής. Η θεωρία του Piaget στην εκπαιδευτική πράξη ερμηνεύτηκε ως έμφαση στη διαδικασία της σκέψης του παιδιού και όχι στα προϊόντα της, ως αναγνώριση του κεντρικού ρόλου που διαδραματίζει η άμεση και ενεργή εμπλοκή του παιδιού σε δραστηριότητες μάθησης, στη διαφοροποίηση της σκέψης των παιδιών από αυτή των ενηλίκων και σε αποδοχή των ατομικών διαφορών των μαθητών στην πορεία ανάπτυξής τους. Οι μεθοδολογικές προσεγγίσεις που προτείνονται βασίζονται στη σημασία που αποδίδεται στη διαδικασία και λιγότερο στην τελική απόκτηση μαθηματικής γνώσης. Σε αυτή τη συνθήκη, υποστηρίζεται η ενεργή εμπλοκή του μαθητή στην οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης όπου ο μαθητής έχει δυναμικό ρόλο, καθώς κατασκευάζει ο ίδιος τα «δικά του» Μαθηματικά. Συνεπώς, βασική στόχευση συνιστά η βιωματική προσέγγιση της γνώσης μέσω διαδικασιών δοκιμής και ανακάλυψης, παρατήρησης, αναγνώρισης, περιγραφής και κατανόησης των μαθηματικών εννοιών και εξεύρεσης λύσεων σε περιστάσεις της καθημερινής ζωής. Στο ΔΕΠΠΣ αναδεικνύεται ως σημαντική η ιδέα της επίλυσης προβλήματος σύμφωνα με την οποία οι μαθηματικές έννοιες θα πρέπει προσεγγισθούν μέσω ενός προβλήματος στο οποίο εμπλέκονται οι μαθητές. Η ιδέα αυτή εισάγεται από την πρώτη σχολική ηλικία, αξιοποιώντας τις άμεσες εμπειρίες των μαθητών, ενώ τα προβλήματα γίνονται συνθετότερα. Η αναζήτηση της λύσης γίνεται καταρχήν διαισθητικά και, στη συνέχεια, με διαδικασία απόδειξης και λογικών ισχυρισμών. Η αξιολόγηση εστιάζεται στην ανατροφοδότηση και στον εντοπισμό των μαθησιακών ελλείψεων, ενώ διακρίνεται σε διαγνωστική, διαμορφωτική και τελική και διαφέρει ως προς τους στόχους και τα μέσα υλοποίησής της.

1.3.2 Νέο ΠΣ για τα Μαθηματικά: βασικά σημεία

Στη δεκαετία που μεσολάβησε από τη συγκρότηση του ΔΕΠΠΣ στην ελληνική εκπαιδευτική πραγματικότητα συντελέστηκαν αλλαγές και δόθηκε έμφαση στη δια βίου μάθηση, στην αντιμετώπιση του κοινωνικού αποκλεισμού, στην υποστήριξη αλλόγλωσσων μαθητών και στην ανάπτυξη ικανοτήτων που θα επιτρέπουν στα άτομα να λειτουργήσουν στις σύγχρονες συνθήκες. Η ανάγκη για τη συγκρότηση ενός νέου ΠΣ για τα Μαθηματικά που να ανταποκρίνεται στις τρέχουσες απαιτήσεις ήταν ορατή (ΙΕΠ 2011).

Τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα που περιγράφονται στο νέο ΠΣ των Μαθηματικών υποστηρίζουν τρεις συνιστώσες μάθησης: την ανάπτυξη βασικών ικανοτήτων ώστε οι μαθητές να μπορούν να λειτουργήσουν με κριτικό και δημιουργικό τρόπο στη σχολική τάξη, αλλά και εκτός αυτής, μετατρέποντας τις γνώσεις τους σε μαθηματικά εργαλεία, την ανάπτυξη μαθηματικής σκέψης, δηλαδή της δημιουργικής σκέψης, της αναστοχαστικής σκέψης και της κριτικής σκέψης, καθώς και την ανάπτυξη ιδιαίτερων μαθηματικών διεργασιών. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσω της εμπλοκής του μαθητή σε διαδικασίες πειραματισμού, διερεύνησης, διατύπωσης και ελέγχου υποθέσεων, δηλαδή μέσω της ενασχόλησης με διαδικασίες επίλυσης προβλήματος (Βαϊνάς 1990). Επίσης, είναι σημαντική η εξοικείωση με τη χρήση της μαθηματικής γλώσσας τόσο σε επίπεδο συμβόλων όσο και σε επίπεδο διατύπωσης λογικών σχέσεων και επιχειρημάτων.

Το ΠΣ για τα Μαθηματικά της υποχρεωτικής εκπαίδευσης στοχεύει στη μάθηση Μαθηματικών που είναι χρήσιμα για όλους τους μαθητές, τα οποία διατηρούν ωστόσο τον μαθηματικό τους χαρακτήρα. Κεντρική επιδίωξη της διδασκαλίας σε α-νάλογα πλαίσια είναι η ανάδειξη των βασικών χαρακτηριστικών της μαθηματικής γνώσης: της γενίκευσης, της βεβαιότητας, της ακρίβειας και της συντομίας, καθώς και της ανάπτυξης μαθηματικής σκέψης. Η μαθηματική σκέψη προϋποθέτει την ικα-νότητα διαχείρισης των βασικών δομικών στοιχείων των Μαθηματικών, όπως είναι οι έννοιες, οι ιδιότητές τους και οι τρόποι τεκμηρίωσης-αιτιολόγησης του μαθηματικού συλλογισμού με τρόπο που να καθιστά ορατές τις σχέσεις των μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών μεταξύ τους, δηλαδή, τη θέση που καταλαμβάνουν σε ένα δίκτυο ι-δεών. Ένα δίκτυο ιδεών δημιουργείται στην περιφέρεια μιας «θεμελιώδους-μεγάλης ιδέας» (NCTM 2006). Για παράδειγμα, στην περίπτωση των πράξεων με κλάσματα, η «θεμελιώδης-μεγάλη ιδέα» είναι η ισοδυναμία κλασμάτων, η οποία βασίζεται στη «θεμελιώδη-μεγάλη ιδέα» περί διατήρησης της αξίας των αριθμών, ανεξάρτητα από τους διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους μπορούν να αναπαρασταθούν, δηλαδή ως κλάσματα, ως δεκαδικοί, ως ποσοστά κ.λπ.

Παράλληλα, επιδιώκεται η ανάπτυξη του μαθηματικού εγγραμματισμού που αφορά στην ικανότητα του ατόμου να αναλύει, να ερμηνεύει και να επεμβαίνει στο κοινωνικό του περιβάλλον, χρησιμοποιώντας ως εργαλείο τα Μαθηματικά και να α-ντιλαμβάνεται τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιούνται τα Μαθηματικά για τη λήψη αποφάσεων. Οι μαθηματικές ικανότητες και δεξιότητες, στην προώθηση των οποίων στοχεύει το ΠΣ, συνδυάζονται με την ανάπτυξη θετικής στάσης από τους μαθητές και αντίστοιχων πεποιθήσεων που θα τους υποστηρίξουν στην επίλυση προβλημάτων στο πλαίσιο των σχολικών Μαθηματικών, αλλά και μέσω των Μαθηματικών σε άλλα πλαίσια.

Η υλοποίηση των στόχων που πριμοδοτούνται στο νέο ΠΣ των Μαθηματικών επιχειρείται μέσω της αξιοποίησης τεσσάρων βασικών διεργασιών. Στο σημείο αυτό είναι σημαντικό να γίνει μια αναφορά στην έννοια της διεργασίας. Ειδικότερα, η δι-εργασία αφορά τον στοχασμό ενός ατόμου σχετικά με μια δράση «την οποία εσωτε-ρικεύει και τότε η δράση γίνεται μέρος του ατόμου, το οποίο αποκτά έλεγχο πάνω της» (Μπιζά 2003). Οι Gray και Tall (1994) υιοθετούν τον όρο διεργασία (process), τον οποίο διαχωρίζουν από τον όρο διαδικασία (procedure), αποδίδοντας στη διεργα-σία έναν γενικό χαρακτήρα. Με την έννοια αυτή η διεργασία δεν ενσωματώνει στο εσωτερικό της μια συγκεκριμένη μέθοδο που πρέπει να ακολουθηθεί για την επίτευξη του στόχου. Αντιθέτως, η διαδικασία αναφέρεται στον συγκεκριμένο αλγόριθμο που θα χρησιμοποιηθεί για την πραγμάτωση του στόχου που έχει τεθεί στο πλαίσιο της διεργασίας.

Οι διεργασίες που πριμοδοτούνται στο νέο ΠΣ των Μαθηματικών συνοψίζονται στις εξής: (α) διεργασία του μαθηματικού συλλογισμού και της επιχειρηματολογίας, (β) διεργασία της δημιουργίας συνδέσεων/ δεσμών μεταξύ των μαθηματικών εννοιών, (γ) διεργασία της επικοινωνίας μέσω της χρήσης εργαλείων, με βασικότερα τη φυσική γλώσσα, τα σύμβολα, τις διάφορες μορφές αναπαράστασης, τα τεχνουργήματα και τα εργαλεία της τεχνολογίας, και (δ) διεργασία της μεταγνωστικής ενημερότητας (ΙΕΠ 2011). Ειδικότερα, το περιεχόμενο των διεργασιών του νέου ΠΣ των Μαθηματικών μπορεί να νοηματοδοτηθεί ως εξής:

(α) διεργασία του μαθηματικού συλλογισμού και της επιχειρηματολογίας: η διεργασία αυτή αναφέρεται στη διερεύνηση μαθηματικών καταστάσεων, στη διατύπωση και τον έλεγχο υποθέσεων, στη συγκρότηση και διατύπωση τεκμηριωμένων επιχειρημάτων-αιτιολόγησης. Μια μορφή τεκμηριωμένης επιχειρηματολογίας συνιστά η τυπική μαθηματική απόδειξη. Ο μαθηματικός συλλογισμός είναι απαραίτητος κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλήματος, ωστόσο η αξία του είναι ευρύτερη. Ο μαθηματικός συλλογισμός συνιστά τον «κορμό» για την ανάπτυξη βασικών συνιστωσών της κοινωνικοπολιτισμικής νόρμας στην τάξη των Μαθηματικών και ιδιαίτερα της επικοινωνίας και στηρίζει με ουσιαστικό τρόπο την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Ο σχεδιασμός μαθημάτων που ενισχύουν τη διεργασία αυτή βοηθά τους μαθητές του να μεταβούν από τις άτυπες διαισθητικές διαδικασίες συλλογισμού σε τυπικές μορφές του.

(β) διεργασία της δημιουργίας συνδέσεων/ δεσμών μεταξύ των μαθηματικών εννοιών: Σημαντικό χαρακτηριστικό του μαθηματικού συλλογισμού συνιστά η ικανότητα δημιουργίας συνδέσεων/ δεσμών μεταξύ των μαθηματικών εννοιών. Η κατανόηση των Μαθηματικών συνδέεται ρητά με τη συνειδητοποίηση των σχέσεων που υφίστανται μεταξύ των μαθηματικών εννοιών στη βάση της λογικής και της ύπαρξης δομής. Δραστηριότητες μέσω των οποίων αναδεικνύονται οι σχέσεις και οι υφιστάμενες δομές αποτελούν σημείο αιχμής για τη διαδικασία μάθησης των Μαθηματικών. Το νέο Πρόγραμμα Σπουδών παρέχει τη δυνατότητα στους μαθητές να δημιουργούν συνδέσεις εντός των Μαθηματικών και μεταξύ των Μαθηματικών και άλλων επιστημονικών πεδίων, καθώς και μεταξύ των Μαθηματικών και του πραγματικού κόσμου (ΙΕΠ 2011).

Ειδικότερα, πραγματοποιούνται συνδέσεις εντός του πεδίου των Μαθηματικών, δηλαδή συνδέσεις μεταξύ των αναπαραστάσεων μιας έννοιας (π.χ. μεταξύ κλασμάτων, δεκαδικών και ποσοστών), συνδέσεις μεταξύ των μαθηματικών περιοχών με αφορμή μια έννοια (π.χ. μεταξύ Αριθμητικής και Γεωμετρίας με αφορμή την έννοια του εμβαδού), συνδέσεις μεταξύ των μαθηματικών περιοχών με αφορμή ένα πρόβλημα. Οι μαθητές ερευνούν ένα πραγματικό πρόβλημα ή ένα σύνολο προβλημάτων, αντλώντας γνώσεις και πληροφορίες από διάφορες περιοχές των Μαθηματικών και εμβαθύνουν σε κρίσιμες μαθηματικές ιδέες. Επίσης, πραγματοποιούνται συνδέσεις μεταξύ των Μαθηματικών και των άλλων επιστημονικών περιοχών του Προγράμματος Σπουδών (για παράδειγμα, διαθεματικές ή/ και διεπιστημονικές συνδέσεις). Συνδέσεις που εστιάζονται στις εφαρμογές και συνιστούν ευκαιρία για να δοθεί απάντηση στο ερώτημα περί χρησιμότητας της μαθηματικής γνώσης. Συνδέσεις με την καθημερινή ζωή, όπως είναι η οργάνωση οικογενειακού οικονομικού προϋπολογισμού, ο σχεδιασμός ενός ταξιδιού, μέσω των οποίων τα Μαθηματικά αξιοποιούνται σε επίπεδο ανώτερο από εκείνο της απλής εφαρμογής αλγορίθμων.

(γ) διεργασία της επικοινωνίας μέσω της χρήσης εργαλείων: Οι μαθητές επικοινωνούν με διάφορους τρόπους (προφορικά, εικονικά, γραπτά), για διάφορους λόγους και για διαφορετικά ακροατήρια (συμμαθητές, εκπαιδευτικοί, γονείς). Μέσω της επικοινωνίας οι μαθητές μπορούν να εκφρασθούν, αλλά και να αναστοχαστούν για τον τρόπο σκέψης τους και τον τρόπο σκέψης των συνομιλητών τους. Η από κοινού δημιουργία νοήματος επιτρέπει τη συνεργασία και τη βαθιά κατανόηση εννοιών και διαδικασιών. Μπορούν να αποσαφηνίσουν τις ιδέες τους και να αναλύσουν τα επιχειρήματά τους.

Το νέο Πρόγραμμα Σπουδών παρέχει δυνατότητες για επικοινωνία μέσω δράσεων όπου οι μαθητές καταθέτουν προφορικά ή γραπτά τον τρόπο σκέψης τους. Οι εκπαιδευτικοί ενθαρρύνονται να παροτρύνουν την επικοινωνία μέσω κατάλληλων ερωτήσεων. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην ορθή χρήση της μαθηματικής γλώσσας και στη σταδιακή εγκατάλειψη υποκειμενικών, άτυπων διατυπώσεων για την περιγραφή μαθηματικών εννοιών, σχέσεων και διαδικασιών. Η γλώσσα συνιστά σημαντικό κομμάτι και υποδηλώνει γνώση των Μαθηματικών. Με αυτή την έννοια είναι σημαντικό οι μαθητές να χρησιμοποιούν, να βελτιώνουν και να επεκτείνουν μαθηματικούς ορισμούς (de Villiers 1994).

Στην ιστορία των μαθηματικών η χρήση τεχνουργημάτων (artifacts) και η σταδιακή μετατροπή τους σε νοητικά εργαλεία ήταν κοινή πρακτική: ο άβακας, ο διαβήτης κ.ά. αποτελούν την ενσωμάτωση αφηρημένων εννοιών όπως ο αριθμός/ η αξία θέσης ψηφίου και ο κύκλος. Οι έννοιες της προβολικής γεωμετρίας, επίσης, α-ντλούν το νόημά τους από τη χρήση εργαλείων. Η απλή παρουσία εργαλείων (π.χ. τεχνολογικών εργαλείων, λογισμικού κ.λπ.) δεν διασφαλίζει την κατασκευή της γνώσης. Αφενός μεν πολλοί μαθητές εμφανίζουν δυσκολίες στη χρήση εργαλείων (ακόμα και σε απλές περιπτώσεις χρήσης π.χ. του διαβήτη ή του μοιρογνωμόνιου), αφετέρου τα εργαλεία δεν ενσωματώνονται λειτουργικά στη διαδικασία μάθησης. Οι μαθητές ενθαρρύνονται να επιλέγουν κατάλληλα χειραπτικά και ψηφιακά εργαλεία και να α-ναπτύσσουν κατάλληλες υπολογιστικές στρατηγικές προκειμένου να εκτελούν συγκεκριμένες μαθηματικές δραστηριότητες, να διερευνούν μαθηματικές ιδέες και να επιλύουν προβλήματα. Το νέο ΠΣ πριμοδοτεί την επιλογή και χρήση τεχνολογικών εργαλείων με κριτική ωστόσο στάση. Η έκρηξη των γνώσεων και της τεχνολογίας απαιτεί άτομα που είναι ικανά να αναλύουν με κριτικό τρόπο σύνθετα ζητήματα, που προσαρμόζονται στις νέες συνθήκες, που επιλύουν προβλήματα και «επικοινωνούν» τη σκέψη τους με σαφήνεια και αποτελεσματικότητα. Το πεδίο των Μαθηματικών μπορεί να συνεισφέρει ουσιαστικά εφοδιάζοντας τους μαθητές με γνώσεις, ικανότητες και δεξιότητες που είναι απαραίτητες για να συμμετέχουν στο κοινωνικό πεδίο συνειδητά, υπεύθυνα και δημιουργικά (Κολέζα 2009). Παράλληλα, οι διαδικασίες ε-πίλυσης προβλήματος και η μοντελοποίηση συνιστούν κομβικά σημεία της μαθηματικής εκπαίδευσης. Οι μαθητές κατανοούν όταν διερευνούν μαθηματικές έννοιες μέσω της επίλυσης προβλήματος σε ένα μαθησιακό περιβάλλον οργανωμένο από τον εκπαιδευτικό σε αυτή την κατεύθυνση. Η μάθηση των Μαθηματικών μέσω επίλυσης προβλήματος βοηθά τους μαθητές να «κατασκευάσουν» σταδιακά τη μαθηματική τους γνώση συνειδητοποιώντας παράλληλα τη λειτουργικότητά της και να την κατανοήσουν, να εμβαθύνουν δηλαδή σε μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες και να συνδέουν τις έννοιες μεταξύ τους, καθώς και με διάφορα πεδία εφαρμογής τους. Επίσης, έχουν την ευκαιρία να μυηθούν στον μαθηματικό τρόπο σκέψης και να χρησιμοποιήσουν κατάλληλα τη γλώσσα των Μαθηματικών σε προβλήματα που μπορεί να αφορούν απλές εφαρμογές, αλλά διερευνήσεις.

Σημαντική έννοια, η οποία πριμοδοτείται από το νέο ΠΣ των Μαθηματικών αποτελεί ο αναστοχασμός. Ο αναστοχασμός δεν συνιστά μια απλή διαδικασία που οι μαθητές εκτελούν αυθόρμητα, χαρακτηρίζει συνήθως τους «καλούς λύτες» προβλημάτων γιατί μέσω αυτού έχουν τη δυνατότητα να ελέγξουν την ισχύ και το εύρος ε-φαρμογής των λύσεων που προτείνουν και ενδεχομένως να αναθεωρήσουν τον τρόπο σκέψης τους. Μέσω κατάλληλων ερωτήσεων ακόμα και πολύ μικροί μαθητές μπορούν να ασκηθούν στη χρήση της αναστοχαστικής διαδικασίας. Εμπόδιο σε αυτή την ανάγκη είναι ο χρόνος που συνήθως διατίθεται, καθώς και η δυνατότητα επικοινωνίας των εταίρων της μαθησιακής διαδικασίας και αυτό θα πρέπει να προβλεφθεί από ένα Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών (ίσως μέσω της διατύπωσης κατάλληλων ερωτήσεων αναστοχασμού που θα αξιοποιηθούν για τη μεταγνωστική ανάπτυξη των μαθητών). Στην πρώτη σχολική ηλικία οι μαθητές χρησιμοποιούν διάφορες αναπαραστάσεις μαθηματικών ιδεών και σχέσεων, ενώ μοντελοποιούν μαθηματικές καταστάσεις χρησιμοποιώντας συγκεκριμένα υλικά, εικόνες, διαγράμματα, γραφήματα, πίνακες, σύμβολα. Η χρήση αναπαραστάσεων βοηθά να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες και σχέσεις, να επικοινωνήσουν τη σκέψη τους, να εκφράσουν επιχειρήματα και να ερμηνεύσουν πραγματικές καταστάσεις. Είναι σημαντικό να αποκτήσουν σταδιακά την ικανότητα της μετάβασης από μια μορφή αναπαράστασης σε μια άλλη, να αναγνωρίζουν τον τρόπο σύνδεσης διαφορετικών αναπαραστάσεων και να χρησιμοποιούν αναπαραστάσεις για την επίλυση προβλημάτων. Σε αυτό το πλαίσιο η νοηματοδότηση της αξιολογικής διαδικασίας σε ένα Πρόγραμμα Σπουδών θα πρέπει να διασφαλίζει τη συνέπεια μεταξύ διδασκαλίας και αξιολόγησης, καθώς συμβαίνει συχνά η διδασκαλία να εστιάζεται σε υψηλές επιδόσεις σε βάρος της κατανόησης και της ικανότητας “μεταφοράς” της γνώσης σε μη οικείες καταστάσεις.

Γενικά, τα χαρακτηριστικά-καινοτόμα στοιχεία του νέου ΠΣ των Μαθηματικών θα μπορούσαν να συνοψισθούν ως εξής: (α) συμπεριλήφθησαν μαθηματικές έννοιες, οι οποίες αναπτύχθηκαν με βάση την ιδέα της «τροχιάς μάθησης και διδασκαλίας», (β) επιλέχθηκαν χειραπτικά και ψηφιακά εργαλεία ως μέσα διερεύνησης των μαθηματικών ιδεών, της ανάπτυξης στρατηγικών και της επίλυσης προβλήματος, (γ) αναδείχθηκε η μαθηματική δραστηριότητα ως η βάση για την ανάπτυξη των γενικών και ειδικών ικανοτήτων και διεργασιών, (δ) εισήχθηκε η συνθετική εργασία ως μέσο οριζόντιας διασύνδεσης των Μαθηματικών με άλλα μαθησιακά γνωστικά αντικείμενα, και (δ) σχεδιάστηκε η αξιολόγηση με έμφαση στον διαμορφωτικό της χαρακτήρα και τη σύνδεσή της με τη διδασκαλία και τη μάθηση (ΙΕΠ 2011). Ειδικότερα, για το καθένα από τα παραπάνω κύρια χαρακτηριστικά του νέου ΠΣ των Μαθηματικών θα μπορούσαν να αναφερθούν τα εξής:

(α) Τροχιές μάθησης και διδασκαλίας (ΤΜΔ)

Τα ερευνητικά δεδομένα στο πεδίο της Διδακτικής των Μαθηματικών υποδηλώνουν με σαφήνεια ότι οι μαθητές ακολουθούν μια εξελικτική πορεία μάθησης των μαθηματικών εννοιών-νοημάτων. Καθώς οι εκπαιδευτικοί κατανοούν αυτήν την πορεία και τους βασικούς «σταθμούς»-μεταβάσεις και οργανώνουν ανάλογα τη δραστηριοποίηση των μαθητών, αυξάνουν τις πιθανότητες να δημιουργήσουν περιβάλλοντα μάθησης που στηρίξουν αποτελεσματικά την επιτυχή μαθητεία του μαθητή στα Μαθηματικά (Clements & Sarama 2009). Σε αυτήν την κατεύθυνση η έννοια της Τροχιάς Μάθησης και Διδασκαλίας αναδεικνύεται σε μια ιδιαίτερα σημαντική διαδικασία, η οποία υποδεικνύει τους στόχους της μάθησης, προσδιορίζει την αφετηρία εκκίνησής της, τους τρόπους και την κατεύθυνση προς την οποία θα μετακινηθεί κάθε φορά ο μαθητής, αλλά και ο εκπαιδευτικός, καθώς και την επίτευξη του αρχικού στόχου μάθησης. Μια Τροχιά Μάθησης και Διδασκαλίας (ΤΜΔ) αποτυπώνει τη συνολική θεώρηση της μαθησιακής διαδικασίας-εμπειρίας των μαθητών στα Μαθηματικά με απώτερη επιδίωξη την εξασφάλιση της διαφάνειας και της προσβασιμότητας στην εκπαιδευτική πορεία που πρόκειται να διανύσουν οι μαθητές. Ειδικότερα, η ΤΜΔ παρέχει μια βάση για τη διενέργεια της διδακτικής πράξης, προσδιορίζει σημαντικούς, ενδιάμεσους και τελικούς, «σταθμούς» μάθησης χωρίς να πριμοδοτεί μια εκ των προτέρων καθορισμένη μαθησιακή πορεία-εξέλιξη, καθιστά ορατές τις μαθησιακές διαφοροποιήσεις των μαθητών χωρίς να περιγράφει ατομικές πορείες μάθησης, αποτελεί το έναυσμα για δράση κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας και πέραν αυτής, συνεπώς δεν αποτελεί έναν οδηγό που ακολουθείται απαρέγκλιτα, αλλά μπορεί να αξιοποιηθεί στην οργάνωση και στον σχεδιασμό της διδασκαλίας των Μαθηματικών, δεν αποτελεί ωστόσο το μοναδικό μέσο ενίσχυσης και αναβάθμισης της ποιότητας της παρεχόμενης διδασκαλίας.

Κάθε ΤΜΔ αποτελείται από τρία πεδία: τον μαθηματικό στόχο, δηλαδή σύνολα εννοιών, δεξιοτήτων και ικανοτήτων που θεωρούνται μαθηματικά και μαθησιακά θεμελιώδεις, τη διαδρομή, δηλαδή την ανάπτυξη ανώτερων επιπέδων σκέψης που κατευθύνουν τον μαθητή προς την επίτευξη του μαθησιακού στόχου που έχει τεθεί με επάλληλο και προοδευτικό τρόπο. Στην πορεία ανάπτυξης της διαδρομής που ακολουθεί μια μαθηματική έννοια, οι μαθητές αναπτύσσονται παράλληλα για να επιτύχουν τον συγκεκριμένο κάθε φορά στόχο, ασχολούμενοι με ένα σύνολο από διδακτικές δραστηριότητες, οι οποίες αντιστοιχούν στα επίπεδα σκέψης που χαρακτηρίζουν τη διαδρομή και παρέχουν στήριξη στους μαθητές για να αναπτύξουν ανώτερα επίπεδα μαθηματικής σκέψης.

Στο νέο ΠΣ των Μαθηματικών οι κύριες θεματικές περιοχές που προσδιορίζουν το περιεχόμενό τους και τα Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ) είναι: Αριθμοί-Άλγεβρα, Χώρος και Γεωμετρία-Μετρήσεις και Στοχαστικά Μαθηματικά. Ο εκπαιδευτικός χρειάζεται να έρθει σε επαφή με τις Τροχιές Μάθησης και Διδασκαλίας των βασικών μαθηματικών εννοιών ώστε να είναι σε θέση να αναγνωρίζει τις διαφοροποιήσεις που προκύπτουν στα μαθησιακά αποτελέσματα που αναμένεται να επιτευχθούν από τον μαθητή σε κάθε ηλικιακό κύκλο και να αποσαφηνίσει τι επιδιώκει να επιτύχει στο πλαίσιο της διδασκαλίας.

(β) Χειραπτικά και Ψηφιακά Εργαλεία

Αξιοποιώντας τα ευρήματα της έρευνας στο πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης, θα μπορούσε να υποστηριχθεί ότι οι μαθητές είναι απαραίτητο να αποκτήσουν την ικανότητα να χρησιμοποιούν κατάλληλα χειραπτικά και ψηφιακά εργαλεία, καθώς και τις κατάλληλες υπολογιστικές στρατηγικές, προκειμένου να εκτελούν συγκεκριμένες μαθηματικές δραστηριότητες, να διερευνούν μαθηματικές ιδέες και να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα. Τα χειραπτικά υλικά υποστηρίζουν την αναπαράσταση μαθηματικών ιδεών και σχέσεων και μοντελοποιούν καταστάσεις. Για τον σκοπό αυτό είναι σημαντικό οι μαθητές να ενθαρρύνονται ώστε να χρησιμοποιούν συγκεκριμένα υλικά, εικόνες, διαγράμματα (όπως την αριθμογραμμή), γραφήματα, πίνακες και σύμβολα. Η χρήση των αναπαραστάσεων βοηθά τους μαθητές να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες και σχέσεις, να «επικοινωνήσουν» τη μαθηματική σκέψη που θα αναπτύξουν, να διατυπώσουν μαθηματικά επιχειρήματα, και ενδεχομένως να ερμηνεύσουν πραγματικές καταστάσεις και να αναστοχαστούν σε σχέση με αυτές.

Μέσω του νέου ΠΣ των Μαθηματικών και της αξιοποίησης των ψηφιακών τεχνολογιών δίνεται έμφαση στην εμπλοκή των μαθητών σε δραστηριότητες μαθηματικού συλλογισμού και επικοινωνίας. Τα ψηφιακά εργαλεία που προτείνονται στο ΠΣ οργανώνονται σε πέντε κατηγορίες ανάλογα με το είδος της μαθηματικής δραστηριότητας και τον τρόπο χρήσης της υφιστάμενης τεχνολογίας. Οι κατηγορίες είναι οι ακόλουθες: μαθηματική έκφραση μέσω προγραμματισμού, δυναμικός χειρισμός γεωμετρικών αντικειμένων και σχέσεων, αλγεβρική διερεύνηση με αντίστοιχα συστήματα, διερεύνηση, πειραματισμός και επεξεργασία δεδομένων για στατιστική και πιθανότητες, πειραματισμός με ψηφιακά μοντέλα. Τα ψηφιακά εργαλεία έκφρασης χρησιμοποιούνται ως βασικό υλικό αναφοράς σε συνθετικές εργασίες και παράλληλα, περιστασιακά, στο πλαίσιο κατανόησης εννοιών, αναπαραστάσεων και των συνδέσεων μεταξύ αναπαραστάσεων (ΙΕΠ 2011).

(γ) Μαθηματική δραστηριότητα

Η δραστηριότητα χαρακτηρίζεται από ενεργή δράση των ατόμων που εμπλέκονται γιατί έχουν ένα κίνητρο και έναν στόχο να πραγματοποιήσουν, είναι συλλογική και συστημική και χαρακτηρίζεται από συνεχή μετασχηματισμό και αλλαγή (Roth et al 2007). Υπό αυτή την οπτική η μαθηματική δραστηριότητα "προκαλείται" μέσα από το Πρόγραμμα Σπουδών, καθώς προτείνονται καταστάσεις-προβλήματα που επιτρέπουν στον μαθητή να δράσει με κάποιο κίνητρο, ατομικά και συλλογικά, και αξιοποιώντας διαφορετικής μορφής εργαλεία να επιτύχει μια σειρά μαθηματικών στόχων και διεργασιών. Το είδος των καταστάσεων που προτείνονται στο ΠΣ αφορούν τη μοντελοποίηση μιας πραγματικής κατάστασης, την πραγματοποίηση ενός παιχνιδιού, τη μαθηματική διερεύνηση μέσα από τη χρήση εργαλείων και πηγών. Ο στόχος των καταστάσεων αυτών είναι η εμπλοκή των μαθητών στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών, στην απόκτηση και χρήση τεχνικών με ευελιξία, στην ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσης προβλήματος, στη δημιουργία εννοιολογικών συνδέσεων, στη σύνδεση αναπαραστάσεων, στην ανάπτυξη μαθηματικού συλλογισμού, καθώς και θετικής στάσης για τα μαθηματικά.

(δ) Συνθετικές εργασίες

Οι συνθετικές εργασίες δίνουν έμφαση σε θέματα συνδέσεων των Μαθηματικών τόσο στο πλαίσιο του αναγκαίου μαθηματικού εγγραμματισμού του μελλοντικού πολίτη στον σύγχρονο κόσμο όσο και στη θεώρηση των Μαθηματικών ως πολιτισμικού δημιουργήματος της ανθρώπινης ιστορίας. Η συνθετική εργασία ορίζεται ως μια δραστηριότητα που μπορεί να εφαρμοστεί από τον εκπαιδευτικό για ένα σύνολο διδακτικών ωρών και δίνει έμφαση στην ανάδειξη των διασυνδέσεων των Μαθηματικών με άλλες επιστήμες και γνωστικές περιοχές και στην παιδαγωγική αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας. Στο επίκεντρο κάθε συνθετικής εργασίας βρίσκεται η συνεργασία μεταξύ των μαθητών για τη διερεύνηση ενός θέματος ή τη λύση ενός προβλήματος στο οποίο εμπλέκονται τα Μαθηματικά και αναδεικνύονται ως εργαλείο που ευνοεί τη διερεύνηση καθαυτή, τη διαπραγμάτευση και την ερμηνεία.

(ε) Αξιολόγηση

Η παιδαγωγική λειτουργία της αξιολόγησης έχει ως στόχο την καλλιέργεια και την προετοιμασία του μαθητή για κριτική και δυναμική ένταξη στην κοινωνία. Σε αυτή την κατεύθυνση η διαμορφωτική αξιολόγηση (α) επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να παρεμβαίνει στη μαθησιακή διαδικασία, να λειτουργεί εξατομικευμένα, να επαναπροσδιορίζει τον ρόλο του προς την κατεύθυνση της αυτόνομης μάθησης προσφέροντας συμπληρωματική βοήθεια και καθοδήγηση στους μαθητές που την έχουν ανάγκη, (β) στοχεύει στην ανατροφοδότηση της διδακτικής πράξης με παράλληλη βελτίωση της ποιότητας της παρεχόμενης διδασκαλίας και αύξηση της αποτελεσματικότητάς της, (γ) ενημερώνει τον μαθητή για την πορεία και τα αποτελέσματα των προσπαθειών που κατέβαλε, (δ) οδηγεί τον μαθητή σε αυτογνωσία σχετικά με τις ιδιαίτερες ικανότητες και κλίσεις που διαθέτει και οι οποίες θα μπορούσαν να σχετιστούν με τον επαγγελματικό του προσανατολισμό, (ε) διασφαλίζει σε ικανοποιητικό βαθμό την αξιοπιστία και την εγκυρότητα της αξιολόγησης.

Για να έχει μια πλήρη εικόνα για τον μαθητή ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να χρησιμοποιήσει ποικίλες και διαφορετικές τεχνικές αξιολόγησης. Η ποσοτική αξιολόγηση με τα γραπτά τεστ παρέχει περιορισμένες πληροφορίες σχετικά με το τι μπορεί να κάνει ο μαθητής σε πολύ ειδικές συνθήκες. Οι πληροφορίες από αυτού του είδους την αξιολόγηση δίνουν μια ελλιπή και ίσως αποσπασματική εικόνα σχετικά με τις επιδόσεις των μαθητών. Η χρήση στην τάξη διαφορετικών τεχνικών αξιολόγησης όπως οι ερωτήσεις ανοιχτού τύπου, η συζήτηση, η παρατήρηση, ο φάκελος εργασιών και το ημερολόγιο μπορούν να βοηθήσουν στην προσωπική ανάπτυξη και στην ενδυνάμωση της μαθησιακής διαδρομής προς την επίτευξη των προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων (ΙΕΠ 2011).

Το περιεχόμενο και ο προσανατολισμός του νέου ΠΣ των Μαθηματικών συνδέεται με την ενδυνάμωση των εκπαιδευτικών σε επίπεδο μαθηματικών γνώσεων, καθώς και πρακτικών διδασκαλίας και αξιολόγησης με απώτερο στόχο την επαγγελματική εξέλιξη τους. Ειδικότερα, οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να επιτύχουν την κατανόηση της έννοιας της τροχιάς μάθησης και διδασκαλίας, την αναγνώριση των βασικών μαθηματικών ιδεών και της διαφοροποίησης των δράσεων των μαθητών ανά ηλικία, την εξοικείωση με βασικά μαθηματικά θέματα που εισάγονται για πρώτη φορά στο ΠΣ, την παρακολούθηση της πορείας μιας μαθηματικής έννοιας στο ΠΣ και τον εντοπισμό των μαθησιακών ενεργειών των μαθητών, την αντιμετώπιση καταστάσεων-προβλημάτων από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς, την ανάλυση των καταστάσεων αυτών σε σχέση με τα μαθηματικά και διδακτικά χαρακτηριστικά τους, την τροποποίησή τους ώστε να επιτευχθούν συγκεκριμένα μαθησιακά αποτελέσματα, τον σχεδιασμό διδακτικής παρέμβασης, τη μελέτη σχετικών ερευνητικών άρθρων αναφορικά με ζητήματα διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών, την παρακολούθηση και ανάλυση αποσπασμάτων από την τάξη των Μαθηματικών με στόχο τον εντοπισμό των δράσεων των μαθητών και τον τρόπο διαχείρισής τους από τον εκπαιδευτικό, τη χρήση διαφορετικών διδακτικών εργαλείων και την αξιοποίησή τους για τη συγκρότηση μαθηματικών δραστηριοτήτων, την επιλογή και την ανάπτυξη διδακτικού υλικού και σύνδεσή τους με τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα, τον σχεδιασμό διδακτικών παρεμβάσεων μέσω της συνεργασίας μεταξύ των εκπαιδευτικών αξιοποιώντας δραστηριότητες που προτείνονται από το ΠΣ ή σχεδιάζοντας νέες, την ανάλυση των παρεμβάσεων στην τάξη, την τεκμηρίωση της αποτελεσματικότητάς τους μέσω της μελέτης των κειμένων των μαθητών, τον εντοπισμό και την ερμηνεία «κρίσιμων συμβάντων» κατά τη μάθηση και τη διδασκαλία, καθώς και τον σχεδιασμό διαδικασιών αξιολόγησης της μαθηματικής εξέλιξης των μαθητών και της διδασκαλίας.

1.3.3 Οδηγός του εκπαιδευτικού για τα Μαθηματικά: περιεχόμενο και δομή

Το Πρόγραμμα σπουδών για τα μαθηματικά συνοδεύεται από τον Οδηγό του Εκπαιδευτικού. Ο Οδηγός του Εκπαιδευτικού έχει ως στόχο να βοηθήσει τον εκπαιδευτικό να κατανοήσει τον προσανατολισμό του Προγράμματος Σπουδών και να αναγνωρίσει τις αλλαγές που προτείνονται στο περιεχόμενο και στις διδακτικές προσεγγίσεις, να σχεδιάζει τη διδασκαλία μέσα από παραδείγματα δραστηριοτήτων και διδακτικών εργαλείων, να συνειδητοποιεί τις διδακτικές επιλογές του, καθώς και το αποτέλεσμα που μπορεί να έχουν στη μαθηματική ανάπτυξη των μαθητών του μέσα από τα ερευνητικά δεδομένα της μαθηματικής εκπαίδευσης, να αναγνωρίζει τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα για κάθε μαθηματική περιοχή και να τα συνδέει με υπάρχουσες γνώσεις, να αποπειράται να χρησιμοποιήσει νέες διδακτικές προσεγγίσεις μέσω παραδειγμάτων διαχείρισης που θα επιτρέψουν την πραγματοποίηση των στόχων που έχει θέσει το ΠΣ. Η επίτευξη όσων αναφέρθηκαν απαιτεί τη σύνδεση της έρευνας με την πρακτική δίνοντας έμφαση στο «τι» και στο «πώς», αλλά και στο «γιατί» της διδασκαλίας των Μαθηματικών. Στόχος του Οδηγού του Εκπαιδευτικού είναι η παρουσίαση υλικού, αναλύσεων δραστηριοτήτων και παραδειγμάτων διαχείρισης που θα υποστηρίξουν τον εκπαιδευτικό στον σχεδιασμό και την αξιολόγηση των διδακτικών του παρεμβάσεων.

Η δομή του ΟΕ έχει ως εξής: αρχικά γίνεται αναφορά στις βασικές αλλαγές στο περιεχόμενο, στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών στο νέο ΠΣ, καθώς και στη δομή και στις βασικές αρχές του. Στη συνέχεια, αναπτύσσεται το μαθηματικό περιεχόμενο και τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα, γίνεται σύντομη παρουσίαση των βασικών τροχιών μάθησης και διδασκαλίας ανά ηλικιακό κύκλο, καθώς και εντοπισμός των μεταβάσεων μεταξύ των τροχιών. Παρουσιάζονται οι βασικές αρχές της μάθησης και διδασκαλίας των Μαθηματικών, οι βασικές διεργασίες και η σύνδεσή τους με διδακτικές πρακτικές που μπορούν να τις υποστηρίξουν, αναφορά σε ερευνητικά δεδομένα από το πεδίο της Διδακτικής των Μαθηματικών για υποστήριξη της σημασίας αυτών των διεργασιών και επεξήγηση των διαφορετικών πτυχών τους. Επίσης, υπάρχουν ενδεικτικά παραδείγματα τροχιών μάθησης και η ανάπτυξή τους κατά τάξη και δραστηριότητες, παρουσίαση μέσω δραστηριοτήτων των αλλαγών στα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα κατά τάξη, επιλογή δραστηριοτήτων που θα αντιστοιχούν σε διαφορετικές διεργασίες, επιλογή δραστηριοτήτων που θα "δείχνουν" τη "συνάντηση" τροχιών, σύνδεση των ΠΜΑ με τις διεργασίες, παραδείγματα αξιοποίησης των δραστηριοτήτων στην τάξη, σύνδεση των δραστηριοτήτων-στόχων με ερευνητικά αποτελέσματα, ζητήματα διδακτικής διαχείρισης κατά τάξη, παραδείγματα αξιολόγησης της μαθηματικής δραστηριότητας των μαθητών, συνθετικές εργασίες, ανάλυση παραδειγμάτων συνθετικών εργασιών που προτείνονται στο ΠΣ με εστίαση στη διαχείριση τους και στόχο την ανάδειξη της μαθηματικής δραστηριότητας και των διεργασιών που μπορούν να αναδειχθούν μέσα από κατάλληλη διαχείριση, σημασία της οριζόντιας διασύνδεσης των εννοιών για τη μαθηματική και κοινωνική ανάπτυξη των μαθητών, εκπαιδευτικό υλικό.

1.4 Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο ΠΣ και Πιλοτικό ΠΣ

Στο πλαίσιο αξιοποίησης του ΔΕΠΠΣ, η διάταξη των εννοιών και των θεματικών ενοτήτων είναι διαφορετική σε σχέση με το νέο ΠΣ των Μαθηματικών. Ειδικότερα, στο ΔΕΠΠΣ οι θεματικές ενότητες οργανώνονται γραμμικά, δηλαδή οι μαθηματικές έννοιες εξελίσσονται από τάξη σε τάξη με αθροιστικό τρόπο. Στο νέο ΠΣ των Μαθηματικών η οργάνωση των εννοιών βασίζεται στην ιδέα της τροχιάς μάθησης και διδασκαλίας. Έτσι, οι μαθητές προσεγγίζουν σταδιακά μια σειρά από μαθηματικές έννοιες. Στο ΔΕΠΠΣ το μαθηματικό περιεχόμενο οργανώνεται σε επτά άξονες, ενώ στο νέο ΠΣ των Μαθηματικών η ανάπτυξη του μαθηματικού περιεχομένου γίνεται σε τρεις άξονες: αριθμοί-άλγεβρα, χώρος και γεωμετρία-μετρήσεις και στοχαστικά μαθηματικά. Αυτές οι μαθηματικές περιοχές διατρέχουν το σύνολο των ηλικιακών κύκλων στους οποίους αναφέρεται το νέο ΠΣ.

Στο ΔΕΠΠΣ οι στόχοι προς επίτευξη παρουσιάζονται σε κάθε θεματική ενότητα και αποσκοπούν στην αλλαγή της μαθησιακής «συμπεριφοράς» των μαθητών, η οποία συνιστά ένδειξη κατανόησης των μαθηματικών εννοιών. Στο νέο ΠΣ γίνεται αναφορά σε Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα, τα οποία προσδιορίζονται για κάθε θεματική ενότητα και αφορούν μεν το αποτέλεσμα της μάθησης, κυρίως ως μορφή γνώσεων που αναμένεται να κατανοήσουν οι μαθητές και λιγότερο ως συμπεριφορά που πρέπει να τροποποιήσουν. Ως προς τις διδακτικές προτάσεις-μεθοδολογικές προσεγγίσεις, το ΔΕΠΠΣ στοχεύει στη λογική μαθηματική σκέψη και όχι στην απομνημόνευση αλγορίθμων, μέσω της επίλυσης προβλήματος ως βασική συνιστώσα οργάνωσης της διδασκαλίας. Ειδικότερα, η διδασκαλία ξεκινά με ένα πρόβλημα, το οποίο περιλαμβάνει τις μαθηματικές γνώσεις που πρόκειται να προσεγγίσουν οι μαθητές. Ωστόσο, «δεν επιδιώκεται η μεταφορά της μαθηματικής γνώσης σε άλλα πλαίσια και η χρήση της ως εργαλείο για την αντιμετώπιση πραγματικών καταστάσεων» (Αγγελούδη κ.ά. 2013). Το νέο ΠΣ πριμοδοτεί, επίσης, την επίλυση προβλήματος. Ωστόσο, η επίλυση επιχειρείται μέσω μιας μαθηματικής δραστηριότητας, η οποία προκαλεί τον μαθητή να ενεργήσει χρησιμοποιώντας κατάλληλα μαθηματικά εργαλεία και να αξιοποιήσει-να αναπτύξει μαθηματικές ικανότητες και δεξιότητες. Η μαθησιακή διαδικασία έχει ως στόχο την ενεργοποίηση του νου για να τον οδηγήσει στη μοντελοποίηση μιας πραγματικής κατάστασης και στη μαθηματική διερεύνηση.

Άλλες διαφορές μεταξύ των δύο ΠΣ είναι η εστίαση του ΔΕΠΠΣ στη διαφορετικότητα, η οποία υλοποιείται μέσω διαθεματικών δραστηριοτήτων, ενώ στο νέο ΠΣ τον ρόλο αυτό έχουν «αναλάβει» οι συνθετικές εργασίες που επιχειρούν να συνδέσουν τα Μαθηματικά με άλλα γνωστικά αντικείμενα. Επίσης, στο νέο ΠΣ των Μαθηματικών δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στην αξιοποίηση χειραπτικού και ψηφιακού υλικού, το οποίο πλαισιώνει τις προτεινόμενες δραστηριότητες κατά θεματική ενότητα. Η εισαγωγή αυτών των υλικών συνιστά μια καινοτομία του νέου ΠΣ των Μαθηματικών. Ως προς την αξιολόγηση που προτείνεται, στο νέο ΠΣ ενισχύεται η διαδικασία συγκέντρωσης στοιχείων αναφορικά με τη γνώση, την ικανότητα αξιοποίησης και την προδιάθεση των μαθητών απέναντι στο γνωστικό αντικείμενο, καθώς και της εξαγωγής πορισμάτων από αυτά τα στοιχεία για ποικίλους σκοπούς (Assessment standards). Η αξιολόγηση επιτρέπει τη λειτουργία μιας κυκλικής πορείας συλλογής και ερμηνείας δεδομένων, αξιοποίησης των αποτελεσμάτων για τον σχεδιασμό της διδασκαλίας και σχεδιασμό εκ νέου της αξιολόγησης. Αξιολογείται κυρίως η εννοιολογική γνώση, δηλαδή το πώς κατανοούν οι μαθητές τις έννοιες που συζητιούνται, αλλά και η διαδικαστική γνώση, σε συνδυασμό ωστόσο με την εννοιολογική της βάση, διαφορετικά στερείται νοήματος. Σε αυτή τη συνθήκη, μια μαθηματική δεξιότητα μπορεί να ελεγχθεί με τη χρήση παραδοσιακής δοκιμασίας, ενώ οι εννοιολογικές συνδέσεις «απαιτούν» συζήτηση-αιτιολόγηση (van de Walle 2007).

2^{o} Κεφάλαιο: Πεποιθήσεις και εφαρμογή ΠΣ

2.1 Η έννοια των «πεποιθήσεων»

Το ενδιαφέρον της έρευνας στη διδακτική των Μαθηματικών έχει στραφεί τα τελευταία χρόνια στη μελέτη των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών, καθώς και στον ρόλο που αυτές διαδραματίζουν στην υιοθέτηση διδακτικών πρακτικών και στους τρόπους σύνδεσής τους με τη διδακτική πράξη. Η μετατόπιση του ενδιαφέροντος που παρατηρείται, οφείλεται εν μέρει σε μια γενικότερη μετατόπιση της έρευνας στη μαθηματική εκπαίδευση από τον γνωστικό στον συναισθηματικό τομέα των Μαθηματικών με τις πεποιθήσεις να αποτελούν κύρια συνιστώσα του.

Οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών αποτελούν αντικείμενο μελέτης και προβληματισμού σε διεθνές επίπεδο. Πολλοί ερευνητές εκφράζουν την άποψη ότι οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών σε σχέση με τα Μαθηματικά επιδρούν με καθοριστικό τρόπο στον τρόπο που διδάσκουν τα Μαθηματικά. Με αυτή την έννοια, θεωρείται σημαντική η μελέτη των σχετικών πηγών αναφορικά με τις κύριες πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών για τη φύση, τη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών, καθώς και η επίδραση που ενδεχομένως ασκούν στη διδακτική πρακτική. Το έντονο ενδιαφέρον των ερευνητών της διδακτικής των Μαθηματικών που καταγράφεται διεθνώς για τις στάσεις και τις πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών υποδηλώνει σε έναν βαθμό τη συμφωνία μεταξύ των ειδικών ότι οι πεποιθήσεις συνιστούν βασικό παράγοντα που επιδρά στη διδασκαλία και τη μάθηση. Για τη μελέτη των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών έχουν πραγματοποιηθεί πολλές έρευνες, ωστόσο ένας μικρός αριθμός έχει εστιαστεί στα Μαθηματικά, γεγονός που αναδεικνύει ανάλογες ερευνητικές απόπειρες ιδιαίτερα επίκαιρες. Ένας μεγάλος αριθμός ερευνητών συμφωνεί με την άποψη ότι οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών για τη φύση του αντικειμένου που διδάσκουν (επιστημολογικές) επηρεάζουν με καθοριστικό τρόπο τη διδασκαλία τους. Από την άλλη, ο τρόπος διδασκαλίας υποδηλώνει και υποκρύπτει αντίστοιχες επιστημολογικές πεποιθήσεις.

Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι δεν υπάρχουν κοινά αποδεκτοί ορισμοί για τις πεποιθήσεις. Γενικά, οι πεποιθήσεις μπορούν να οριστούν ως οι θεωρίες, οι αντιλήψεις και οι υποκειμενικές γνώσεις ενός ατόμου στις οποίες συμπεριλαμβάνονται πτυχές του γνωστικού και του συναισθηματικού τομέα (π.χ. Αγγελούδη κ.ά. 2013). Σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρήστου (2001), πεποιθήσεις μπορούν να θεωρηθούν τα λογικά συμπεράσματα που προκύπτουν από τη ζωή ενός ατόμου και τα οποία εμπεριέχουν ένα έντονο συναισθηματικό σκέλος. Συνεπώς, οι πεποιθήσεις φαίνεται να αποτελούν έναν συνδυασμό γνωστικών και συναισθηματικών χαρακτηριστικών των ατόμων. Με την έννοια αυτή, οι πεποιθήσεις είναι ευάλωτες και προσδιορίζονται από πολιτισμικές συνιστώσες, ενώ παράλληλα εδραιώνονται σε βάθος χρόνου (π.χ. McLeod 1992). Οι πεποιθήσεις διαφέρουν από αυτό που ονομάζεται «αντικειμενική γνώση». Οι Φιλίππου και Χρήστου (2001) αναφέρουν ότι «η σημασιολογική διαφορά ανάμεσα στις πεποιθήσεις και τις γνώσεις είναι ότι οι πεποιθήσεις είναι υποκειμενικές απόψεις ή "γνώσεις", οι οποίες είναι αμφισβητήσιμες και διαφοροποιήσιμες, ενώ οι γνώσεις, με τη συνήθη έννοια του όρου, εμπεριέχουν το στοιχείο της αντικειμενικότητας και περιλαμβάνουν αποδεκτά κριτήρια για τον έλεγχο ή την επαλήθευσή τους». Η Thompson (1992) αναφέρει ότι οι πεποιθήσεις εκδηλώνονται από τα άτομα με διαφορετική ένταση στο καθένα, ενώ οι γνώσεις είναι κατά μία έννοια περισσότερο «σταθερές». Επιπλέον, οι πεποιθήσεις σχετίζονται μεταξύ τους «επιβάλλοντας» μια συστημική προσέγγισή τους, καθώς φαίνεται να λειτουργούν ως σύστημα (Philipp 2007).

Η μελέτη του Perry (1970) αποτέλεσε την αρχή του ερευνητικού ενδιαφέροντος της μαθηματικής κοινότητας για τις επιστημολογικές πεποιθήσεις. Ο Perry διέκρινε τις πεποιθήσεις σε δύο κατηγορίες, στις διπολικές και στις σχετικιστικές και περιέγραψε τους τρόπους με τους οποίους φοιτητές που φαινόταν να ανήκουν στη μία ή στην άλλη κατηγορία αντιλαμβάνονταν τη γνώση. Οι Schommer-Aikins et al (2002) συνέχισαν την ερευνητική αυτή προσπάθεια αναδεικνύοντας την πολυπλοκότητα του θέματος. Τόνισαν ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις, ανάλογα με τη φύση τους και τη συνθήκη στην οποία εκδηλώνονται, μπορούν να θεωρηθούν γενικευμένες όταν δεν επηρεάζονται από το γνωστικό αντικείμενο και εξειδικευμένες στην αντίθετη περίπτωση. Από τη μελέτη σχετικών ερευνών προκύπτει ότι ένας μικρός αριθμός εργασιών είχε ως αντικείμενο την εξειδικευμένη ή μη φύση των επιστημολογικών πεποιθήσεων. Η Hofer (2000) στην έρευνά της για τις πεποιθήσεις εντόπισε διαφορές στις διαστάσεις των επιστημολογικών πεποιθήσεων ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο, παρά το γεγονός ότι συνυπάρχουν κοινές, αμετάβλητες πεποιθήσεις. Ανάλογα είναι τα ευρήματα των Buehl et al (2002), τα οποία ενισχύουν την άποψη ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις διαφοροποιούνται ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο. Στην έρευνα αυτή μελετήθηκαν οι πεποιθήσεις φοιτητών σε σχέση με διάφορα γνωστικά αντικείμενα (η έρευνα εστιάστηκε στα Μαθηματικά και στην Ιστορία). Από την ανάλυση των δεδομένων προέκυψε ότι οι επιστημολογικές τους πεποιθήσεις διαφοροποιούνται ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο.

Οι επιστημολογικές πεποιθήσεις επηρεάζουν με τη σειρά τους τις πεποιθήσεις για τη διδασκαλία και τη μάθηση (Brownlee 2001· Stipek et al 2001· Chan 2003). Οι Schommer και Aikins (2002) καταδεικνύουν το πόσο επίκαιρο εξακολουθεί να είναι μέχρι σήμερα το θέμα αυτό, τονίζουν ωστόσο την πολυπλοκότητα που εμπεριέχει.

2.2 Πεποιθήσεις εκπαιδευτικών για τα Μαθηματικά: δομή και περιεχόμενο

Τα Μαθηματικά καταλαμβάνουν σημαντικό μέρος στα Προγράμματα Σπουδών που συγκροτούνται στο σύνολο των αναπτυγμένων εκπαιδευτικών συστημάτων. Κατά συνέπεια, η επιτυχία και η αποτυχία στη μάθηση των Μαθηματικών διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη "διανομή" των εκπαιδευτικών ευκαιριών στους μαθητές και στους νέους ανθρώπους. Μέχρι πρόσφατα, σε αρκετές ευρωπαϊκές χώρες, ως επιτυχία στα Μαθηματικά που διδάσκονταν στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση ερμηνευόταν/ θεωρούνταν η ικανότητα απομνημόνευσης, αναπαραγωγής και χρήσης σχετικά απλών αλγόριθμων (Σακονίδης & Κλώθου 2001).

Πρόσφατα, ωστόσο, έχουν συντελεστεί αξιοσημείωτες αλλαγές στο περιεχόμενο και στις απαιτήσεις της διδασκαλίας και της μάθησης στα σχολικά Μαθηματικά. Ερευνητές στο πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης λαμβάνουν υπόψη διάφορες κοινωνιολογικές παραμέτρους για να αναλύσουν αυτές τις αλλαγές. Συζητούν τόσο για την προοπτική αυτών των αλλαγών όσο και για τις συνέπειές τους και, γενικά, για τη φύση των σχολικών Μαθηματικών. Ένα συγκεκριμένο ζήτημα, το οποίο προκύπτει από τις συζητήσεις αυτές είναι η σχέση μεταξύ σχολικών Μαθηματικών και των κοινωνικών προοπτικών τους, οι οποίες εξετάζονται στις πολλές διαφοροποιημένες τους εκδοχές (Morgan 2010). Από τις μελέτες που έχουν πραγματοποιηθεί, καθώς και από γενικότερους προβληματισμούς που έχουν διατυπωθεί γίνεται σαφές ότι η μαθηματική εκπαίδευση και τα Μαθηματικά δεν μπορούν να εξεταστούν εκτός της κοινωνικής σφαίρας εκδήλωσής τους. Οι ερευνητές προτείνουν μια εναλλακτική προοπτική, στα πλαίσια της οποίας αναμένεται να συνυπολογίζεται η κοινωνική φύση της μαθηματικής συμπεριφοράς, οι θεωρίες του παιδαγωγικού λόγου και της επικοινωνίας και η κοινωνιολογική ανάλυση του ρόλου της εκπαίδευσης και των Μαθηματικών στο κοινωνικό πεδίο. Η εναλλακτική αυτή θεώρηση κρίνεται απαραίτητη για την ερμηνεία φαινομένων μάθησης και διδασκαλίας στα Μαθηματικά.

Μέλη της εκπαιδευτικής κοινότητας αντιμετωπίζουν ως δεδομένο το γεγονός ότι τα Μαθηματικά συνιστούν ανεξάρτητο πεδίο δραστηριότητας, το οποίο θεωρείται ότι έχει οριστεί με σαφήνεια, ακόμη κι αν καταγράφονται διαφωνίες ως προς τον αποδεκτό ορισμό. Ο προβληματισμός που αναπτύσσεται σχετικά με το τι είναι Μαθηματικά στο σχολείο είναι σημαντικό να εστιαστεί στο πώς και στο γιατί συγκεκριμένες πρακτικές των μαθητών μπορούν να ονομαστούν και να γίνουν αποδεκτές ως μαθηματικές, δηλαδή να επικεντρωθεί στην κοινωνικοπολιτισμική διάσταση του θέματος και να την αναδείξει. Το γεγονός ότι μια συγκεκριμένη πρακτική είναι μαθηματική θα πρέπει να ισχυροποιηθεί όχι με αναφορά σε μερικές απόλυτες μετρήσεις, αλλά μέσω της αποδοχής της από τη μαθηματική κοινότητα (ο ρόλος της μαθηματικής κοινότητας στο να ορίζει τι είναι μαθηματικά). Σύμφωνα με αυτή την παραδοχή τα άτομα που είναι εκτός της μαθηματικής κοινότητας μπορούν να αναρωτιούνται για την αξία που έχει μια μαθηματική δραστηριότητα, δεν μπορούν ωστόσο να αναρωτηθούν για το δικαίωμα της ακαδημαϊκής κοινότητας να την αποκαλεί μαθηματική. Η Morgan (1998) αναφέρει ότι ο ορισμός των Μαθηματικών στο σχολείο είναι πιο προβληματικός ίσως γιατί η κοινότητα που εμπλέκεται είναι λιγότερο ομογενοποιημένη και ο εντοπισμός της εξουσίας στο εσωτερικό της κοινότητας είναι λιγότερο βέβαιος.

Στο σχολείο Μαθηματικά είναι αυτό που λαμβάνει χώρα στην τάξη και επικυρώνεται από τον εκπαιδευτικό. Ο εκπαιδευτικός έχει τη δύναμη να ορίσει και να αποδώσει νόημα και αξία στις δραστηριότητες των μαθητών, ονομάζοντάς τες μαθηματικές ή μη, συνεπώς ο εκπαιδευτικός μπορεί να δηλώσει αν ένας μαθητής καταλαβαίνει αυτό που έχει καθιερωθεί ως Μαθηματικά. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου το "δικαίωμα" του εκπαιδευτικού να υιοθετεί αυτή τη στάση κλονίζεται. Ενδεικτικά αναφέρεται το παράδειγμα της Μ. Βρετανίας όπου υπήρξαν αντιδράσεις από την ακαδημαϊκή μαθηματική κοινότητα σχετικά με τη χρήση των διερευνητικών δραστηριοτήτων (investigations) στο Πρόγραμμα Σπουδών με την αιτιολογία ότι εμπλέκουν και ενθαρρύνουν "μη-μαθηματικές" οδούς σκέψης. Επίσης, αντιδράσεις μπορεί να προέλθουν από γονείς, μαθητές ή άλλους εκπαιδευτικούς, συνήθως ως ανταπάντηση σε αλλαγές στο Πρόγραμμα Σπουδών ή στις πρακτικές διδασκαλίας. Για παράδειγμα, ο εκπαιδευτικός που προσπαθεί να εισάγει τη διερεύνηση ή την επίλυση προβλήματος στην τάξη των Μαθηματικών θα κληθεί ίσως να απαντήσει στην ερώτηση «Πότε θα κάνουμε "αληθινά" μαθηματικά;», όπου για τους μαθητές και τους γονείς "αληθινά" μαθηματικά είναι σελίδες γεμάτες με γραπτές ασκήσεις. Οι προσπάθειες που πραγματοποιούνται στην κατεύθυνση της αλλαγής ενός σχολικού Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών συνιστά στην πραγματικότητα μια αναγνώριση αυτού που καταγράφεται ως Μαθηματικά. Η φύση της οποιασδήποτε αλλαγής που θα πραγματοποιηθεί είναι συνέπεια του «ποια ομάδα έχει τη δύναμη της επιβολής στις διαπραγματεύσεις» (Morgan 2010).

Σε αυτή την κατεύθυνση, οι πεποιθήσεις που έχουν οι εκπαιδευτικοί για τα Μαθηματικά ορίζονται με διαφορετικούς τρόπους από τους ερευνητές (Schommer 1990· Chan & Elliot 2002, 2004). Σύμφωνα με τον Henry (2001), ανάλογα με την κοινωνική θέση, τη μόρφωση, την επαγγελματική εμπειρία, την παιδαγωγική δράση και τις ικανότητες των μαθητών του, ο εκπαιδευτικός διαμορφώνει ένα σύνολο από πεποιθήσεις. Για τους εκπαιδευτικούς η σχολική γνώση αποτελεί τη βάση της επιστημολογίας τους. Στη σχετική βιβλιογραφία έχουν καταγραφεί διάφοροι ορισμοί για τις επιστημολογικές πεποιθήσεις. Για παράδειγμα, για τη Schommer (1990), «οι επιστημολογικές πεποιθήσεις είναι οι θεμελιώδεις υποθέσεις για τη φύση της γνώσης και της μάθησης». Οι Chan και Elliot (2002) ορίζουν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις ως «ένα συγκεκριμένο τύπο πεποιθήσεων που περιλαμβάνεται στο γενικότερο σύστημα πεποιθήσεων του ατόμου. Οι επιστημολογικές πεποιθήσεις θεωρούνται θεμελιώδεις παραδοχές σχετικά με τη φύση της γνώσης και της μάθησης». Η Thompson (1984) μελέτησε τις πεποιθήσεις τριών εκπαιδευτικών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης για τα Μαθηματικά σε σχέση με τη διδασκαλία τους. Όρισε τις πεποιθήσεις ως τις προσωπικές και υποκειμενικές εκτιμήσεις των ατόμων σχετικά με τη γνώση και τη μάθηση. Έρευνες, οι οποίες μελέτησαν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών είναι αυτή των Tirri et al (1999) και των van Veen et al (2005), οι οποίοι προσπάθησαν να εντοπίσουν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις που στηρίζουν τη διδασκαλία των εκπαιδευτικών. Οι επιστημολογικές πεποιθήσεις, επίσης, σχετίζονται με το πώς οι άνθρωποι μαθαίνουν και πώς οι ατομικές τους πεποιθήσεις επηρεάζουν τη γνωστική διαδικασία Schommer (1990). Οι Chan και Elliot (2004) ορίζουν τις πεποιθήσεις σε σχέση με τη φύση της γνώσης και την απόκτησή της. Σε άλλη εργασία των ίδιων συγγραφέων (2002), οι επιστημολογικές πεποιθήσεις ορίζονται ως «ένας συγκεκριμένος τύπος πεποιθήσεων που περιλαμβάνεται στο γενικότερο σύστημα πεποιθήσεων του ατόμου». Η Schommer (1990) έκανε την υπόθεση ότι υπάρχει ένα πολύπλοκο και πολυδιάστατο σύστημα επιστημολογικών πεποιθήσεων όπου η κάθε διάστασή του έχει σχέση με συγκεκριμένη πεποίθηση για τη γνώση και τη μάθηση. Το σύστημα αυτό συνιστά την "ατομική επιστημολογία". Η Hofer (2000) ανάπτυξε τον ορισμό περί ατομικής επιστημολογίας συμπληρώνοντας και επιπλέον διαστάσεις μάθησης. Οι Schommer et al (2006) διεύρυναν περαιτέρω την ατομική επιστημολογία αναδεικνύοντας τη σχέση της με τους τρόπους μάθησης, οι οποίοι διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: τη διακριτή μάθηση και τη συνεκτική μάθηση. Στη διακριτή μάθηση τα άτομα διατηρούν ουδέτερη στάση έναντι της πληροφορίας και της πηγής, ενώ στη συνεκτική μάθηση αποδέχονται την πληροφορία.

Αρκετοί ερευνητές στον χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης θεωρούν ότι οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών για τη φύση των Μαθηματικών επηρεάζουν τις πεποιθήσεις τους για τη μάθηση και τη διδασκαλία και κατ' επέκταση την ίδια τη διαδικασία μάθησης και διδασκαλίας των Μαθηματικών. Η ανάγκη για διερεύνηση των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών για τα Μαθηματικά είχε ως αποτέλεσμα να αναπτυχθούν μια σειρά από μοντέλα και κλίμακες για τον προσδιορισμό, την περιγραφή και τη μέτρησή τους. Ερευνητές όπως ο Perry (2005) θεωρούν τις πεποιθήσεις μονοδιάστατες, ενώ άλλοι (Schommer 1990) τις αντιμετωπίσουν ως πολυδιάστατες. Ωστόσο, δεν επήλθε συμφωνία για τον αριθμό και τη φύση των διαστάσεων των πεποιθήσεων. Από ευρήματα σχετικών ερευνών που έχουν πραγματοποιηθεί (π.χ. Hofer 2000· Buehl et al 2002) προκύπτει ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών διαφέρουν ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο στο οποίο αναφέρονται.

2.2.1 Διάκριση των πεποιθήσεων για τα Μαθηματικά

Οι πεποιθήσεις για τα Μαθηματικά μελετώνται σε σχέση με τη φύση των Μαθηματικών και χαρακτηρίζονται ως επιστημολογικές πεποιθήσεις. Σχετίζονται με τη μαθηματική γνώση, τη δομή της, την ανάπτυξη, την εγκυρότητά της κ.λπ. (Φιλίππου & Χρίστου 2002). Επιπλέον, οι πεποιθήσεις για τα Μαθηματικά αφορούν ζητήματα μάθησης και διδασκαλίας, καθώς και των σχέσεων ενός ατόμου με το γνωστικό αντικείμενο.

Ορισμένοι ερευνητές επιχείρησαν να προσδιορίσουν τις διαστάσεις των επιστημολογικών πεποιθήσεων, αναπτύσσοντας διάφορα μοντέλα και καταλήγοντας σε διαφορετικές, όσον αφορά στον αριθμό και στο είδος, διαστάσεις, για παράδειγμα στην έρευνα της Schommer και των Chan και Elliot (2002, 2004), προέκυψε όμοιος αριθμός διαστάσεων, ωστόσο διαφορετικό είδος. Η Schommer (1990) διατύπωσε την υπόθεση ότι υπάρχουν πέντε διαστάσεις επιστημολογικών πεποιθήσεων: η δομή, η βεβαιότητα και η προέλευση που σχετίζονται με τη γνώση και η ικανότητα και η ταχύτητα που σχετίζονται με τη μάθηση. Από την ανάλυση των δεδομένων της έρευνας, τα οποία αφορούσαν 266 φοιτητές πανεπιστημίων των ΗΠΑ, προέκυψαν τέσσερις παράγοντες, η έμφυτη ικανότητα, η απλή γνώση, η γρήγορη μάθηση και η βέβαιη γνώση. Στην έρευνα των Chan και Elliot (2002, 2004) και από την ανάλυση των δεδομένων από 385 φοιτητές προέκυψαν και πάλι τέσσερις παράγοντες, αλλά διαφορετικού είδους από αυτούς της Schommer (η έμφυτη ικανότητα, η γνώση αυθεντιών, η βεβαιότητα της γνώσης, η διαδικασία μάθησης). Σε αυτή τη μελέτη οι φοιτητές φάνηκε να πιστεύουν περισσότερο ότι η γνώση αποκτάται μέσω των διαδικασιών μάθησης και όχι από τη μετάδοσή της από ειδικούς. Τα ευρήματα αυτής της έρευνας λειτούργησαν ενισχυτικά στην υπόθεση της Schommer για ένα πολυδιάστατο σύστημα πεποιθήσεων, του οποίου οι διαστάσεις είναι λιγότερο ή περισσότερο ανεξάρτητες. Οι διαστάσεις αυτές είναι περίπου όμοιες ως προς τον αριθμό, αλλά διαφέρουν ως προς το είδος. Σε έρευνες των Clarebout et al (2001) δεν προέκυψαν οι ίδιοι παράγοντες ούτε ως προς τον αριθμό ούτε ως προς το είδος σε σχέση με τα ευρήματα της Schommer (1990). Ένας βασικός λόγος αυτής της διαφοροποίησης μεταξύ των ερευνών είναι το διαφορετικό πολιτισμικό πλαίσιο στο οποίο διενεργήθηκαν, καθώς και τα διαφορετικά εκπαιδευτικά περιβάλλοντα.

Ο Ernest (1988) διέκρινε τρεις βασικούς τύπους πεποιθήσεων για τα Μαθηματικά. *Πεποιθήσεις επίλυσης προβλήματος*: πρόκειται για μια δυναμική θεώρηση των Μαθηματικών ως μιας διαδικασίας συνεχούς αναζήτησης και επέκτασης της γνώσης, τα αποτελέσματα της οποίας δε θεωρούνται αναμφισβήτητα, *πλατωνική άποψη πεποιθήσεων*: πρόκειται για μια στατική θεώρηση των Μαθηματικών ως σώμα γνώσης αληθειών που συνδέονται μεταξύ τους με βάση τους κανόνες της λογικής˙ τα μαθηματικά δεν παράγονται, ανακαλύπτονται, *εργαλειακή άποψη περί πεποιθήσεων*: τα Μαθηματικά γίνονται αντιληπτά ως ένα σύνολο γεγονότων, κανόνων και δεξιοτήτων που εξυπηρετούν συγκεκριμένες ανάγκες και λειτουργίες.

Σχετικά με τη μάθηση των Μαθηματικών η Tsatsaroni et al (1997) διέκριναν τρεις κατηγορίες πεποιθήσεων. *Πεποιθήσεις που σχετίζονται με τη διαδικασία διερεύνησης*: δίνεται έμφαση στη μαθησιακή χειραφέτηση του μαθητή μέσω της κριτικής θεώρησης της γνώσης, (β) *πεποιθήσεις με έμφαση στη διαδικασία κατασκευής*: αναφέρονται στην ενεργή εμπλοκή του μαθητή στη διαδικασία μάθησης με στόχο την κατασκευή του μαθηματικού νοήματος, *πεποιθήσεις με εστίαση στη διαδικασία αναπα-*

ραγωγής: η έμφαση δίνεται στην αναπαραγωγή της γνώσης, ενώ η απομνημόνευση αποτελεί βασικό τρόπο μάθησης (Σακονίδης & Κλώθου 2001).

2.2.2 Σχέση πεποιθήσεων για τα Μαθηματικά και διδακτικών πρακτικών

Η σχέση μεταξύ πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών για τη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών και διδακτικών πρακτικών δεν μπορεί να προσδιοριστεί με σαφήνεια. Η διερεύνηση του δίπολου πεποιθήσεων και πρακτικών προσελκύει το ενδιαφέρον πολλών ερευνητών σε μια προσπάθεια να προσδιοριστεί η σχέση που ενδεχομένως υπάρχει μεταξύ τους. Σύμφωνα με την Thompson (1992) οι πεποιθήσεις επηρεάζουν σημαντικά τις διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών στην τάξη των Μαθηματικών. Ανάλογα ευρήματα προκύπτουν και από έρευνα του Nespor (1987) και του Ernest (1988), όπου «πιστοποιείται» κατά μία έννοια η ύπαρξη σχέσης μεταξύ πεποιθήσεων και πρακτικών και, ειδικότερα, μεταξύ των πεποιθήσεων για τα Μαθηματικά, για τη μάθηση και τη διδασκαλία τους σε συνδυασμό με το κοινωνικό πεδίο στο οποίο ασκούνται. Στον αντίλογο αυτής της συζήτησης τοποθετούνται ερευνητές, όπως ο Ruthven (1987) και ο Skott (2001), οι οποίοι υποστηρίζουν την ανάγκη για απομάκρυνση των εκπαιδευτικών από στερεότυπα και υπεραπλουστεύσεις στις ερμηνείες τους για θέματα μάθησης και διδασκαλίας και την αλλαγή της διδακτικής πρακτικής, η οποία πρώτη, με σιωπηρό τρόπο και στη βάση των εμπειριών τους από την τάξη των Μαθηματικών, επηρεάζει τις σχετικές νοηματοδοτήσεις τους.

Η εξέλιξη της έρευνας στο πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης ανέδειξε τη δυναμική, μη γραμμική σχέση που φαίνεται να καταγράφεται μεταξύ πεποιθήσεων και πρακτικών, με την έννοια ότι οι πεποιθήσεις συνιστούν περισσότερο ένα δυναμικό σύστημα που βρίσκεται σε διαλεκτική σχέση με τις διδακτικές πρακτικές (π.χ. Furinghetti 2007).

Σε σχέση με τις πρακτικές διδασκαλίας των Μαθηματικών, οι Kuhs και Ball (1986) διέκριναν τέσσερις κυρίαρχες τάσεις στη διδασκαλία των Μαθηματικών, καθεμία από τις οποίες επικεντρώνεται: *στην τάξη* όπου η διδασκαλία καθορίζεται από δομημένες και οργανωμένες διαδικασίες, οι οποίες λειτουργούν αποτελεσματικά, *στον μαθητή* με την έννοια ότι η διδασκαλία επικεντρώνεται στην ατομική κατασκευή του μαθηματικού νοήματος από τους ίδιους τους μαθητές, *στο περιεχόμενο με έμφαση στην εννοιολογική κατανόηση*, σύμφωνα με το οποίο αποδίδεται ιδιαίτερη σημασία στην εννοιολογική κατανόηση του μαθηματικού περιεχομένου, καθώς και *στο περιε-*

χόμενο με έμφαση στην επίδοση με την έννοια ότι αποδίδεται ιδιαίτερη σημασία στην επίδοση των μαθητών στον ορθό χειρισμό κανόνων και στις μαθηματικές διαδικασίες (Σακονίδης & Κλώθου 2001).

Σε σχέση με τις πρακτικές αξιολόγησης στα Μαθηματικά, οι Tsatsaroni et al (1997) υποστήριξαν ότι μπορεί να γίνει διάκριση των πρακτικών αξιολόγησης που υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί στα Μαθηματικά σε τρεις βασικές κατηγορίες: η πρώτη κατηγορία αφορά τη χειραφετική αξιολόγηση, η οποία διενεργείται με σιωπηρά κριτήρια. Σε αυτή τη συνθήκη, η αξιολόγηση είτε απορρίπτεται ως μηχανισμός αναπαραγωγής είτε λειτουργεί συνδυαστικά για την εκπαιδευτική διαδικασία και την τάξη και αφορά στην απόκτηση κριτικής στάσης απέναντι στη γνώση. Η δεύτερη κατηγορία αφορά την ανεπίσημη αξιολόγηση, η οποία διενεργείται, επίσης, με σιωπηρά κριτήρια. Εδώ η αξιολόγηση επικεντρώνεται στην πορεία και στη διαδικασία μάθησης, ενώ στην τρίτη κατηγορία της επίσημης αξιολόγησης και των σαφών κριτηρίων, η αξιολόγηση των μαθητών γίνεται ατομικά με βάση μια «αντικειμενική» κλίμακα, έχει σαφή κριτήρια και εστιάζεται στο αποτέλεσμα.

2.2.3 Πεποιθήσεις για τη φύση, τη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών

Οι πεποιθήσεις μπορεί να είναι γενικές και να μην επηρεάζονται από το γνωστικό αντικείμενο ή ειδικές ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο. Η Hofer (2000) στη μελέτη της διαπίστωσε ότι υπάρχουν διαφορές στις πεποιθήσεις που έχουν οι εκπαιδευτικοί ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο. Οι Buehl et al (2002) στη μελέτη τους εξέτασαν το αν διαφοροποιούνται οι πεποιθήσεις φοιτητών ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο και εντόπισαν δεδομένα που ενίσχυαν την υπόθεση ότι οι πεποιθήσεις σχετίζονται με το γνωστικό αντικείμενο.

Οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών για τη φύση των Μαθηματικών επηρεάζουν τη διδασκαλία και τη μάθηση. Η Brownlee (2001) εξηγεί τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στις πεποιθήσεις και στον τρόπο που οι εκπαιδευτικοί αντιλαμβάνονται τη διδασκαλία. Επίσης, από την έρευνα του Chan (2003), στην οποία συμμετείχαν φοιτητές, προέκυψε ότι οι πεποιθήσεις τους για τη φύση των Μαθηματικών επηρέασαν τις πεποιθήσεις τους περί μάθησης και διδασκαλίας. Αυτό που προκύπτει από τις σχετικές έρευνες είναι ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις επηρεάζουν τη διδασκαλία και τη μάθηση. Για παράδειγμα, εκπαιδευτικοί που έχουν μια διπολική θέση απέναντι στη φύση των Μαθηματικών υιοθετούν μια παραδοσιακή προσέγγιση στη διδασκαλία τους και δεν εστιάζουν στο πώς οι μαθητές δομούν τις έννοιες, ενώ εκπαιδευτικοί που υιοθετούν μια σχετικιστική θέση για τα Μαθηματικά υποστηρίζουν την εννοιολογική κατανόηση της μαθηματικής γνώσης (Brownlee 2001).

Ερωτήματα σχετικά με τη φύση των Μαθηματικών, δηλαδή τι είναι Μαθηματικά, συμπεριλήφθησαν σε μεγάλο μέρος των ερευνών (π.χ. Khait 2005· Scirralli & Sinclair 2003), ωστόσο διαφοροποιούνται όταν περιοριστούν στα εκπαιδευτικά πλαίσια. Ο Khait (2005) κάνει μια ανασκόπηση των ορισμών που έχουν διατυπωθεί για το τι είναι Μαθηματικά με στόχο τον εντοπισμό κοινών περιγραφών για τα Μαθηματικά. Διέκρινε τις περιγραφές σε διευρυμένες και σε εσωτερικές. Αναφέρει, επίσης, ότι για μεγάλο χρονικό διάστημα τα Μαθηματικά φαινόταν να μην συσχετίζονται με τη γλώσσα μέχρι τη δημοσίευση των εργασιών των Boole και De Morgan τον 19^{ο} αιώνα. Επίσης, ότι ο φορμαλισμός δεν είχε σχέση με τη λογική. Η μεγάλη αλλαγή στη θεώρηση των Μαθηματικών επήλθε με την ένταξη της λογικής στα Μαθηματικά, τα οποία θεωρούνταν η επιστήμη των ποσοτήτων και των χωρικών σχέσεων.

Σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρίστου (2001), οι πεποιθήσεις περί φύσης των Μαθηματικών «σχετίζονται με την οντολογική φύση του αντικειμένου (τι είναι και πώς αναπτύσσονται τα Μαθηματικά) και μπορούν να θεωρηθούν ότι αποτελούνται από το σύνολο συνειδητών και υποσυνείδητων εννοιών, κανόνων, αναπαραστάσεων, αλγόριθμων και εμπειριών που έχουν άμεση ή έμμεση σχέση με τα Μαθηματικά». Οι πεποιθήσεις, με βάση τη δομή τους, συστήνουν τις παρακάτω κατηγορίες: τη δυναμική θεώρηση, τη στατική θεώρηση και την εργαλειακή άποψη.

Σύμφωνα με τη δυναμική θεώρηση, τα Μαθηματικά είναι μια διαδικασία που αναπτύσσεται διαρκώς, μια διαδικασία ανακάλυψης και διερεύνησης της νέας γνώσης που «συμπληρώνει, επεκτείνει ή διαφοροποιεί την προηγούμενη». Κατά συνέπεια, τα Μαθηματικά βρίσκονται σε διαρκή εξέλιξη. Σύμφωνα με τη στατική θεώρηση, τα μαθηματικά είναι «ένα ενιαίο σώμα γνώσεων, γεγονότων και δομών που συνδέονται μεταξύ τους με βάση τη λογική. Με αυτήν την έννοια, τα Μαθηματικά είναι απόλυτες αλήθειες που υπήρχαν πάντα και που το άτομο καλείται να τις ανακαλύψει. Πρόκειται για μια μορφή πλατωνικής, ιδεαλιστικής άποψης. Τέλος, σύμφωνα με την εργαλειακή άποψη, «τα μαθηματικά είναι ένα σύνολο συσσωρευμένων γεγονότων, κανόνων και δεξιοτήτων» που χρησιμοποιούνται με τον κατάλληλο τρόπο από τον εκπαιδευτικό ώστε να επιτευχθούν πρακτικοί στόχοι (Σακονίδης & Κλώθου 2001).

Για αιώνες τα Μαθηματικά θεωρούνταν το καλύτερο παράδειγμα «απόλυτης, ασφαλούς και διαχρονικής αλήθειας». Στη συνέχεια, υπήρξε η περίοδος της πολλαπλής φύσης του αντικειμένου με την απελευθέρωση της γεωμετρίας, όπου υπήρχαν πολλές γεωμετρίες, πολλές άλγεβρες κ.λπ. Ακολούθησε μια περίοδος σχετικισμού με κατάληξη την «εγκατάλειψη της προσπάθειας για πλήρη λογική θεμελίωση των Μαθηματικών». Στην παρούσα φάση, επικρατεί ο εξελισσόμενος δυναμικός χαρακτήρας της επιστήμης των Μαθηματικών στο πλαίσιο του σχετικισμού. Για τον Skemp (1989), «η διαφορά ανάμεσα στην εργαλειακή και στη σχεσιακή αντίληψη είναι ότι υπάρχουν δύο διαφορετικά αντικείμενα που διδάσκονται κάτω από το ίδιο όνομα». Από τα εμπειρικά δεδομένα προκύπτει ότι «οι εκπαιδευτικοί με εργαλειακή πεποίθηση για τα Μαθηματικά δίνουν έμφαση στην απομνημόνευση κανόνων, σε άσκηση στην εφαρμογή αλγόριθμων χωρίς να ενδιαφέρονται πολύ για την αιτιολόγησή τους». Οι Andrews και Hatch (2000) στη μελέτη τους για τις πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών για τα Μαθηματικά και τη διδασκαλία τους ανέδειξαν εννέα παράγοντες: τέσσερις για τα μαθηματικά και πέντε για τη διδασκαλία. Οι Stipek et al (2001) στην εργασία τους για τη διερεύνηση πιθανής σχέσης μεταξύ των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών για τα Μαθηματικά και των διδακτικών τους πρακτικών χρησιμοποίησαν ποσοτική και ποιοτική έρευνα.

Η ανασκόπηση της σχετικής βιβλιογραφίας οδήγησε στο συμπέρασμα ότι έχει πραγματοποιηθεί ένας μεγάλος αριθμός ερευνών που μελετούν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις εκπαιδευτικών (Thompson 1984· Schommer 1990· Brownlee 2001· Chan & Elliot 2002, 2004· Hofer 2000, 2004· Stipek et al 2001). Από τα ευρήματα των ερευνών, ωστόσο, προκύπτει ότι η φύση των πεποιθήσεων είναι πολύπλοκη. Με την έννοια αυτή, είναι σημαντικό να συνεχιστεί η διερεύνησή τους, καθώς πρόκειται για πολυσύνθετο φαινόμενο που αφορά το κάθε άτομο, ωστόσο από μια εναλλακτική οπτική. Επίσης, από την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας προέκυψε ότι οι περισσότερες έρευνες έχουν γίνει σε νέους εκπαιδευτικούς ή σε φοιτητές και ελάχιστα σε εν ενεργεία εκπαιδευτικούς της υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Η διαπίστωση αυτή σε συνδυασμό με τη σημαντική θέση που κατέχουν τα Μαθηματικά στο Πρόγραμμα Σπουδών καθιστούν αναγκαία οποιαδήποτε έρευνα διευκολύνει τη διδασκαλία τους.

Οι πεποιθήσεις περιλαμβάνουν αξίες και αντιλήψεις που συχνά αιτιολογούν τη δράση με συγκεκριμένους τρόπους σε απάντηση συγκεκριμένων τύπων γνώσης σε δεδομένες καταστάσεις (Van Zoest 1994). Διακρίνονται τρεις τύποι πεποιθήσεων: πεποιθήσεις σχετικά με το περιεχόμενο και το ΠΣ: αναφέρονται στο τι μετρά ως αξιόπιστη μαθηματική γνώση και ποιος μπορεί να συμμετάσχει στη δημιουργία της. Πεποιθήσεις σχετικά με την παιδαγωγική: σχετίζονται με τις μορφές διδασκαλίας που είναι καταλληλότερες για τις αναπτυξιακές ανάγκες των μαθητών. Πεποιθήσεις σχετικά με την επαγγελματική συμμετοχή: αφορούν την αξιοπιστία συγκεκριμένων επιχειρημάτων και την καταλληλότητα της γλώσσας που χρησιμοποιείται.

Όλο και περισσότερες έρευνες φανερώνουν την κρίσιμη συμβολή της προσωπικής επιστημολογίας στην ακαδημαϊκή επίδοση (Magolda 1994· Wideen et al 1998· Fang-Yin 2005). Η εστίαση στην επιστημολογία είναι ιδιαίτερα σημαντική στην περίπτωση των εκπαιδευτικών, με δεδομένη την ισχύ τους να επηρεάσουν τη μάθηση και την ανάπτυξη των παιδιών και τη συνεχή επίδραση που μπορούν να έχουν στη σχέση τους με τη γνώση, καθώς ενηλικιώνονται. Ο Perry (1970) και, στη συνέχεια, οι Belenky et al (1986) ήταν οι πρώτοι, οι οποίοι διευκόλυναν την "πρόσβαση" στον νου των φοιτητών, καθώς προσέγγισαν την ανώτερη σκέψη και τη μεταγνώση. Συγκεκριμένα, αναγνώρισαν τέσσερα ιεραρχικά διατεταγμένα στάδια, από τα οποία διέρχονται οι φοιτητές: από τον δυϊσμό ή την προσλαμβανόμενη γνώση, στην πολλαπλότητα ή την υποκειμενική γνώση, στη συνέχεια, στον σχετικισμό ή τη διαδικαστική γνώση και, τέλος, στη δέσμευση ή στην κατασκευή. Υπέθεσαν ότι αυτή η πορεία, ενώ δεν είναι υποχρεωτική, είναι μονοδιάστατη και γραμμική.

Πολλά άλλα αναπτυξιακά μοντέλα αναπτύχθηκαν από το 1970 και μετά. Για παράδειγμα, οι Kuhn και Weinstock (2002) υποστήριξαν ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις εξελίσσονται από τον αντικειμενισμό (η πραγματικότητα αντιγράφεται), στον υποκειμενισμό (πολλαπλότητα) και, στη συνέχεια, στην εκτίμηση/ στον αξιολογισμό (στη γνώση που κατασκευάζεται ατομικά, ελέγχεται κριτικά, ενημερώνεται και εξελίσσεται). Ο Magolda (2004) βρήκε διαφορές που σχετίζονται με το φύλο στα στάδια και στον χαρακτήρα της επιστημολογικής ανάπτυξης και ο Goldberger (1996) αναγνώρισε ότι μερικοί τρόποι προσέγγισης της γνώσης μπορεί να είναι πολιτισμικά ακατάλληλοι και, επομένως, τα αναπτυξιακά μονοπάτια μπορεί να μην είναι παγκοσμίως αποδεκτά. Τα παραπάνω δεν συμφωνούν με την ιδέα της μονομερούς και γραμμικής ανάπτυξης/ εξέλιξης της επιστημολογίας των Μαθηματικών.

Πιο σύγχρονες προσεγγίσεις αξιοποίησαν πολυπαραγοντικές ποσοτικές μεθόδους για να μελετήσουν τη φύση και τις αλλαγές της επιστημολογίας. Για παράδειγμα, η Schommer (1998) εντόπισε πέντε διαστάσεις αναφορικά με τις οποίες διαφέρουν οι πεποιθήσεις για τη μάθηση και τη γνώση: αυθεντία (πεποιθήσεις για την εγκυρότητα της πηγής της γνώσης), βέβαιη γνώση (πεποιθήσεις για την αξιοπιστία της γνώσης), απλή γνώση (πεποιθήσεις για τη δομή της γνώσης), γρήγορη μάθηση (πεποιθήσεις για την ταχύτητα μάθησης), έμφυτη γνώση (πεποιθήσεις για τη χωρητικότητα της μάθησης). Η Schommer πρότεινε ότι ένας μαθητευόμενος μπορεί να κατέχει ταυτόχρονα ανταγωνιστικές πεποιθήσεις και σκέψεις, οι οποίες μπορεί να αναπαρίστανται σε εσωτερικά εξαρτώμενα continua. Για παράδειγμα, μπορεί να πιστεύει ότι η γνώση είναι αξιολογικού/ εκτιμητικού χαρακτήρα και, ταυτόχρονα, να διατηρεί την πεποίθηση ότι ένα μικρό μέρος της είναι απόλυτο. Η πολυδιάστατη κατανόηση των επιστημολογικών πεποιθήσεων προσέφερε το απαραίτητο πλαίσιο για τη μελέτη των συνεπειών-των παρεμβάσεων, οι οποίες εστιάζονται σε αυτές. Τυπικά, οι μαθητές με εκπαιδευτικούς που αντανακλούν σχετικιστικές και κατασκευαστικές πεποιθήσεις και τις εφαρμόζουν στην πράξη, εμφανίζουν κατανόηση πολύπλοκων εννοιών και τείνουν να αξιολογούν και να συνθέτουν πολλαπλές γνώσεις και πραγματικότητες σε σχέση με την κατασκευή της γνώσης.

Ο Perry (1970) υπέθεσε ότι η προσωπική επιστημολογία είναι μονοδιάστατη και αναπτύσσεται με βάση μια προκαθορισμένη διαδοχή σταδίων. Η Schommer (1994), αντίθετα, υποστήριξε ότι μια πιο πιθανή θεώρηση είναι ότι η προσωπική επιστημολογία είναι ένα σύστημα από λίγο ή πολύ ανεξάρτητες διαστάσεις. Επομένως, οι επιστημολογικές πεποιθήσεις είναι ένα σύστημα που αποτελείται από πεποιθήσεις που δεν αναπτύσσονται από κοινού σύμφωνα με μια λογική σταδίων. Σε κάποιο βαθμό, οι πεποιθήσεις στις διάφορες διαστάσεις μπορεί να είναι ασυνεπείς μεταξύ τους. Τις χαρακτηρίζει ως κατανομές συχνότητας, δεν είναι απόλυτες, αλλά ανήκουν σε ένα συγκεκριμένο αριθμό περιπτώσεων.

Σχετικές έρευνες έχουν δείξει ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις συνδέονται με μεταγνωστικές δραστηριότητες, όπως είναι η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων (Schoenfeld 1985). Στην τάξη ο εκπαιδευτικός χρειάζεται να λάβει διάφορες αποφάσεις, οι οποίες επηρεάζουν τη συμπεριφορά του. Αυτές οι αποφάσεις είναι μεταγνωστικού χαρακτήρα και επηρεάζονται τόσο από το πλαίσιο της τάξης όσο και από τις πεποιθήσεις του για τη γνώση και την απόκτησή της, δηλαδή, τη μάθηση. Μελέτες σχετικές με τις επιστημολογικές πεποιθήσεις υποδεικνύουν ότι αυτές επηρεάζουν τις αντιλήψεις για τη μάθηση και τη διδασκαλία (Brousseau & Freeman 1988). Επίσης, έχει φανεί ότι οι εκπαιδευτικές πεποιθήσεις ή οι προσανατολισμοί αξιών διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στις κρίσεις των εκπαιδευτικών για το ποια γνώση να κρατήσουν στη μνήμη, επιτρέποντάς τους έτσι να επιλέξουν και να αποθηκεύσουν την πληροφορία που θεωρούν περισσότερο σχετική και χρήσιμη (Ennis et al 1997). Ο Chan (2004) έδειξε ότι υπάρχουν πολιτισμικές διαφορές και διαφορές πλαισίου στις προσωπικές επιστημολογικές πεποιθήσεις μελλοντικών εκπαιδευτικών από το Χονγκ Κογκ. Επίσης, οι τελευταίες συνδέονται με τις αντιλήψεις τους για τη μάθηση και τη διδασκαλία. Οι Hofer και Pintrich (1997) πρότειναν ότι η κατασκευή του πυρήνα των επιστημολογικών θεωριών ή πεποιθήσεων συντίθεται από τέσσερις διαστάσεις για τη γνώση: βεβαιότητα της γνώσης, απλότητα της γνώσης, πηγή της γνώσης και αιτιολόγηση της γνώσης. Μελέτες σχετικές με τις προσωπικές επιστημολογικές πεποιθήσεις υποδεικνύουν ότι αυτές οι πεποιθήσεις ασκούν ισχυρές, λεπτές και ασυνείδητες επιρροές στη διδασκαλία, στη μάθηση και στα αποτελέσματά τους (Schommer-Aikins et al 2002). Η έμφαση στις πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών οφείλεται στο ότι οι πεποιθήσεις είναι σε μεγάλο βαθμό συμβατές με τις πρακτικές τους στην τάξη και δρουν ως φίλτρα που προδιαθέτουν την πρακτική τους, αλλά και τη δική τους μάθηση (Pajares 1992· Richardson 1996).

Οι μελέτες που αφορούν στην ανάπτυξη των επιστημολογικών πεποιθήσεων δείχνουν ότι τα άτομα διέρχονται τέσσερα στάδια που διακρίνονται για κάποια κοινά χαρακτηριστικά τους. Τα στάδια αυτά είναι ο δυϊσμός, η πολλαπλότητα, η σχετικότητα και η δέσμευση μέσα στη σχετικότητα (Hofer & Pintrich 1997). Γενικά, ξεκινούν με μια πεποίθηση για τη γνώση ως σωστή ή λανθασμένη και προοδευτικά μετακινούνται προς μια κατανόηση ότι όλη η γνώση είναι σχετική. Επιπλέον, καθώς τα άτομα αναπτύσσονται, αποκτούν μια ισχυρότερη αίσθηση ότι η γνώση κατασκευάζεται από τα ίδια. Ακόμη, τα στάδια αυτά συνδέονται με το επίπεδο εκπαίδευσης του ατόμου, παρατηρούνται έμφυλες διαφορές στην ανάπτυξη των σταδίων, ενώ μόνο ένα μικρό ποσοστό φτάνει στα ανώτερα στάδια αυτής της ανάπτυξης. Σε ότι αφορά την επίδραση της τυπικής εκπαίδευσης στην ανάπτυξη των σταδίων, πρόσφατες έρευνες δείχνουν ότι το γνωστικό αντικείμενο επιδρά στη διαμόρφωση των επιστημολογικών πεποιθήσεων.

Έρευνες που εστιάστηκαν στην επίδραση των επιστημολογικών πεποιθήσεων στις ατομικές γνωστικές και μεταγνωστικές διαδικασίες υποδεικνύουν ότι υφίσταται επίδραση στους μαθητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Είναι προφανές ότι μια κονστρουβιστική προσέγγιση στη μάθηση θα απαιτούσε από τους εκπαιδευτικούς να αναγνωρίσουν τη σχετικιστική φύση της γνώσης και συνεπάγεται ότι θα πρέπει να βρίσκονται σε ανώτερο στάδιο επιστημολογικής ανάπτυξης. Καθώς οι εκπαιδευτικοί πλησιάζουν προς το τέλος των σπουδών τους ή αναπτύσσονται επαγγελματικά, γίνονται πιο σχετιστικιστές και διαθέτουν πιο πολύπλοκες επιστημολογικές απόψεις.

Οι πεποιθήσεις λειτουργούν σε δύο επίπεδα. Στο χαμηλότερο επίπεδο υπάρχουν απομονωμένες πεποιθήσεις που μπορεί να ανήκουν/ να αναφέρονται σε οντότητες εκτός του ελέγχου του ατόμου, μπορεί να αναπαριστούν ένα ιδεατό εναλλακτικό κόσμο, μπορεί να έχουν συναισθηματικά και αξιολογικά συστατικά και μπορεί να προέρχονται από συγκεκριμένες εμπειρίες του ατόμου. Είναι ιδιαίτερα προσωπικές και ανεπηρέαστες από πειθώ και μπορεί να έχουν σχηματιστεί τυχαία (Pajares 1992). Στο δεύτερο επίπεδο, όπου κυρίως εκδηλώνονται, συγκεντρώνονται σε συστήματα πεποιθήσεων, τα οποία η Thompson (1992) περιγράφει ως δομές οργάνωσης. Ένα σύστημα πεποιθήσεων μπορεί να τηρείται σε απομόνωση από άλλα, καθιστώντας δυνατό ένα άτομο να διατηρεί εμφανώς αντικρουόμενες πεποιθήσεις. Δεν απαιτούν κοινωνική συναίνεση ούτε εσωτερική συνέπεια (Ponte 1994). Μέσα σε ένα σύστημα πεποιθήσεων μπορεί να συνυπάρχουν αρχικές και παράγωγες πεποιθήσεις, κεντρικές και περιφερειακές, γεγονός που φανερώνει ότι οι πεποιθήσεις μέσα σε ένα σύστημα δεν είναι ούτε τελείως ανεξάρτητες ούτε εξίσου ευαίσθητες σε εξωτερικές επιδράσεις/ επιρροές. Είναι σημαντικό το ότι οι άνθρωποι προσπαθούν να διατηρήσουν την ισορροπία στα συστήματα πεποιθήσεών τους. Τείνουν «να διαμορφώνουν και να διατηρούν πεποιθήσεις που εξυπηρετούν τις δικές τους ανάγκες, επιθυμίες και στόχους» με συνέπεια οι πεποιθήσεις «να προκαλούν προκαταλήψεις στην αντίληψη και στην κρίση» (Snow, Corno & Jackson 1996, σελ. 292). Στην ουσία, οι πεποιθήσεις αποτελούν κωδικοποιημένους γνωστικούς/ συναισθηματικούς σχηματισμούς, στους οποίους αυτός που τις φέρει αποδίδει αξία. Αποτελούν φίλτρα, μέσω των οποίων ερμηνεύεται η εμπειρία (Pajares 1992).

Οι σχετικές βιβλιογραφικές αναφορές στη Διδακτική των Μαθηματικών συχνά εντάσσουν τις πεποιθήσεις στις αντιλήψεις, οι οποίες περιγράφονται ως «συνειδητές ή ασυνείδητες πεποιθήσεις, έννοιες, νοήματα, κανόνες, νοητικές εικόνες και προτιμήσεις» (Thompson 1992, σελ. 132). Η βασική διαφορά τους από τη γνώση συνίσταται στο ότι δεν είναι προϊόν κοινής συναίνεσης και, επομένως, είναι αμφισβητήσιμες (Greeno et al 1996), ενώ αντιμετωπίζουν τις λειτουργίες των πεποιθήσεων ως στάσεις (McLeod 1992). Ο Lerman (1990) περιγράφει ένα συνεχές αντιλήψεων/ πεποιθήσεων για τα Μαθηματικά και των σχετιζόμενων/ αντίστοιχων παιδαγωγικών. Στη μια άκρη βρίσκεται μια φιλοσοφία απολυτότητας, σύμφωνα με την οποία τα Μαθηματικά είναι ένα αμετάβλητο σώμα γνώσης που οι εκπαιδευτικοί μεταβιβάζουν με επιτυχία. Στο άλλο άκρο βρίσκεται μια οπτική διαψευσιμότητας, όπου τα μαθηματικά παρουσιάζονται ως μια κοινωνική κατασκευή που "μαθαίνεται" μέσω της εμπλοκής σε διαδικασίες επίλυσης προβλήματος.

Πολλές από τις έρευνες που ακολούθησαν τροφοδότησαν/ πληροφόρησαν τις θεωρητικές κατασκευές του Ernest, ενώ άλλες κινήθηκαν σε διαφορετική κατεύθυνση. Για παράδειγμα, αναφορικά με τις τελευταίες, ο Mura (1993) αναγνώρισε ένα σύνολο από δώδεκα μη ιεραρχικά ταξινομημένες θεματικές αντιλήψεων/ πεποιθήσεων για τα Μαθηματικά, όπως τις ονόμασε, ανάμεσα σε φοιτητές Μαθηματικών, οι Crawford et al (1994) εντόπισαν 5 τέτοιες ομάδες σε πρωτοετείς φοιτητές Μαθηματικών, οι οποίες παρουσίαζαν μια ιεραρχική ταξινόμηση, από πεποιθήσεις των Μαθηματικών ως «αριθμών, κανόνων και τύπων» (η "χαμηλότερη" από τις δύο διασπασμένες αντιλήψεις) έως «ενός πολύπλοκου λογικού συστήματος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων και προσφέρει πρόσβαση για την κατανόηση του κόσμου» (η "υψηλότερη" από τις τρεις συνεκτικές αντιλήψεις). Παρόμοια ο Nimier (1986) αναγνώρισε τέσσερις διαστάσεις πεποιθήσεων μελετώντας εκπαιδευτικούς δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης: την αισθητική (τα Μαθηματικά ως πηγή ομορφιάς και αρμονίας, ως μια πηγή θαυμάτων που προσφέρει καταφύγιο από τις δοκιμασίες της ζωής), την κανονιστική (τα Μαθηματικά ως κανόνες και νόμοι που προσφέρουν ή εμποδίζουν την πρόσβαση, οργανώνουν τη σκέψη, είναι ενοποιητικοί και απαιτούν συλλογισμό), αυτήν σύμφωνα με την οποία τα Μαθηματικά είναι ένα παιχνίδι που είτε δεν έχει σχέση με τη ζωή είτε προέρχεται από αυτήν και την τροφοδοτεί και τα Μαθηματικά ως κάτι δεδομένο και σταθερό που φέρει τα χαρακτηριστικά μιας μη ολοκληρωμένης κατασκευής.

Το τι πιστεύουν οι εκπαιδευτικοί για τα Μαθηματικά και τη μαθηματική γνώση συνδέεται στενά με το τι πιστεύουν για τη μάθηση και τη διδασκαλία αυτής της γνώσης (Hofer & Pintrich 1997) - οι τρόποι με τους οποίους διδάσκουν αντανακλά τις επιστημολογικές τους θεωρήσεις για τα Μαθηματικά (Steiner 1987). Οι Kuhs και Ball (1986) υποστηρίζουν ότι υπάρχουν τέσσερα μοντέλα διδασκαλίας των Μαθηματικών: εστίαση στον μαθητή, στις έννοιες (έμφαση στην εννοιολογική κατανόηση), στο περιεχόμενο (έμφαση στην επίδοση), στην τάξη. Τα πρώτα τρία έχουν αντιστοιχιστεί με τις κατηγορίες αντιλήψεων/ πεποιθήσεων του Ernest, ενώ το τέταρτο υποθέτει ότι το περιεχόμενο είναι εκτός του ελέγχου του εκπαιδευτικού, μόνος στόχος του οποίου είναι να το παρουσιάσει με αποτελεσματικό τρόπο. Ο Ernest (1988) προτείνει έξι μοντέλα αντιλήψεων/ πεποιθήσεων για τη διδασκαλία των Μαθηματικών: το καθαρά διερευνητικό, της κατασκευής και επίλυσης προβλήματος, της εννοιολογικής κατανόησης, της εννοιολογικής κατανόησης ενισχυμένου από αυτό της επίλυσης προβλήματος, της εννοιολογικής κατανόησης που εστιάζεται στην αποτελεσματική διαχείριση δεξιοτήτων και γεγονότων, της αποτελεσματικής διαχείρισης δεξιοτήτων και γεγονότων και της καθημερινής επιβίωσης. Προτείνει δε ότι «η σημασία των νοητικών μοντέλων του εκπαιδευτικού σχετικά με τη διδασκαλία των μαθηματικών βρίσκεται στο ότι αποτελούν καθοριστικό παράγοντα του πώς διδάσκονται τα Μαθηματικά» και «συνδέονται στενά και επηρεάζονται από τις αντιλήψεις του εκπαιδευτικού για τη φύση των Μαθηματικών». Οι Andrews και Hatch (1999) επιβεβαίωσαν μερικώς αυτή την υπόθεση, καθώς βρήκαν ότι οι αντιλήψεις τους για τη διδασκαλία των Μαθηματικών τροφοδοτούνταν από τις αντιλήψεις τους για τα Μαθηματικά (αντιλήψεις για τα Μαθηματικά που προσανατολίζονταν σε διαψευσιμότητα συνδέονταν πιο ισχυρά με αντίστοιχες για τη διδασκαλία τους). Ωστόσο, οι πέντε κατασκευές που αναγνώρισαν φάνηκε να συνιστούν μια πιο γενική αντίληψη για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, με αναλογίες που καθορίζονταν από τα γνωστικά και συναισθηματικά συστήματα των συγκεκριμένων εκπαιδευτικών.

Οι εκπαιδευτικοί ξεκινούν την καριέρα τους με απλοϊκά μοντέλα διδασκαλίας και μάθησης, τα οποία στηρίζονται στις εμπειρίες τους (ειδικότερα σε σχέση με τα άτομα που τους δίδαξαν). Αυτά τα μοντέλα είναι ισχυρά, μη ανατρέψιμα και δύσκολο να τροποποιηθούν από την εκπαίδευσή τους ως εκπαιδευτικών (Cooney et al 1998). Κατά την Thompson (1984), οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών, μεταξύ των οποίων και οι πεποιθήσεις τους για το αντικείμενο διδασκαλίας τους, αλλά και για τη διδασκαλία διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην αποτελεσματικότητά τους ως διαμεσολαβητών μεταξύ του αντικειμένου μάθησης και των μαθητών.

Δύο βασικές κατευθύνσεις/ θεωρητικά πλαίσια για τη μελέτη των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών για τη φύση των μαθηματικών και τη μάθηση και τη διδασκαλία τους είναι οι παραδοσιακές πεποιθήσεις της απολυτότητας και οι μη παραδοσιακές της κατασκευής. Οι εκπαιδευτικοί που εντάσσονται στην πρώτη κατηγορία περιγράφουν τα Μαθηματικά ως μια συλλογή από καθορισμένες και αδιάψευστες έννοιες και δεξιότητες και ως μια χρήσιμη συλλογή γεγονότων που δεν συνδέονται μεταξύ τους. Από την άλλη, οι εκπαιδευτικοί που ανήκουν στη μη παραδοσιακή ομάδα, θεωρούν ότι τα μαθηματικά είναι μια κατασκευή του ανθρώπου για να περιγράψει τις παρατηρήσεις του κόσμου. Οι εκπαιδευτικοί της πρώτης ομάδας τείνουν να επικεντρώνονται στη διαχείριση των συμβόλων και των διαδικασιών, αγνοώντας τις διεργασίες των Μαθηματικών και το γεγονός ότι η μαθηματική γνώση συχνά προκύπτει από την εμπλοκή σε καταστάσεις-προβλήματα. Αντίθετα, οι εκπαιδευτικοί της μη παραδοσιακής οπτικής τονίζουν την υπόθεση ότι έννοιες, δομές, μέθοδοι, αποτελέσματα και κανόνες που συνιστούν τα Μαθηματικά είναι επινοήσεις του ανθρώπου (Κατεφίδου 2008).

Ο Skemp (1989) υποστήριξε ότι δύο μέθοδοι διδασκαλίας κυριαρχούν στην τάξη των μαθηματικών: η εργαλειακή και η σχεσιακή. Η πρώτη βασίζεται σε μια βήμα προς βήμα πορεία, στην οποία οι μαθητές αποκτούν γνώση καθορισμένων γεγονότων και κανόνων για να μπορούν να λύνουν συγκεκριμένα προβλήματα. Αυτή η μέθοδος αντιστοιχεί στην απολυτοκρατική αντίληψη των μαθηματικών. Στη σχεσιακή διδασκαλία, η οποία συνδέεται με την κατασκευαστική αντίληψη των Μαθηματικών, οι μαθητές εμπλέκονται σε διερευνητικές δραστηριότητες, όπου αξιοποιούνται διάφορες προβληματικές καταστάσεις και ενθαρρύνεται η αλληλεπίδραση μεταξύ μαθητή και εκπαιδευτικού. Οι Ponte και Chapman (2008) επισημαίνουν ότι αν και μέχρι τη δεκαετία του 1980 υπάρχει περιορισμένη ερευνητική δραστηριότητα στο πεδίο της Διδακτικής των Μαθηματικών σε θέματα που σχετίζονται με τις πεποιθήσεις και τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών, οι εργασίες των Thompson (1992) και Ernest (1991) πυροδοτούν μια σειρά από σχετικές έρευνες στη συνέχεια. Ωστόσο, στις περισσότερες από αυτές τις εργασίες, το ακριβές περιεχόμενο του όρου «πεποιθήσεις» παραμένει ασαφές. Γενικά, όροι όπως πεποιθήσεις, αντιλήψεις, απόψεις, προοπτικές, προσλήψεις, προσωπικές κατασκευές, συστήματα πεποιθήσεων και εικόνες χρησιμοποιούνται εναλλακτικά και ως συνώνυμοι και προτείνουν τη χρήση του διπλού όρου «πεποιθήσεις/ αντιλήψεις» για να αναφερθούν στις σχετικές έρευνες.

Οι περισσότερες έρευνες χρησιμοποίησαν παραδοσιακές ποσοτικές ή ποιοτικές μεθόδους, ενώ πολύ λίγες θεωρητικά πλαίσια και συγκεκριμένα του Perry (1981), που φάνηκε να μην επιβεβαιώνεται στην περίπτωση της μαθηματικής εκπαίδευσης και εγκαταλείφθηκε, και του Ernest (1991) τη δεκαετία του 1990, που εμφανίστηκε να υποστηρίζεται, με διάφορες αποκλίσεις, από τα ευρήματα των σχετικών ερευνών (π.χ. Carrillio & Contreras 1994· Valero & Gomez 1996). Για παράδειγμα, οι Charalambous, Philippou και Kyriakides (2002) χρησιμοποίησαν την προσέγγιση του Ernest, για να μελετήσουν τον βαθμό στον οποίο μπορούσε να περιγράψει τις πεποιθήσεις εκπαιδευτικών της πρωτοβάθμιας και της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης για τα Μαθηματικά, τους παράγοντες που επιδρούν στην ανάπτυξη αυτών των πεποιθήσεων και τη σχέση του με τις πεποιθήσεις και τις πρακτικές τους στη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών. Τα αποτελέσματά τους φανερώνουν ένα μοντέλο με πέντε παράγοντες που αναπαριστούν έναν συνδυασμό των διαστάσεων του Ernest, που όμως δεν επιβεβαιώθηκε από τα δεδομένα τους.

Οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών για τα Μαθηματικά, τη μάθηση και τη διδασκαλία τους, καθώς και η επίδραση αυτών των πεποιθήσεων στη διδακτική πράξη απασχόλησε την ερευνητική κοινότητα τις τελευταίες δεκαετίες. Οι σχετικές έρευνες οδηγούν σε δύο βασικές διαπιστώσεις (Thompson 1992): οι πεποιθήσεις/ αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για τα Μαθηματικά αποτελούν δυναμικά συστήματα, διαπερατές νοητικές δομές, ευαίσθητες σε αλλαγές στη βάση της εμπειρίας, ενώ η σχέση μεταξύ αντιλήψεων και πρακτικών μέσα στην τάξη είναι κυρίως διαλεκτική και όχι αιτιατή. Ο McGalliard (1983) παρατήρησε, για παράδειγμα, ότι οι αντιλήψεις τεσσάρων εκπαιδευτικών για τα Μαθηματικά και οι πρακτικές διδασκαλίας τους ήταν συμβατές. Με δεδομένη τη δυαδική αντίληψη που είχαν για τα Μαθηματικά, οι εκπαιδευτικοί υιοθετούσαν την πρακτική του "σωστού – λάθους" στην τάξη και ενθάρρυναν τη χρήση κανόνων και την αποστήθιση. Ωστόσο, όταν ρωτήθηκαν, υποστήριξαν ότι τα Μαθηματικά βοηθούν στην ανάπτυξη των λογικών διαδικασιών της σκέψης. Αυτό υποδεικνύει ότι η σχετική έρευνα θα πρέπει να μελετήσει συστηματικά, δεδομένα που συνδέονται τόσο με τις απόψεις που διατυπώνουν οι εκπαιδευτικοί όσο και με τις διδακτικές πρακτικές που αναπτύσσουν στην τάξη των Μαθηματικών. Από την άλλη, σε μια έρευνα που πραγματοποίησε ο Kessler (1985) με τέσσερις εκπαιδευτικούς, διαπιστώθηκε ότι σε δύο από αυτούς δεν υπήρχε συνέπεια μεταξύ των αντιλήψεων και των πρακτικών τους.

Σε μια συνολική τους θεώρηση τα παραπάνω στοιχεία φανερώνουν ότι οι πρακτικές διδασκαλίας που χρησιμοποιεί ο εκπαιδευτικός στην τάξη των Μαθηματικών είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης πολύπλοκων παραμέτρων. Οι Arbaugh et al (2006) υποστηρίζουν ότι οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών είναι πιο πιθανό να επηρεάσουν τον τρόπο με τον οποίο δρουν οι εκπαιδευτικοί μέσα στην τάξη από ό,τι η γνώση που έχουν για το περιεχόμενο του γνωστικού αντικειμένου. Ο Pijares (1992) υποστήριξε ότι οι πεποιθήσεις προσφέρουν ένα είδος φίλτρου, μέσω του οποίου γίνεται η επεξεργασία των αλληλεπιδράσεων στην τάξη. Ωστόσο, η Thompson (1992) επισημαίνει ότι άλλοι παράγοντες, όπως είναι το κοινωνικό πλαίσιο του σχολικού περιβάλλοντος, επηρεάζουν επίσης τη διδακτική πρακτική. Οι σχέσεις μεταξύ των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών με τις πρακτικές που υιοθετούν στην τάξη είναι εξαιρετικά δύσκολο να προσδιοριστούν (π.χ. Handal & Herrington 2003· Pajares 1992). Ενώ ορισμένοι ερευνητές έχουν αναδείξει την ύπαρξη στενών σχέσεων μεταξύ πεποιθήσεων και πρακτικών, σε άλλες μελέτες τα ευρήματα είναι περισσότερο ασαφή (π.χ. Fang 1996).

Στο πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης η σχετική έρευνα έχει «επηρεαστεί» από τις δυσκολίες που προκύπτουν στην προσπάθεια των ερευνητών να καταλήξουν σε έναν κοινό ορισμό για τις πεποιθήσεις, καθώς και σε μια συμφωνία ως προς την εγκυρότητα των μεθοδολογιών που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη των πεποιθήσεων. Παρόλα αυτά, στο πεδίο της έρευνας υφίσταται «άτυπα» μια θεμελιώδης συμφωνία ως προς τις πεποιθήσεις, με βάση την οποία οι πεποιθήσεις υπάρχουν, είναι ψυχολογικά φαινόμενα και διαμορφώνονται σε ατομικό επίπεδο παρά το γεγονός ότι μπορεί να επηρεαστούν από το πλαίσιο εντός του οποίου αναπτύσσονται και από τους κοινωνικούς παράγοντες που το προσδιορίζουν. Όπως αναφέρουν οι Maasz και Schlöglmann (2009) κοινό στοιχείο στο σύνολο των σχετικών ερευνών είναι η ιδέα ότι οι πεποιθήσεις βασίζονται σε ψυχικά-νοητικά συστήματα και ότι τα συστήματα αυτά έχουν καθοριστική επίδραση σε μαθητές και εκπαιδευτικούς τόσο ως προς τη μάθηση όσο και ως προς τη διδασκαλία των Μαθηματικών αντιστοίχως.

Ο Speer (2005) υποστηρίζει ότι ο διαχωρισμός μεταξύ των «φανερών» πεποιθήσεων (δηλαδή, αυτών που δηλώνονται από τον ίδιο τον εκπαιδευτικό) και των πεποιθήσεων που του έχουν αποδοθεί (δηλαδή, αυτών που προσδιορίζονται από έναν ερευνητή μέσω της παρατήρησης των πρακτικών του εκπαιδευτικού) είναι ψευδής: Οι «φανερές» πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών προφανώς εξακολουθούν να αποδίδονται σε αυτούς μέσω της ερμηνείας των ερευνητών. Έτσι, το ζήτημα της ασυνέπειας που εγείρεται από τους ερευνητές μπορεί στην πραγματικότητα να είναι πρόβλημα επικοινωνίας μεταξύ των ερευνητών και των εκπαιδευτικών. Ο Leatham (2006) υποστηρίζει ότι τα “σύνολα των πεποιθήσεων” των εκπαιδευτικών νοηματοδοτούνται από τους ίδιους, ακόμη και αν μπορεί να φαίνονται ασυνεπή σε άλλους. Στις μελέτες για τις πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών αντιμετωπίζεται επανειλημμένα το ζήτημα των μεταξύ τους αντιφάσεων, καθώς οι πεποιθήσεις εκφράζονται σε διαφορετικά περιβάλλοντα και τοποθετούνται συνήθως ανάμεσα σε αυτό που οι εκπαιδευτικοί δηλώνουν ότι πιστεύουν και στη “θεωρία” που φαίνεται να ενσωματώνουν (enact) στις πρακτικές τους. Ορισμένοι ερευνητές (π.χ. Hoyles 1992) θεωρούν δεδομένο ότι οι πεποιθήσεις που τελικά εγκαθίστανται (situated) σε ένα πλαίσιο, ποικίλουν μεταξύ διαφορετικών πλαισίων. Με την έννοια αυτή, οι απαντήσεις των εκπαιδευτικών σε ερωτηματολόγια και συνεντεύξεις που διερευνούν τις πεποιθήσεις τους αναμένεται να προσδώσουν διαφορετικά αποτελέσματα από αυτά που προκύπτουν από την παρατήρηση των πρακτικών τους στην τάξη.

Είναι δυνατόν, ωστόσο, να υιοθετηθούν εναλλακτικές προοπτικές στην κατεύθυνση της κατανόησης των πεποιθήσεων. Έτσι, η Sfard (2008) απορρίπτει την έννοια των πεποιθήσεων ως αντικείμενο μελέτης, υποστηρίζοντας ότι η χρήση ενός όρου, όπως η ίδια η πεποίθηση, «δημιουργεί» το αντικείμενο που «μιλά» και, συνεπώς, συνιστά ένα «μάλλον ασταθές έδαφος» για την ερευνητική διαδικασία. Με βάση τον Edwards (1997), οι πεποιθήσεις δεν μπορούν να θεωρηθούν ως «γνωστική ιδιοκτησία» ενός ατόμου, αλλά ως ένα φαινόμενο που κατασκευάστηκε εντός συγκεκριμένων αλληλεπιδράσεων λόγου (discourse), επομένως η μελέτη των πεποιθήσεων επικεντρώνεται στη ρητορική λειτουργία τους (δηλαδή, στην ανάδειξή τους μέσα στους διάφορους λόγους), καθώς οι πεποιθήσεις είναι κατασκευασμένες μέσα σε αυτά τα διαφορετικά είδη των αλληλεπιδράσεων. Με αυτήν την έννοια, η εστίαση της κατανόησης των πεποιθήσεων βρίσκεται στο κοινωνικό σκέλος, δηλαδή στη νοητική δραστηριότητα, όπως αυτή ερμηνεύεται στο επίπεδο της δημόσιας αλληλεπίδρασης, και όχι στην «ιδιωτική σφαίρα του νου» (Barwell 2003). Όπως αναφέρει ο Gellert (2001), σε μια ανάλογη προσέγγιση των πεποιθήσεων ενός υποψήφιου εκπαιδευτικού, η έμφαση στις αφηγήσεις που πραγματοποιούνται σε ένα πλαίσιο αλληλεπίδρασης αποκαλύπτει με τη σειρά της τη σύνθετη και πολύπλοκη-αντιφατική φύση των πεποιθήσεων για τα Μαθηματικά που αναδύονται από τις απαντήσεις, οι οποίες οργανώνονται σύμφωνα με τα «συμφέροντά του» στο πλαίσιο της αλληλεπίδρασης (για παράδειγμα, ο υποψήφιος εκπαιδευτικός αποδίδει την αιτία της αρνητικής στάσης του απέναντι στα Μαθηματικά στη συμπεριφορά του εκπαιδευτικού και όχι στη δική του πιθανή ατομική ανεπάρκεια-ευθύνη). Σε αυτή την κατεύθυνση, οι πεποιθήσεις δεν αποτελούν ιδιότητες του κάθε ατομικού νου, αλλά φαινομενικά αντιφατικές δηλώσεις και συμπεριφορές των εκπαιδευτικών, οι οποίες ωστόσο συνιστούν συνεκτικό μέσο για την ανάληψη δράσης σε διαφορετικές καταστάσεις.

Αυτή η παραδοχή ξεπερνά ορισμένα από τα μεθοδολογικά προβλήματα που προκύπτουν κατά τη μελέτη των πεποιθήσεων μέσω οντολογικών, κυρίως, θέσεων. Ωστόσο, επιχειρώντας να ερμηνεύσει το σύνολο των αλληλεπιδράσεων, η προσέγγιση δεν τοποθετεί ή δεν επιτρέπει την εξήγηση αυτών των αλληλεπιδράσεων εντός ιστορικών ή ευρύτερων κοινωνικών πλαισίων. Πρόκειται στην ουσία για ένα περιγραφικό και όχι αιτιολογικό ή προγνωστικό πλαίσιο κατανόησης των πεποιθήσεων.

2.3 Οι πεποιθήσεις ως κοινωνική κατασκευή

Ενώ οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών μπορούν να θεωρηθούν σημαντικός παράγοντας για την επιτυχία ή την αποτυχία της εφαρμογής ενός Προγράμματος Σπουδών στα Μαθηματικά, υπάρχουν δυσκολίες στη χρήση του όρου «πεποιθήσεις» ως παραμέτρου που ερμηνεύει το αποτέλεσμα της εφαρμογής. Στις σχετικές μελέτες συναντώνται επανειλημμένα αντιφάσεις τόσο μεταξύ των πεποιθήσεων που εκφράζονται σε διαφορετικά περιβάλλοντα όσο και ανάμεσα σε αυτό που οι εκπαιδευτικοί δηλώνουν ως πεποίθηση και στις «θεωρίες» για τα Μαθηματικά, τη μάθηση και τη διδασκαλία που φαίνεται να θεσπίζονται στις πρακτικές τους. Οι ερευνητές έχουν προσπαθήσει να αντιμετωπίσουν αυτές τις δυσκολίες τόσο σε θεωρητικό επίπεδο όσο και μέσω κριτικής στη μεθοδολογία. Ορισμένοι ερευνητές, μετά από την Hoyles (1992), θεωρούν δεδομένο ότι οι πεποιθήσεις που εγκαθίστανται, ποικίλουν μεταξύ διαφορετικών πλαισίων. Κατά συνέπεια, αναμένεται ότι οι απαντήσεις των εκπαιδευτικών σε πλαίσια διερεύνησης των πεποιθήσεών τους (π.χ. ερωτηματολόγια και συνεντεύξεις) θα δώσουν διαφορετικά αποτελέσματα σε σχέση με αυτά που προκύπτουν από την παρατήρηση των πρακτικών τους. Αν και αυτή η παρατήρηση μπορεί να ερμηνεύσει σε έναν βαθμό την ασυνέπεια που παρατηρείται μεταξύ των διαφορετικών πλαισίων, δεν βοηθά στην κατανόηση των αντιστάσεων που εμφανίζουν οι εκπαιδευτικοί στις μεταρρυθμίσεις. Εναλλακτικά, εμφανείς ανακολουθίες μεταξύ των «δηλωμένων» πεποιθήσεων και των πρακτικών μπορούν να εκληφθούν ως «προϊόν» της έρευνας και όχι ως πραγματικό φαινόμενο. Το ζήτημα της ασυνέπειας που εγείρεται από τους ερευνητές μπορεί στην πραγματικότητα να είναι πρόβλημα επικοινωνίας μεταξύ των ερευνητών και των εκπαιδευτικών. Ο Leatham (2006) υποστηρίζει ότι τα σύνολα των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών νοηματοδοτούνται από τους ίδιους, ακόμη και αν φαίνονται ασυνεπή σε άλλους. Ενώ αυτές οι προσεγγίσεις «απομακρύνουν» τις ερμηνείες περί ασυνέπειας από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς, η επιμονή στον προσδιορισμό των πεποιθήσεων ως ατομικών δομών και ως των κυριότερων παραγόντων που διαμορφώνουν τις πρακτικές των εκπαιδευτικών εξακολουθεί να θέτει την ευθύνη για την «αποτυχία» των μεταρρυθμίσεων στον κάθε εκπαιδευτικό ατομικά. Ο Lerman (2002) προτείνει την απομάκρυνση της έρευνας από ανάλογες εξατομικευμένες απόψεις για τις σχέσεις μεταξύ πεποιθήσεων και πρακτικών, έτσι ώστε οι πρακτικές διδασκαλίας και, κατά συνέπεια, οι αντικρουόμενοι τρόποι με τους οποίους οι μεταρρυθμίσεις που προωθούνται από τα Προγράμματα Σπουδών αποτυπώνονται στις πρακτικές των εκπαιδευτικών, να κατανοηθούν και να ερμηνευτούν ως κοινωνικά φαινόμενα (π.χ. Morgan, Tsatsaroni & Lerman 2002). Συνεπώς, η συζήτηση που αφορά τη νοηματοδότηση των πεποιθήσεων για τα Μαθηματικά και τη σύνδεσή τους με τις διδακτικές επιλογές των εκπαιδευτικών προτάσσει ως αναγκαίο έναν εναλλακτικό τρόπο ερμηνείας των προφανών αντιφάσεων που υφίστανται μεταξύ των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών και της διδασκαλίας τους και την αξιοποίηση αυτής της εννοιολόγησης στην κατεύθυνση της κατανόησης των πρακτικών τους.

Η μετακίνηση της ερμηνείας των λόγων και των ενεργειών των εκπαιδευτικών από τα ατομικά χαρακτηριστικά των νοητικών τους δομών προς τις μορφές συμμετοχής τους σε κοινωνικές πρακτικές συνιστά μια εναλλακτική δυνατότητα. Ανάλογες ερμηνευτικές προσπάθειες έρχονται σε αντίθεση με την ψυχολογική προσέγγιση, η οποία εστιάζει το ενδιαφέρον κυρίως σε κατασκευές που προκύπτουν εντός ειδικών αλληλεπιδράσεων ή συνόλων από αλληλεπιδράσεις, ενώ στην κοινωνιολογική θεώρηση γίνεται προσπάθεια να κατανοηθούν οι τρόποι με τους οποίους προκύπτουν κατασκευές μέσα σε ένα ευρύτερο ιστορικό και πολιτισμικό πλαίσιο, εντοπίζοντας τους πόρους που αξιοποιούνται από τους εκπαιδευτικούς (Chouliaraki & Fairclough, 1999).

Στην προσπάθεια κατασκευής ενός πλαισίου ερμηνείας των διδακτικών πρακτικών που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί στα Μαθηματικά, κρίνεται απαραίτητη η αναφορά σε ορισμένα αξονικά σημεία της θεωρίας του Bernstein (1990). Οι επισημάνσεις του Bernstein προσφέρουν ένα πλαίσιο για τη συστηματική μελέτη των διδακτικών πρακτικών, όπως αυτές διαμορφώνονται από τις θεωρητικές τοποθετήσεις σε ένα κοινωνιολογικό επίπεδο ανάλυσης, σε συνδυασμό με την υλοποίησή τους στην τάξη. Το θεωρητικό πλαίσιο και οι μελέτες του Bernstein παρέχουν το θεωρητικό υπόβαθρο και συγκροτούν έναν λόγο που περιγράφει τον παιδαγωγικό μηχανισμό και ερμηνεύει σε έναν βαθμό τις διδακτικές επιλογές των εκπαιδευτικών. Για να γίνει κατανοητός ο τρόπος που οι εκπαιδευτικοί συμμετέχουν στις διδακτικές πρακτικές και εκφράζονται για αυτές θα πρέπει να μπορούν να περιγραφούν οι παράγοντες που επενεργούν σε αυτές και οι κοινωνικές σχέσεις μέσω των οποίων ο παιδαγωγικός λόγος και οι υπόλοιποι λόγοι κατασκευάζονται και οι πρακτικές διανέμονται.

Στο σημείο αυτό είναι σημαντικό να γίνει αναφορά σε δύο κομβικές έννοιες: στον λόγο (discourse) και στην αναπλαισίωση. Ο λόγος αναδεικνύεται σε έννοια κομβικής σημασίας στην προσπάθεια ερμηνείας των κοινωνικών φαινομένων. Ο λόγος σύμφωνα με τον Bernstein (2000) αποτελεί μια κοινωνική κατασκευή, η οποία «οικειοποιείται επιλεκτικά νέους παιδαγωγικούς λόγους και εστιάζεται σε αυτούς για να συστήσει την ατομική κοινωνική ιεράρχηση και, με αυτόν τον τρόπο, ρυθμίζει την παιδαγωγική σχέση και τις εμπειρίες των μαθητών» (Κουλαϊδής & Τσατσαρώνη 2010). Ο παιδαγωγικός λόγος (που περιγράφει εκπαιδευτικά φαινόμενα) συγκροτείται μέσω των διαδικασιών της αναπλαισίωσης της γνώσης και των διδακτικών πρακτικών.

Η έννοια της αναπλαισίωσης, όπως εισάγεται και αναπτύσσεται στη θεωρία του Bernstein (2000) είναι σημαντικής σπουδαιότητας για την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο διαμορφώνεται ο παιδαγωγικός λόγος. Η σημαντικότητα της έννοιας αυτής εντοπίζεται στο γεγονός ότι βοηθά την ανάλυση να στραφεί στους παράγοντες που είναι "αρμόδιοι" για την αναπλαισίωση (Bernstein 1990). Μέσω της αναπλαισίωσης ένας λόγος αλλάζει και μετασχηματίζεται και ένας παιδαγωγικός λόγος διαμορφώνεται και χρησιμοποιείται σε πλαίσια που είναι διαφορετικά από το ουσιαστικό πλαίσιό του. Ένα τέτοιο παράδειγμα μετασχηματισμού αποτελούν τα σχολικά Μαθηματικά, όπου ένας παιδαγωγικός λόγος διαμορφώνεται μέσω του εξειδικευμένου λόγου των Μαθηματικών. Ανάλογες αναπλαισιώσεις προκύπτουν από την επιθυμία να τροποποιηθεί και να αναπτυχθεί η επίσημη μαθηματική γνώση εντός του σχολικού πλαισίου.

Ο Bernstein (1990) διέκρινε τρία βασικά «συστήματα μηνυμάτων» της επίσημης εκπαιδευτικής γνώσης: Πρόγραμμα Σπουδών, Παιδαγωγική και Αξιολόγηση. Με το πρώτο σύστημα καθόρισε τι μέτρησε ως έγκυρη γνώση, με το δεύτερο σύστημα καθόρισε τι μέτρησε ως έγκυρη μετάδοση αυτής της γνώσης και με το τρίτο σύστημα καθόρισε τι «μέτρησε ως έγκυρη πραγματοποίηση αυτής της γνώσης από την πλευρά της διδασκαλίας». Συνέχισε, εισάγοντας τον όρο «εκπαιδευτικός κώδικας γνώσης» για να αναφερθεί στις βασικές αρχές που δίνουν σχήμα στην οποιαδήποτε ιδιαίτερη διαμόρφωση του Προγράμματος Σπουδών, της Παιδαγωγικής και της Αξιολόγησης. Ο όρος «ταξινόμηση» (που αφορά τον βαθμό διατήρησης των ορίων μεταξύ των περιεχομένων του Προγράμματος Σπουδών) και η «περιχάραξη» (που αναφέρεται στον βαθμό ελέγχου που εκπαιδευτικοί και μαθητές ασκούν πέραν της επιλογής, της οργάνωσης και του ρυθμού της γνώσης που μεταβιβάζεται και προσλαμβάνεται στο πλαίσιο της παιδαγωγικής σχέσης) εισήχθησαν από τον Bernstein για να παρέχουν μια κατεύθυνση των τρόπων σύμφωνα με τους οποίους γίνονται αντιληπτοί οι διάφοροι κώδικες.

Μια ιδιαίτερη εστίαση της θεωρίας του Bernstein ήταν η σχέση μεταξύ της «σχολικής γνώσης» και της γνώσης της κοινής λογικής, της καθημερινής γνώσης της κοινότητας, του μαθητή, της οικογένειάς του και της όμοιας ομάδας του. Υπογράμμισε ότι ο περιορισμένος κώδικας, πολύ νωρίς, κοινωνικοποιεί το παιδί σε γνωστικά πλαίσια που το αποθαρρύνουν από συνδέσεις με την καθημερινή πραγματικότητα ή τις επιτρέπουν σε περιορισμένο βαθμό. Μέσω της κοινωνικοποίησης που προκύπτει σε αυτό το πλαίσιο, ο μαθητής μαθαίνει σύντομα ποια στοιχεία από τον εξωτερικό κόσμο μπορούν να παρουσιαστούν στο παιδαγωγικό πεδίο. Η περιχάραξη που υφίσταται καθιστά την εκπαιδευτική γνώση μη συνηθισμένη ή εγκόσμια, αλλά κάτι εσωτερικό που προσδίδει ιδιαίτερο κύρος σε εκείνους που την κατέχουν. Σύμφωνα με τον Bernstein (2000), οποιαδήποτε αποδυνάμωση αυτού του πεδίου εντός των σχολικών τάξεων αφορά συνήθως τα «λιγότερο ικανά» παιδιά και αποδίδεται σε λόγους κοινωνικού ελέγχου. Αυτό το όριο μεταξύ του καθημερινού και του μαθηματικού λόγου στοχεύει αντιστοίχως στις ομάδες μαθητών με διαφορετικές δυνατότητες, συνεπώς, τουλάχιστον σιωπηρά, αφορά μαθητές με διαφορετική κοινωνική προέλευση.

2.4 Προβλήματα με την κατασκευή των πεποιθήσεων

Με βάση τον Edwards (1997), οι πεποιθήσεις δεν μπορούν να θεωρηθούν ως «γνωστική ιδιοκτησία» ενός ατόμου, αλλά ως ένα φαινόμενο που κατασκευάστηκε εντός συγκεκριμένων αλληλεπιδράσεων λόγου, συνεπώς η μελέτη των πεποιθήσεων επικεντρώνεται στην ανάδειξή τους μέσα στους διάφορους λόγους, καθώς οι πεποιθήσεις είναι κατασκευασμένες στο εσωτερικό αυτών των διαφορετικών ειδών αλληλεπιδράσεων. Με αυτήν την έννοια, η εστίαση της κατανόησης των πεποιθήσεων εντοπίζεται στο κοινωνικό σκέλος, δηλαδή στη νοητική δραστηριότητα, όπως αυτή ερμηνεύεται στο επίπεδο της δημόσιας αλληλεπίδρασης.

Συνεπώς, είναι σημαντικό να προταθεί ένας εναλλακτικός τρόπος διαμόρφωσης και ερμηνείας των προφανών αντιφάσεων που παρατηρούνται μεταξύ των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών και της διδασκαλίας τους και να αξιοποιηθεί αυτή η εννοιολόγηση για να κατανοηθούν τα προβλήματα στην εφαρμογή του ΠΣ. Έτσι, αντί να υπάρξει επικέντρωση στα χαρακτηριστικά των νοητικών δομών των εκπαιδευτικών ατομικά, ο λόγος και οι πράξεις τους μπορούν να ερμηνευτούν ως μορφές συμμετοχής σε κοινωνικές πρακτικές, αξιοποιώντας τους πόρους από τους οποίους αντλούν οι εν λόγω πρακτικές (Morgan et al 2013). Σε αντίθεση με την ψυχολογική προσέγγιση, η οποία εστιάζεται κυρίως σε κατασκευές που προκύπτουν μέσα σε μια ειδική αλληλεπίδραση ή σε ένα σύνολο αλληλεπιδράσεων, στην κοινωνιολογική θεώρηση επιχειρείται να γίνει κατανοητό πώς τέτοιες κατασκευές προκύπτουν μέσα σε ένα ευρύτερο ιστορικό και πολιτισμικό πλαίσιο. Έτσι, για να γίνει κατανοητό πώς οι εκπαιδευτικοί εμπλέκονται σε μεταρρυθμίσεις μέσω των Προγραμμάτων Σπουδών, είναι αναγκαίο να εντοπιστούν οι δομές και οι αξίες που αναπτύσσουν στις αλληλεπιδράσεις τους σε συνεντεύξεις ή σε καταστάσεις μέσα στην τάξη και να καθοριστούν οι λόγοι που «παρέχουν» τους πόρους στους οποίους προσφεύγουν για να διαμορφώσουν αυτές τις αλληλεπιδράσεις. Επιπλέον, είναι απαραίτητο να κατανοηθούν οι κοινωνικές δομές που παίζουν ρόλο στον σχηματισμό αυτών των λόγων και των μεταξύ τους σχέσεων. Στην προοπτική της επίτευξης μιας κοινωνικής θεώρησης των ζητημάτων αυτών, είναι σημαντικό να πραγματοποιηθεί μια μετατόπιση της προβληματικής της έρευνας από την έννοια της πεποίθησης προς της έννοια της αναπλαισίωσης (recontextulization) και των αναπλαισιωμένων πεδίων (recontextulised fields) (Bernstein 2000).

3^{o} Κεφάλαιο: Από τις πεποιθήσεις στις διαδικασίες αναπλαισίωσης των ΠΣ

Μελέτες σχετικές με τη διερεύνηση των διαδικασιών υλοποίησης των εκπαιδευτικών μεταρρυθμίσεων μέσω των Προγραμμάτων Σπουδών έχουν αναδείξει την πολύπλοκη φύση που χαρακτηρίζει τις μετατοπίσεις που πραγματοποιούνται στις διδακτικές πρακτικές και στους φορείς (agents), που λειτουργούν σε θεσμικό επίπεδο (Πολιτεία) και σε ατομικό επίπεδο (εκπαιδευτικοί). Η συνθετότητα της φύσης των μετατοπίσεων αυτών συνιστά εμπόδιο στη διαδικασία αλλαγής τους (π.χ. Fullan 2001).

Ευρήματα σχετικών ερευνών αναφέρονται σε μια "διαστρέβλωση" που παρατηρείται στις καινοτομίες-διδακτικές πρακτικές που προτείνονται από τα Προγράμματα Σπουδών και υλοποιούνται στην τάξη. Η διαστρέβλωση αυτή οφείλεται, μεταξύ άλλων, στην κυριάρχηση των παραδοσιακών-συμπεριφοριστικών διδακτικών προσεγγίσεων στην εκπαιδευτική πράξη και στην υιοθέτηση ενός μέρους μόνο από το σύνολο των καινοτόμων στοιχείων που προτείνονται από τα ΠΣ, εκείνων που μπορούν να ενσωματωθούν εύκολα στις υπάρχουσες διδακτικές πρακτικές (Κλώθου & Σακονίδης 2014). Επιπλέον, η διαστρέβλωση αυτή δηλώνει τον βαθμό της αντίστασης που προβάλλουν οι εκπαιδευτικοί στις αλλαγές που προτείνονται. Η αντίσταση που παρατηρείται οφείλεται ενδεχομένως στην ασυμβατότητα των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών με το περιεχόμενο της εκάστοτε εκπαιδευτικής μεταρρύθμισης, καθώς και με τις ελάχιστες δυνατότητες-ευκαιρίες που έχουν για να μυηθούν στις διδακτικές καινοτομίες.

Αποτέλεσμα της συνθήκης που περιγράφηκε είναι ο ελάχιστος βαθμός μετατόπισης της διδακτικής πρακτικής προς την επιθυμητή κατεύθυνση (Jacobs et al 2006· Stoll et al 2003), που παρατηρείται κατά την εμπλοκή των εκπαιδευτικών σε δράσεις παρέμβασης, όπως είναι η έρευνα δράση και ο αναστοχασμός της διδακτικής πράξης, όπου αξιοποιούνται μεθοδολογικές αρχές που "ανήκουν" στην κοινωνικο-πολιτισμική θεώρηση της μάθησης και της διδασκαλίας (π.χ. Jaworski 2007).

3.1 Η θεωρία του Bernstein ως πλαίσιο μελέτης του νέου ΠΣ των Μαθηματικών

Η εννοιολόγηση του περιεχομένου ενός ΠΣ, μέσω του οποίου επιχειρείται η πραγματοποίηση μεταρρυθμίσεων στην εκπαίδευση, συνδέεται λιγότερο με τα χαρακτηριστικά που διέπουν τις νοητικές δομές του κάθε εκπαιδευτικού ατομικά και περισσότερο με τις ερμηνείες του παιδαγωγικού λόγου που αρθρώνει σχετικά. Ο παιδαγωγικός λόγος του εκπαιδευτικού διαμορφώνεται από τις μορφές συμμετοχής του σε κοινωνικές πρακτικές. Συνεπώς, είναι σημαντικό να προταθεί ένας εναλλακτικός τρόπος προσδιορισμού των αντιφάσεων που προκύπτουν μεταξύ των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών και της διδασκαλίας που πραγματοποιούν και να αξιοποιηθεί αυτή η εννοιολόγηση για την κατανόηση των πρακτικών που υιοθετούν τελικά στη σχολική τάξη. Μέσω της κοινωνιολογικής θεώρησης, ως μιας εναλλακτικής πρότασης, επιχειρείται να κατανοηθεί πώς οι εκπαιδευτικοί δομούν κατασκευές στο ευρύτερο ιστορικό και πολιτισμικό πλαίσιο (Chouliaraki & Fairclough 1999), σε αντίθεση με την ψυχολογική προσέγγιση, η οποία εστιάζεται κυρίως σε κατασκευές που προκύπτουν μέσα σε μια ειδική αλληλεπίδραση ή σε ένα σύνολο αλληλεπιδράσεων. Σε αυτή την κατεύθυνση υιοθετείται μια εναλλακτική θεωρητική προσέγγιση των πεποιθήσεων, όπως αυτές εκφράζονται από τους εκπαιδευτικούς, η οποία αντλεί κυρίως από κοινωνιολογικές και ελάχιστα από ψυχολογικές παραμέτρους. Μια τέτοια προσέγγιση παρέχει εναλλακτικές γνώσεις σχετικά με τη νοηματοδότηση του περιεχομένου ενός Προγράμματος Σπουδών για τα Μαθηματικά και παρακάμπτει σε έναν βαθμό τα μεθοδολογικά προβλήματα που σχετίζονται με τη μελέτη των πεποιθήσεων ως ατομικών ψυχολογικών φαινομένων (Morgan et al 2013).

Η μελέτη και η διερεύνηση των διαφορετικών διαστάσεων που ενέχει το εκπαιδευτικό σύστημα, καθώς και των φορέων και των παραγόντων τους, των πρακτικών που επιδρούν μεταξύ τους και των αποτελεσμάτων που επιφέρουν από την οπτική των εκπαιδευτικών, των μαθητών και της γνώσης ενισχύεται μέσω της αξιοποίησης εννοιών που αναπτύσσονται σε τρία επίπεδα ανάλυσης, στο μακρο, μεσο και μικρο-επίπεδο. Η κατανόηση της έννοιας του παιδαγωγικού λόγου έχει ως βασική προϋπόθεση την κατανόηση της έννοιας του παιδαγωγικού μηχανισμού, ο οποίος αποτελεί τη συνθήκη για την παραγωγή, την αναπαραγωγή και την αλλαγή των κυρίαρχων πρακτικών. Σύμφωνα με τους Κουλαΐδή και Τσατσαρώνη (2010), ο παιδαγωγικός μηχανισμός «συγκροτεί την εσωτερική λογική ή αλλιώς συνιστά τους κανόνες γραμματικής του παιδαγωγικού λόγου και των παιδαγωγικών πρακτικών» Διακρίνεται σε τρία είδη, της κατανομής, της αναπλαισίωσης και της αξιολόγησης, τα οποία (είδη) λειτουργούν σε μακρο-επίπεδο, μεσο-επίπεδο και μικρο-επίπεδο αντιστοίχως. Οι τρεις αυτοί κανόνες (κατανομής, αναπλαισίωσης, αξιολόγησης) αναδεικνύουν τρία πεδία λόγου με τις αντίστοιχες πρακτικές τους, που αναπτύσσονται σε κάθε επίπεδο:

το πεδίο της παραγωγής, το πεδίο της αναπλαισίωσης και το πεδίο της αναπαραγωγής (Bernstein 2000, Σολομών 1997, στο Κουλαϊδής & Τσατσαρώνη 2010).

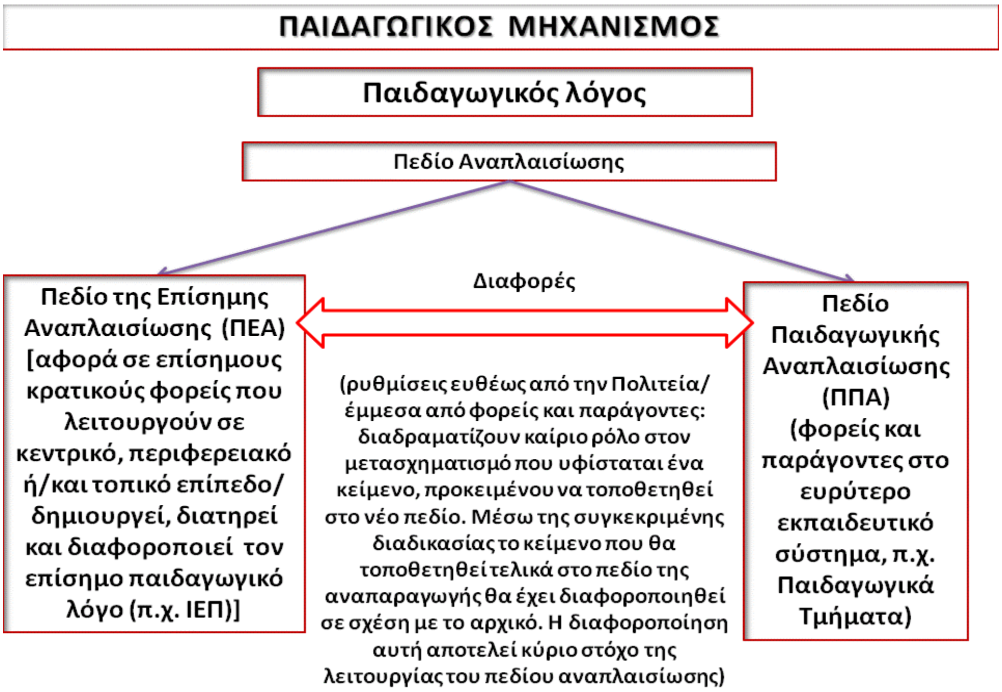
Ο παιδαγωγικός λόγος συνιστά το σημείο εκκίνησης, το οποίο ρυθμίζει τους τρόπους με τους οποίους οι γνώσεις και οι δεξιότητες που αναπτύσσονται σε μία ή περισσότερες περιοχές ακαδημαϊκού ενδιαφέροντος επιλέγονται και οργανώνονται από την αρχή ώστε να δημιουργήσουν νέες σχέσεις μεταξύ τους, με στόχο τη μετάδοσή τους στο πλαίσιο των επίσημων θεσμών της εκπαίδευσης. Σε αυτή τη συνθήκη, ο λόγος, μέσω του οποίου μεταδίδονται εξειδικευμένα γνωστικά περιεχόμενα και οι μεταξύ τους σχέσεις, αποτελεί τον διδακτικό λόγο, ενώ ο ηθικός λόγος που δημιουργεί και διατηρεί την κοινωνική τάξη συνιστά τον ρυθμιστικό λόγο (Bernstein 1990).

Οι έννοιες του παιδαγωγικού μηχανισμού και του παιδαγωγικού λόγου μπορούν να αξιοποιηθούν για την ανάλυση των μέσων που χρησιμοποιεί η εξουσία (με την ευρύτερη έννοια) για να μετατραπεί σε λόγο και ο λόγος για να μετατραπεί σε εξουσία στο πεδίο του συμβολικού ελέγχου. Σε αυτή την κατεύθυνση, ο παιδαγωγικός λόγος μπορεί να χαρακτηριστεί επίσημος γιατί διαμορφώνεται εντός των εκπαιδευτικών ιδρυμάτων και των εκάστοτε εκπαιδευτικών συστημάτων. Επιπλέον, ο παιδαγωγικός λόγος μπορεί να χαρακτηριστεί τοπικός όταν διαμορφώνεται στο πρωτογενές πλαίσιο της οικογένειας και της τοπικής κοινωνίας. Η προσέγγιση και η μελέτη του επίσημου παιδαγωγικού λόγου προϋποθέτει την αξιοποίηση γνώσεων που σχετίζονται με το πεδίο της αναπλαισίωσης, γεγονός που επιτρέπει την ανάδειξη του εκπαιδευτικού κώδικα που διαμορφώνεται σε αυτό το πεδίο (Bernstein 2000).

Σχεδιάγραμμα: Πεδία συγκρότησης του Παιδαγωγικού Λόγου (Bernstein 2000)

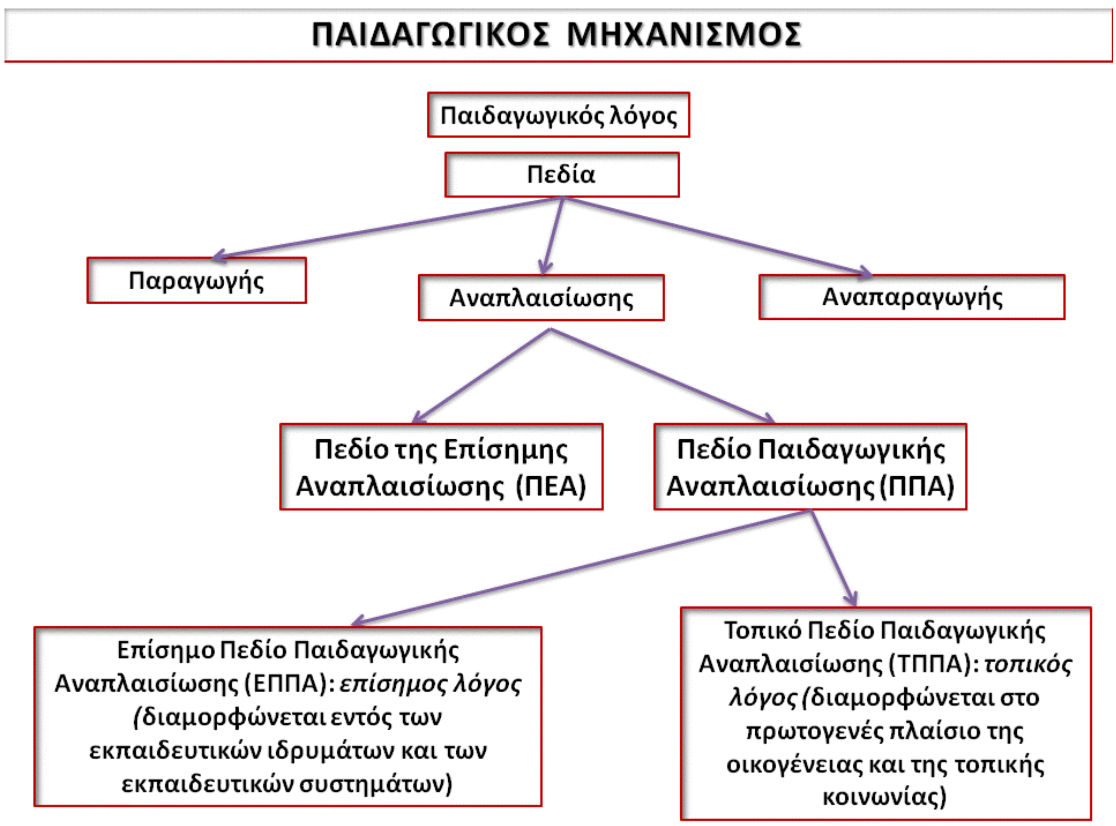
Στο πεδίο της αναπλαισίωσης, και μέσω της μετακίνησης κειμένων (texts), διαμορφώνεται ο λόγος, ο οποίος πληροί παιδαγωγικούς σκοπούς και προέρχεται από το αρχικό πεδίο της παραγωγής, δηλαδή από το πεδίο της πρωτογενούς πλαισίωσης που έχει υποστεί, και καταλήγει στο πεδίο της αναπαραγωγής του. Το πεδίο της αναπλαισίωσης ρυθμίζει την κίνηση των κειμένων από το πεδίο της παραγωγής στο πεδίο της αναπαραγωγής και χωρίζεται σε δύο επιμέρους πεδία, με συγκεκριμένους φορείς, παράγοντες, θέσεις και πρακτικές το καθένα. Ειδικότερα, το πεδίο της αναπαραγωγής εξειδικεύεται στο επίσημο παιδαγωγικό πεδίο αναπλαισίωσης και στο παιδαγωγικό πεδίο αναπλαισίωσης (π.χ. Λάμνιας & Τσατσαρώνη 1999). Το πρώτο επιμέρους πεδίο αφορά τους επίσημους φορείς της Πολιτείας και τους παράγοντες, οι οποίοι λειτουργούν σε κεντρικό, σε περιφερειακό ή/ και σε τοπικό επίπεδο. Στο επίσημο πεδίο της αναπλαισίωσης υπάρχει η δυνατότητα της δημιουργίας, της διατήρησης και της διαφοροποίησης του επίσημου παιδαγωγικού λόγου. Το δεύτερο επιμέρους πεδίο αναπλαισίωσης, το παιδαγωγικό, αναφέρεται στους φορείς και τους παράγοντες που λειτουργούν στο εκπαιδευτικό σύστημα ευρύτερα.

Μεταξύ του επίσημου παιδαγωγικού πεδίου αναπλαισίωσης και του παιδαγωγικού πεδίου αναπλαισίωσης καταγράφονται διαφοροποιήσεις, οι οποίες οφείλονται στο γεγονός ότι στο επίσημο παιδαγωγικό πεδίο αναπλαισίωσης οι ρυθμιστικές ενέργειες πραγματοποιούνται άμεσα από την Πολιτεία (κρατικός μηχανισμός), ενώ στο παιδαγωγικό πεδίο αναπλαισίωσης οι ενέργειες αυτές πραγματοποιούνται από τους διάφορους φορείς και παράγοντες και λειτουργούν έμμεσα. Συνεπώς, οι φορείς και οι παράγοντες που ενεργούν στο πεδίο της αναπλαισίωσης έχουν εξέχουσα σημασία στον μετασχηματισμό που υφίσταται ένα κείμενο, προκειμένου να τοποθετηθεί στο νέο πεδίο. Μέσω της συγκεκριμένης διαδικασίας το κείμενο που θα λάβει τελικά θέση στο πεδίο της αναπαραγωγής θα παρουσιάζει διαφοροποιήσεις συγκριτικά με το αρχικό κείμενο. Οι διαφοροποιήσεις αυτές συνιστούν βασικό στόχο της λειτουργίας του πεδίου αναπλαισίωσης και πραγματώνονται κατά τη διαδικασία προσδιορισμού των κατηγοριών, των περιεχομένων και των σχέσεων που θα μεταβιβαστούν [ταξινόμηση], καθώς και του τρόπου μετάδοσής τους [περιχάραξη] (Bernstein 1990). Το παιδαγωγικό πεδίο αναπλαισίωσης συνιστά σημαντική έννοια για τον πρόσθετο λόγο ότι μπορεί να αποτελέσει έναν δείκτη της σχετικής αυτονομίας που έχει επιτύχει το εκπαιδευτικό σύστημα, η οποία μπορεί να μετρηθεί μέσω του βαθμού στον οποίο το συγκεκριμένο πεδίο μπορεί να επηρεάσει τη συγκρότηση του παιδαγωγικού λόγου. Γι’ αυτό, η διάκριση μεταξύ του επίσημου παιδαγωγικού πλαισίου αναπλαισίωσης και του παιδαγωγικού πλαισίου αναπλαισίωσης θεωρείται ιδιαίτερα σημαντική (π.χ. Κλώθου 2011).



Σχεδιάγραμμα: Επιμέρους πεδία αναπλαισίωσης

Θα πρέπει να επισημανθεί ότι μια επιπλέον διαδικασία αναπλαισίωσης πραγματοποιείται κατά την τοποθέτηση του ήδη αναπλαισιωμένου κειμένου στο πεδίο της αναπαραγωγής, η οποία ενεργοποιείται στο πλαίσιο της παιδαγωγικής διαδικασίας που διενεργείται στις διάφορες βαθμίδες της εκπαίδευσης. Οι παραγωγές που πραγματοποιούνται στο σχολικό πλαίσιο υποβάλλονται με τη σειρά τους σε νέα αναπλαισίωση, κατά την οποία μπορούν να αξιοποιηθούν στοιχεία που υφίστανται στο επίσημο παιδαγωγικό πεδίο της αναπλαισίωσης ή στοιχεία που αναδεικνύονται με επιτακτικό τρόπο από το τοπικό πλαίσιο του σχολείου (Morgan, Tsatsaroni & Lerman 2002).



Σχεδιάγραμμα: Πεδίο και επιμέρους πεδία παραγωγής του Παιδαγωγικού Λόγου (Lerman et al 2003)

Γενικά, κύριος στόχος του παιδαγωγικού πεδίου αναπλαισίωσης είναι η δημιουργία, η διατήρηση, η αλλαγή και η νομιμοποίηση του παιδαγωγικού λόγου και των πρακτικών μετάδοσης και απόκτησης της γνώσης. Ένας συγκεκριμένος παιδαγωγικός λόγος συνδέεται με συγκεκριμένες πρακτικές και διαμορφώνει τον επίσημο εκπαιδευτικό κώδικα που θα αξιοποιηθεί από τους εταίρους της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Ο εκπαιδευτικός κώδικας μπορεί να οριστεί ως μια «ρυθμιστική, σιωπηρά προσλαμβανόμενη αρχή, η οποία επιλέγει και ενοποιεί τις συναφείς σημασίες, τις μορφές πραγμάτωσής τους και τα πλαίσια ανάδειξής τους» (Bernstein 1990, σελ. 214).

Η ταξινόμηση αποτελεί μια έννοια που προσδιορίζει την ισχύ των συνόρων (boundaries) που διαμορφώνονται μεταξύ των κατηγοριών, όπως είναι τα διαφορετικά περιεχόμενα, οι λόγοι και οι πρακτικές μετάδοσής τους (Bernstein 2000). Όταν τα σύνορα μεταξύ των κατηγοριών είναι ισχυρά, τότε οι κατηγορίες θεωρούνται μονωμένες, συνεπώς η ταξινόμηση θεωρείται ισχυρή. Αντιθέτως, ο μετριασμός της αυστηρότητας συνοχής των συνόρων συνεπάγεται την άμβλυνση του βαθμού ταξινόμησης με αποτέλεσμα την ελαχιστοποίηση της μόνωσης μεταξύ των κατηγοριών. Στη συνθήκη της ταξινόμησης καθίσταται δυνατή η συνειδητοποίηση ότι η συνιστώσα που προσδίδει νόημα και διακριτή ταυτότητα σε κάθε κατηγορία είναι ελάχιστα το περιεχόμενό της και περισσότερο η σχέση, η απόσταση και η διάκρισή της από παρόμοιες κατηγορίες. Κατά τον Bernstein (2000), μια διαφοροποίηση στον βαθμό μόνωσης που υφίσταται μεταξύ των κατηγοριών, κατά συνέπεια μια αλλαγή στην ταξινόμησή τους, επιφέρει και αλλαγή στο περιεχόμενο των κατηγοριών, καθώς και στις ταυτότητες που συγκροτούν οι συγκεκριμένες κατηγορίες. Αντιστοίχως, η ταξινόμηση προσφέρει σε εκπαιδευτικούς και μαθητές τους κανόνες αναγνώρισης, η γνώση των οποίων αποτελεί προϋπόθεση για την εξειδίκευση των ατομικών κειμένων, δηλαδή για την ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να προσδιορίζουν και να αναγνωρίζουν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά ενός πλαισίου που το καθιστούν διακριτό σε σχέση με άλλα πλαίσια (Bernstein 2000).

Η έννοια της περιχάραξης αναφέρεται στον βαθμό του ελέγχου που κατέχουν εκπαιδευτικοί και μαθητές σε σχέση με το περιεχόμενο της γνώσης που είναι θεμιτή εντός του παιδαγωγικού πλαισίου. Μέσω αυτής της έννοιας περιγράφονται οι σχέσεις των συμμετεχόντων εντός ενός πλαισίου παιδαγωγικής επικοινωνίας με πρωταρχική τη σχέση μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητή. Από την περιγραφή των σχέσεων εγείρονται ενδιαφέροντα ερωτήματα, τα οποία σχετίζονται με τον βαθμό ελέγχου που κατέχει κάθε κατηγορία συμμετεχόντων στην επιλογή, την οργάνωση, τον ρυθμό και τα κριτήρια μετάδοσης της γνώσης σε μια παιδαγωγική σχέση (Bernstein 2000), και, κατ΄ επέκταση, σχετίζονται έμμεσα με τον βαθμό μόνωσης που υφίσταται μεταξύ της εκπαιδευτικής γνώσης και της καθημερινής εκπαιδευτικής γνώσης, δηλαδή με την ισχύ της ταξινόμησης. Καθώς η περιχάραξη προσδιορίζει το εύρος των επιλογών στις οποίες προβαίνουν τα μέρη που εμπλέκονται σε κάθε παιδαγωγική σχέση, προσδίδει στους εκπαιδευτικούς και στους μαθητές τους κανόνες πραγμάτωσης για να οδηγηθούν στην παραγωγή ατομικών κειμένων.

Σύμφωνα με τους Κουλαϊδή και Τσατσαρώνη (2010, σελ. 38), «…ο παιδαγωγικός λόγος.. εξειδικεύει τον παιδαγωγικό χρόνο, το παιδαγωγικό κείμενο (είδος κειμένου) και τον παιδαγωγικό χώρο και δημιουργεί σχέσεις μεταξύ τους, οι οποίες αποτυπώνουν «την παιδαγωγική πρακτική (κυρίαρχη πρακτική μετάδοσης, πρόσκτησης, αξιολόγησης) στο σημείο της συγκρότησης, αλλά και της πραγμάτωσης και αναπαραγωγής της». Η συνθήκη αυτή εγείρει σημαντικά ερωτήματα σχετικά με την εκπαιδευτική γνώση και τις διδακτικές πρακτικές της, οι οποίες ενσωματώνουν στο εσωτερικό τους τον παιδαγωγικό κώδικα και τις διαδικασίες ταξινόμησης και περιχάραξης, καθώς και τις σχέσεις μεταξύ εξουσίας και ελέγχου που διαμορφώθηκαν μέσω αυτών των διαδικασιών (Bernstein 2000). Η περιγραφή της ταξινόμησης βασίζεται σε δύο βασικές αρχές: όταν ο διαχωρισμός των στοιχείων μιας συνθήκης είναι απαραίτητος, τότε η ταξινόμηση χαρακτηρίζεται αυστηρή. Στην αντίθετη περίπτωση, δηλαδή όταν τα στοιχεία συνδέονται μεταξύ τους, τότε η ταξινόμηση χαρακτηρίζεται ασθενής. Ο τρόπος με τον οποίο εκλαμβάνεται η ταξινόμηση διερευνάται μέσω της έννοιας της περιχάραξης, η οποία σχετίζεται με τις παιδαγωγικές σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ εκπαιδευτικών και μαθητών. Σε αυτό το πλαίσιο οι μαθητές κατανοούν την επιθυμητή παιδαγωγική επικοινωνία και λειτουργούν σύμφωνα με τις αρχές της. Ειδικότερα, «η περιχάραξη αφορά τη φύση του ελέγχου, δηλαδή το ποιος ελέγχει τι, σχετικά με την επιλογή των περιεχομένων, τη διαδοχή τους, τους ρυθμούς μετάβασης και τα κριτήρια αξιολόγησης» (Κουλαΐδής & Τσατσαρώνη 2010). Επιπλέον, σχετίζεται με την ανισοβαρή σχέση που διαμορφώνεται μεταξύ εκπαιδευτικών και μαθητών (Bernstein 2000). Σε αντιστοιχία με την ταξινόμηση, η περιχάραξη μπορεί να λάβει ισχυρή ή ασθενή τιμή. Στη συνθήκη όπου η περιχάραξη είναι ασθενής φαίνεται ότι ο μαθητής έχει τον έλεγχο ορισμένων στοιχείων της περιχάραξης. Σε κάθε παιδαγωγική σχέση και επικοινωνία η περιχάραξη διέπεται από δύο συστήματα κανόνων: της κοινωνικής τάξης και του διδακτικού λόγου. Στην περίπτωση που οι κανόνες κοινωνικής τάξης και διδακτικού λόγου είναι ισχυροί, τότε δημιουργούνται ορατές μορφές παιδαγωγικής πρακτικής, ενώ στην περίπτωση που οι κανόνες κοινωνικής τάξης και διδακτικού λόγου είναι ασθενείς δημιουργούνται αόρατες παιδαγωγικές πρακτικές (Bernstein 1991).

Κατά τη διάρκεια της δεκαετίας 1970, ο Bernstein μελέτησε την κυρίαρχη σχολική παιδαγωγική, καθώς και μια σειρά από χαρακτηριστικά, τα οποία ήταν πολλαπλά και διάχυτα (Alloway 1995). Ο Bernstein υποστήριξε ότι η διάχυση και η πολλαπλότητα που παρατηρείται διαμορφώνει μια αόρατη μορφή παιδαγωγικής, όπου τα πολλαπλά αυτά κριτήρια για τη μετάδοση της γνώσης διαβιβάζονται μέσω διαπροσωπικών μορφών ελέγχου. Η συνθήκη αυτή αντιπαραβάλλεται με τις ορατές μορφές παιδαγωγικής που διαβιβάζονται μέσω ρητών σχέσεων που αναπτύσσονται μεταξύ του εκπαιδευτικού και του μαθητή. Το στοιχείο που παραμένει αόρατο σε αυτή τη μορφή παιδαγωγικής είναι οι προσωπικές θεωρίες που έχει διαμορφώσει και χρησιμοποιεί ο εκπαιδευτικός στο ανάλογο πλαίσιο. Αυτές οι προσωπικές θεωρίες του εκπαιδευτικού συνιστούν το “φίλτρο” προσέγγισης των διδακτικών πρακτικών του. Η συγκεκριμένη μορφή παιδαγωγικής και οι θεωρητικές προσεγγίσεις που εμπεριέχει, όπως συμβαίνει με τις παιδαγωγικές θεωρίες στο σύνολό τους, δεν συνιστούν ιδεολογικά ουδέτερες περιοχές. Ο Bernstein (1990) υποστηρίζει ότι η αόρατη παιδαγωγική έχει την προέλευσή της στη νέα μεσαία τάξη, είτε μελετηθεί σε σχέση με τους τρόπους διαβίβασης των κριτηρίων της γνώσης είτε μελετηθεί σε σχέση με τη μορφή του κοινωνικού ελέγχου που ασκεί. Ως αποτέλεσμα αυτής της διαπίστωσης, οι σχέσεις δύναμης και ελέγχου που υφίστανται στο εσωτερικό της τάξης διαμορφώνουν μια άνιση σχέση μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητή σε βάρος του μαθητή και ειδικότερα σε βάρος του παιδαγωγικού λόγου των μαθητών που προέρχονται από ασθενέστερα κοινωνικά στρώματα στο πεδίο της κατάκτησης της σχολικής γνώσης (Singh et al 2002).

Σύμφωνα με τον Bernstein, το σύγχρονο σχολείο έχει σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο ώστε να διαβιβάζει δύο είδη γνώσης, τη γνώση για τις αφηρημένες έννοιες και τις δεξιότητες και τη γνώση σχετικά με την ηθική συμπεριφορά, οι οποίες εκχωρούνται κυρίως μέσω των εξειδικευμένων παιδαγωγικών λόγων (Lerman et al 2003). Κατά συνέπεια, ο παιδαγωγικός λόγος συνιστά έναν ενιαίο λόγο που δημιουργείται μέσω της ενσωμάτωσης ενός διδακτικού λόγου, ο οποίος αφορά γνώση και δεξιότητες και τις μεταξύ τους σχέσεις, σε έναν ρυθμιστικό λόγο, ο οποίος αφορά αρχές της κοινωνικής τάξης, των σχέσεων και της ταυτότητας. Οι διαμεσολαβητές της αναπλαισίωσης, στην προκειμένη περίπτωση οι εκπαιδευτικοί, επιλέγουν, οργανώνουν και καθορίζουν γνώσεις χρησιμοποιώντας διδακτικές πρακτικές για να συγκροτήσουν έναν εκπαιδευτικό λόγο κατάλληλο για την υλοποίηση των στόχων της διδασκαλίας και της μάθησης (Singh et al 2002). Κατά συνέπεια, οι εξειδικευμένες πρακτικές αλληλεπίδρασης μεταξύ του εκπαιδευτικού και του μαθητή αποτελούνται από ρυθμιστικούς λόγους και η μορφή που ο διδακτικός λόγος λαμβάνει, διαθέτει σημαντικά ρυθμιστικά γνωρίσματα. Για παράδειγμα, όσο πιο ελεγχόμενος είναι ο διδακτικός λόγος τόσο πιθανότερο είναι ο ρυθμιστικός λόγος να προσδιορίζεται από αυστηρά χαρακτηριστικά. Όταν οι μαθητές έχουν τον έλεγχο του ρυθμιστικού λόγου της διδακτικής πρακτικής είναι πιθανό ο λόγος αυτός να λάβει προσωπικό χαρακτήρα. Όταν η ιεραρχία υπονοείται σε μεγάλο βαθμό, τότε αυξάνεται και ο έλεγχος που ασκείται στη διαπροσωπική επικοινωνία μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητή. Επομένως, οι ρυθμιστικοί λόγοι επιτελούν μια κρίσιμη ιδεολογική λειτουργία με την έννοια ότι «αποσιωπούν» τις σχέσεις εξουσίας και ελέγχου, οι οποίες ενυπάρχουν και διαμορφώνουν αυθαίρετα τη διάταξη της σχολικής γνώσης στο εσωτερικό της (Bernstein 2000· Singh et al 2002, 2002). Οι σχέσεις εξουσίας που αναπτύσσονται στην εκπαιδευτική πράξη αναφέρονται στη δύναμη της μόνωσης που υπάρχει μεταξύ των ορίων των διάφορων κατηγοριών διαμεσολαβητών, των παιδαγωγικών λόγων και των θεσμικών πλαισίων. Οι «σχέσεις εξουσίας… δημιουργούν τα όρια, νομιμοποιούν τα όρια, αναπαράγουν τα όρια ανάμεσα στις διαφορετικές κατηγορίες ομάδων, φύλου, τάξης, διαφορετικών κατηγοριών παιδαγωγικού λόγου, διαφορετικών κατηγοριών διαμεσολαβητών» (Bernstein 1996, σελ. 19). Οι σχέσεις εξουσίας καθιερώνουν και νομιμοποιούν τις σχέσεις της κοινωνικής τάξης. Οι σχέσεις του συμβολικού ελέγχου αναφέρονται στις «νόμιμες σχέσεις της επικοινωνίας που είναι κατάλληλες για τις διαφορετικές κατηγορίες διαμεσολαβητών, δηλαδή, μαθητής-εκπαιδευτικός, διαφορετικές κατηγορίες μαθητών, για τους παιδαγωγικούς λόγους, δηλαδή διαφορετικές κατηγορίες γνώσης, και για τα πλαίσια. Οι αρχές του ελέγχου μεταφέρουν τις σχέσεις του ορίου της εξουσίας και κοινωνικοποιούν τα άτομα εντός αυτών των σχέσεων. Αυτές οι αρχές μεταφέρουν τη δύναμη της αναπαραγωγής και τη δυνατότητα της αλλαγής της» (Lerman et al 2003, σελ. 392).

Μέσω της θεωρίας του Bernstein επιτρέπεται η εστίαση της θεωρητικής προσέγγισης σε δύο επίπεδα: σε ένα δομικό επίπεδο (βασική έννοια η ταξινόμηση) και σε ένα διεπιδραστικό επίπεδο κατανόησης της θεωρίας (βασική έννοια η περιχάραξη) (π.χ. Bernstein 2000· Daniels 2001).

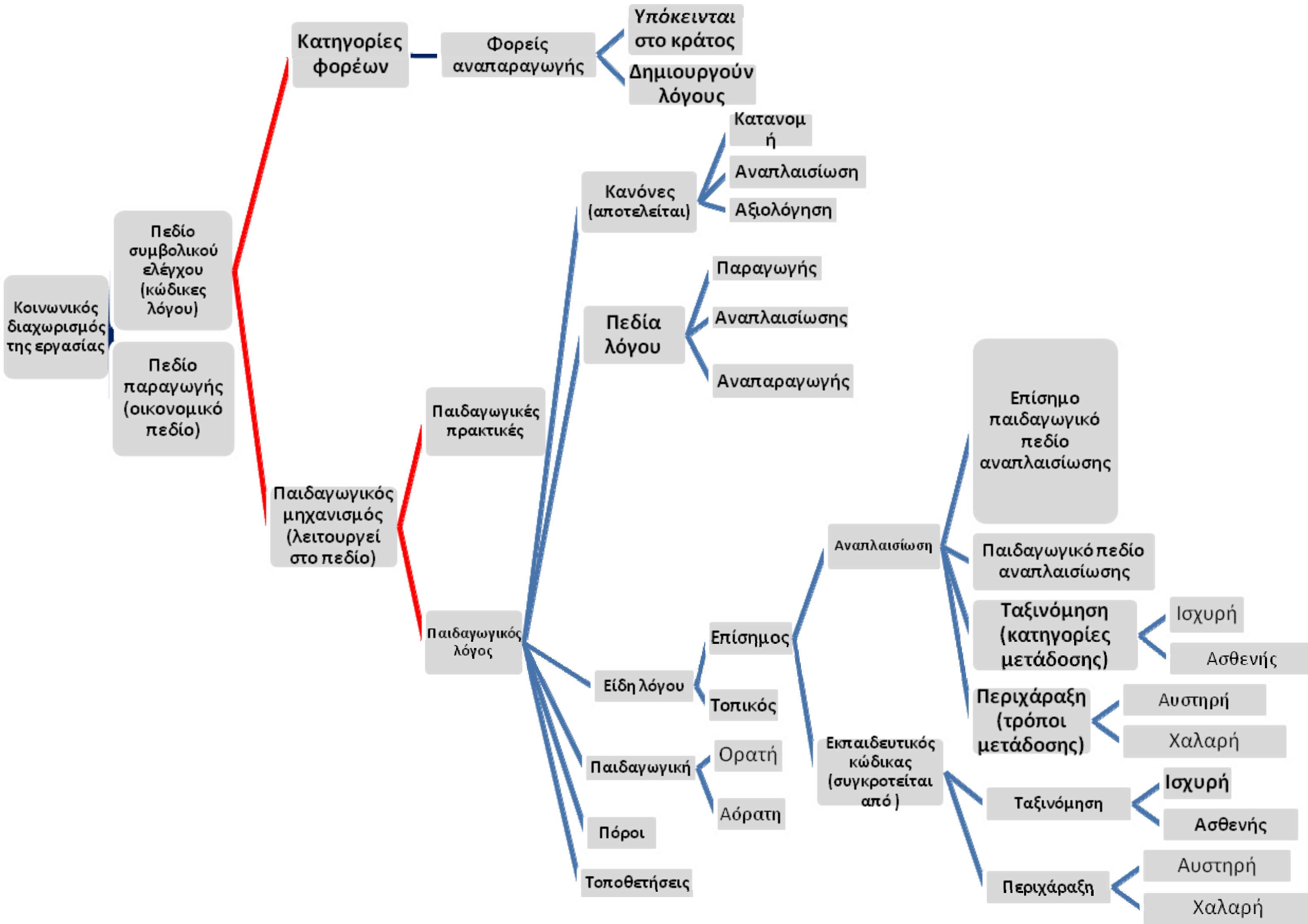
Στο σημείο αυτό είναι σημαντικό να συζητηθεί η προβολή αυτών των θεωρητικών όρων στη σχολική επιστήμη και ειδικότερα στη διαπίστωση ότι η επιλογή, η “μετάδοση”, η απόκτηση και η αξιολόγηση της παιδαγωγικής επιστημονικής γνώσης δεν αποτελούν ουδέτερες διαδικασίες, δηλαδή δεν πραγματοποιούνται με βάση ένα αντικειμενικό γνώρισμα. Η εξέλιξη της θεωρίας του Bernstein ανέδειξε τη σημασία και τον κρίσιμο ρόλο που διαδραματίζουν οι κοινωνικές παράμετροι στον καθορισμό των διαδικασιών αυτών και στη νοηματοδότησή τους (Φραγκουδάκη 2001). Οι διαδικασίες αυτές αναπτύσσονται σε τρία επίπεδα, το μακρο, το μεσο και το μικρο επίπεδο ανάπτυξης (Σχεδιάγραμμα). Η ιδιαίτερη συμβολή της θεωρητικής προσέγγισης του Bernstein στην εκπαιδευτική έρευνα εστιάζεται στην αναγνώριση της διατήρησης της συνοχής μεταξύ των μακρο, μεσο και μικρο-επιπέδων ανάλυσης. Αυτή η αναγνώριση σημαίνει πρακτικά ότι ζητήματα όπως η ευρύτερη κοινωνική δομή, η εκπαιδευτική πολιτική, οι καθημερινές δραστηριότητες των εταίρων της μαθησιακής διαδικασίας και τα αποτελέσματα που επιφέρουν, άμεσα ή μακροπρόθεσμα, στην εκπαιδευτική σταδιοδρομία των μαθητών και των εκπαιδευτικών μελετώνται στο ίδιο πλαίσιο (Lerman et al 2003). Αυτό σημαίνει ότι τα αδύνατα ή τα ισχυρά όρια που διαχωρίζουν τα Μαθηματικά από άλλα γνωστικά αντικείμενα στο Πρόγραμμα Σπουδών, καθώς και από τον καθημερινό κόσμο των μαθητών, και ειδικά η σαφήνεια ή μη των πρακτικών που «νομιμοποιούνται», συνιστούν τα συμβολικά μέσα μέσω των οποίων δομούνται οι ταυτότητες των μαθητών. Με αυτή την έννοια, η εργασία του Bernstein είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, καθώς προσφέρει μια κοινωνιολογική θεώρηση της φύσης της σχολικής γνώσης και των αντίστοιχων πρακτικών και υποστηρίζει τη διερεύνηση των παιδαγωγικών πρακτικών σε σχέση τόσο με τον επίσημο λόγο του Προγράμματος Σπουδών όσο και με τους λόγους που παράγονται την εκπαιδευτική κοινότητα (Cooper & Dunne 2000· Morgan, Evans & Tsatsaroni 2002). Η αξιοποίηση αυτής της δυνατότητας επιτρέπει τη μελέτη των πρακτικών που υιοθετούνται και ενδεχομένως ενσωματώνονται τελικά στο ρεπερτόριο των εκπαιδευτικών.

Η συνύπαρξη του επίσημου λόγου με τους λόγους που αναπτύσσονται σε άλλα πλαίσια οδηγούν στη διαπίστωση ότι ο παιδαγωγικός λόγος γενικά δεν ενοποιεί, καθώς αποτελείται από επίσημους και άλλους ανεπίσημους λόγους. Ο επίσημος λόγος παράγεται μέσω των διαμεσολαβητών που αναπτύσσουν δραστηριότητες στο Πεδίο της Επίσημης Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης (Bernstein 1996), δηλαδή μέσω των υπηρεσιών που παρέχονται από την Πολιτεία. Για να παράγουν τον συγκεκριμένο λόγο, οι επίσημοι διαμεσολαβητές εστιάζονται σε ένα σύνολο από λόγους και πρακτικές που είναι διαθέσιμες εντός του πεδίου της αναπλαισίωσης και θέτουν τους λόγους και τις πρακτικές στην υπηρεσία των σκοπών και των στόχων τους. Σε αυτή τη συνθήκη συνυπάρχουν οι λόγοι που παράγονται στο πεδίο της παραγωγής της γνώσης και συναντώνται μέσα στο πεδίο της ανεπίσημης παιδαγωγικής αναπλαισίωσης. Στοιχεία από αυτούς τους λόγους εντάσσονται στον επίσημο λόγο από τους επίσημους διαμεσολαβητές. Στοιχεία των λόγων που παράγονται από άλλες εκπαιδευτικές κοινότητες και που εντοπίζονται εντός του πεδίου της ανεπίσημης παιδαγωγικής αναπλαισίωσης, όπως οι λόγοι της συνοχής μεταξύ των επιπέδων εκπαίδευσης ή της αποτελεσματικότητας του σχολείου, θα μπορούσαν επίσης να συνιστούν στοιχεία του επίσημου λόγου. Μπορεί, κατά συνέπεια, να υποστηριχτεί ότι ο επίσημος λόγος αποτελείται από μια ποικιλία στοιχείων που προέρχονται από ετερογενείς λόγους, μερικοί από τους οποίους διαμορφώνουν τους ανεπίσημους, και ορισμένες φορές «αντιπολιτευτικούς», εκπαιδευτικούς λόγους.

Ο επίσημος λόγος που, στο πεδίο της επίσημης παιδαγωγικής αναπλαισίωσης, αποτελείται από διάφορες πηγές λόγου και εκφράζεται στο Πρόγραμμα Σπουδών, έχει θεσμοθετηθεί σε πολλές δυτικές χώρες και περιλαμβάνει έναν κυρίαρχο τύπο πρακτικής, την αόρατη παιδαγωγική: μια μορφή παιδαγωγικής πρακτικής με ασθενείς αξίες περιχάραξης όπου «οι κανόνες του ρυθμιστικού και του διδακτικού λόγου υπονοούνται και κατά ένα μεγάλο μέρος είναι άγνωστοι σε αυτόν που τους χρειάζεται» (Bernstein 2000, σελ. 14). Στην προκειμένη περίπτωση, «οι κατέχοντες τους κανόνες ασκούν σημαντικό ρόλο στη ρύθμιση των κανόνων και των κριτηρίων της αξιολόγησης του διδακτικού λόγου που είναι πιθανό να υπονοούνται και να διαχέονται. Στο πεδίο της παραγωγής λόγου υπάρχουν θεωρίες, αποδείξεις, επιχειρήματα, τα οποία μετατρέπονται σε πηγές άντλησης στοιχείων του επίσημου λόγου και κατ' επέκταση σε μορφές δράσης. Σε ορισμένες περιπτώσεις, ο επίσημος λόγος μπορεί να ενσωματώσει και, στη συνέχεια, να μεταδώσει διαφορετικές και ίσως αντικρουόμενες μεταξύ τους «φωνές» (Morgan, Tsatsaroni & Lerman 2002).

Από την περιγραφή που προηγήθηκε γίνεται κατανοητό ότι οι σαφείς διδακτικοί στόχοι εξυπηρετούν τον σκοπό της δημιουργίας μιας ορατής μορφής παιδαγωγικής, η οποία διαμορφώνεται από ρητούς κανόνες διδακτικού και ρυθμιστικού λόγου. Αυτή η παιδαγωγική πριμοδοτεί ορισμένες πτυχές και περιεχόμενα των Μαθηματικών και ρυθμίζει τις ενέργειες του εκπαιδευτικού. Σε αντίθετη περίπτωση, οι αρχές που ρυθμίζουν την πρακτική που ακολουθεί ένας εκπαιδευτικός λειτουργούν ως αόρατος έλεγχος, ο οποίος διαμορφώνει τις πρακτικές που υιοθετεί.

Οι παραπάνω θεωρητικές προσεγγίσεις σκιαγραφούν το ευρύτερο θεωρητικό πλαίσιο εντός του οποίου δημιουργούνται οι συνθήκες μελέτης του παιδαγωγικού λόγου που αρθρώνουν οι εκπαιδευτικοί σε συνδυασμό με τις διαδικασίες αναπλαισίωσης που λαμβάνουν χώρα στο σχολικό περιβάλλον και σχετίζονται στενά με τις διδακτικές πρακτικές. Οι Morgan et al (2002) υποστηρίζουν τη σημαντικότητα της συνδυαστικής μελέτης της έννοιας του παιδαγωγικού λόγου και της λειτουργίας του στην πράξη: ο επίσημος λόγος, σε συνδυασμό με τον λόγο που παράγεται στο πεδίο της ανεπίσημης παιδαγωγικής αναπλαισίωσης, παρέχει στους εκπαιδευτικούς πόρους άντλησης στοιχείων. Επιπλέον, οι πρακτικές που οι εκπαιδευτικοί ενσωματώνουν στην εργασία τους και η αιτιολόγησή τους εξαρτάται από τους τρόπους με τον οποίους ερμηνεύουν την ατομική σχολική δράση. Όπως αναφέρει ο Bernstein (1999), οι πρακτικές των εκπαιδευτικών μπορεί να προέρχονται από ειδικούς λόγους, τους οποίους αποκαλεί κάθετους λόγους, καθώς και από οριζόντιους λόγους, δηλαδή από άλλα τοπικά καθημερινά πλαίσια εντός των οποίων λειτουργούν. Οι λόγοι αυτοί ονομάζονται κοινωνικοί λόγοι και συνιστούν πρόσθετες πηγές από τις οποίες οι εκπαιδευτικοί αντλούν στοιχεία.



Σχεδιάγραμμα: Η θεωρητική προσέγγιση του εκπαιδευτικού μηχανισμού σύμφωνα με τον Bernstein

3.2 Η έννοια της αναπλαισίωσης και η θεωρητική αξιοποίησή της

Κάθε νέο Πρόγραμμα Σπουδών «αλλοιώνεται» κατά την προσπάθεια υλοποίησής του τόσο από τη δράση θεσμικών παραγόντων που λειτουργούν ως εμπόδια όσο και από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς. Η συζήτηση αυτή είναι ανάλογη εκείνης περί διαστρέβλωσης των ακαδημαϊκών Μαθηματικών κατά τον μετασχηματισμό τους σε σχολικά μαθηματικά (Schoenfeld 2004) και της ακαδημαϊκής γνώσης που αφορά τη μαθηματική εκπαίδευση σε γνώση που μπορεί να στηρίξει τη διδασκαλία των Μαθηματικών στην πράξη (Morgan et al 2013). Ειδικότερα, οι ενέργειες των ατόμων που εμπλέκονται στα σχολικά Μαθηματικά στοχεύουν στην ανάπτυξη της σχετικής γνώσης των μαθητών και όχι στην επέκταση της ίδιας της μαθηματικής γνώσης. Οι μαθηματικοί στο ακαδημαϊκό πεδίο εργάζονται για την παραγωγή νέων μαθηματικών γνώσεων, ωστόσο οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές εργάζονται για την αναπαραγωγή της γνώσης που «έχει παραχθεί αλλού» (Morgan et al 2013). Η μετακίνηση από το πεδίο παραγωγής των Μαθηματικών (ακαδημαϊκό πεδίο) στο πεδίο αναπαραγωγής τους (σχολικό πεδίο) προϋποθέτει μια διαδικασία αναπλαισίωσης του λόγου (discourse) που συγκροτείται τόσο στο πρώτο όσο και σε άλλα πεδία (π.χ. των θεωριών μάθησης).

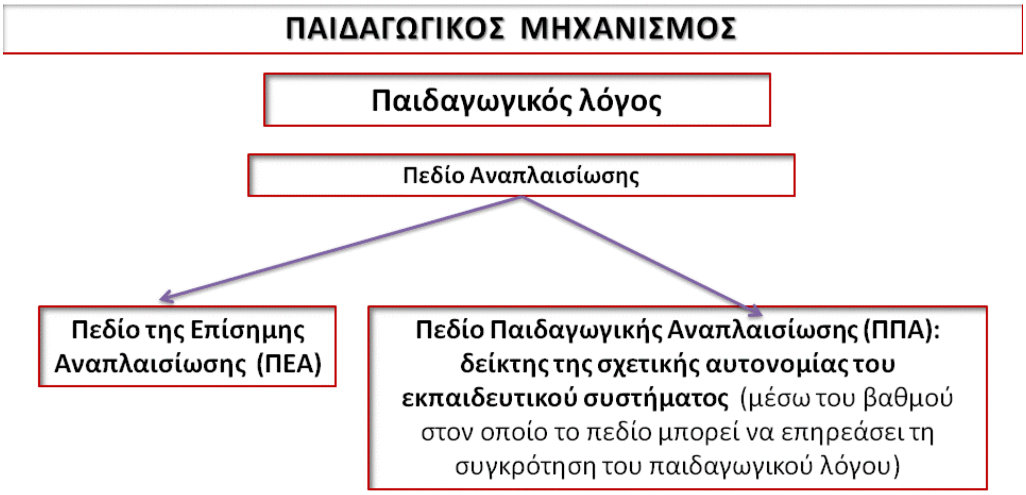
Ανάλογη είναι η διαδικασία μετάβασης από το ακαδημαϊκό πεδίο παραγωγής της έρευνας και της θεωρίας στη μαθηματική εκπαίδευση στο σχολικό πεδίο αναπαραγωγής τους. Οι εκπαιδευτικοί γενικά δεν ασχολούνται με την παραγωγή νέας γνώσης για τη διδασκαλία και τη μάθηση, αλλά με την απόκτηση γνώσεων και δεξιοτήτων που θα τους επιτρέψουν να διδάξουν αποτελεσματικά. Κατά τη διαδικασία αναπλαισίωσης που προκύπτει αναπόφευκτα, οι θεωρητικές και οι ερευνητικές γνώσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης μετασχηματίζονται, για να υποστηρίξουν τους σκοπούς της διδασκαλίας των Μαθηματικών στην πράξη. Η ανάπτυξη Προγραμμάτων Σπουδών, η παραγωγή εκπαιδευτικών υλικών που υποστηρίζουν ένα Πρόγραμμα Σπουδών και οι δραστηριότητες επαγγελματικής ανάπτυξης διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο σε αυτόν τον μετασχηματισμό. Σε αυτή τη συνθήκη το πεδίο αναπαραγωγής είναι ενσωματωμένο σε πολλούς τομείς της επαγγελματικής ζωής των εκπαιδευτικών, διαμορφώνοντας ένα σύνθετο περιβάλλον για την ανάπτυξη λόγου σχετικού με τις πρακτικές τους.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η υιοθέτηση μιας κοινωνιολογικής θεώρησης της διαδικασίας υλοποίησης ενός νέου Προγράμματος Σπουδών, η οποία προτάσσει ως βασική την έννοια της αναπλαισίωσης της γνώσης, θα μπορούσε να προσφέρει ένα λειτουργικό πλαίσιο κατανόησης και ερμηνείας των προβλημάτων που προκύπτουν εξαιτίας της πολυπλοκότητας του εγχειρήματος. Μια τέτοια θεώρηση είναι αυτή που προτείνεται από τον Bernstein (2000), ο οποίος εστιάζεται στον παιδαγωγικό μηχανισμό που προσδιορίζει τη δομή και την οργάνωση των εκπαιδευτικών περιεχομένων, καθώς και την κατανομή τους με βάση την κυρίαρχη διαδικασία της αναπλαισίωσης. Δηλαδή, της μεταφοράς της γνώσης μέσα από διαδικασίες επιλογής από τους χώρους όπου παράγεται (π.χ. Ανώτατα Εκπαιδευτικά Ιδρύματα) στους χώρους της τυπικής ή της άτυπης εκπαίδευσης (π.χ. σχολική τάξη).

Ο Bernstein (2000) διέκρινε το Πεδίο της Επίσημης Αναπλαισίωσης (Official Recontextualizing field - ΠΕΑ), που συγκροτείται και κυριαρχείται από την πολιτεία για την κατασκευή και την επιτήρηση του κρατικού παιδαγωγικού λόγου, και το Πεδίο της (επίσημης) Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης (Pedagogic Recontextualizing field - ΠΠΑ), στη διαμόρφωση και διαχείριση του οποίου συμμετέχουν περισσότερο ή λιγότερο ανεξάρτητοι από την πολιτεία αντιπρόσωποι (agents), όπως είναι τα άτομα που έχουν αναλάβει την εκπαίδευση των εκπαιδευτικών. Η σχέση μεταξύ των δύο πεδίων και των διεργασιών μεταρρύθμισης ενός Προγράμματος Σπουδών εξαρτάται από τον βαθμό αυτονομίας του ΠΠΑ, τον βαθμό στον οποίο οι λόγοι (discourses) που παράγει μοιάζουν ή διαφέρουν από εκείνους του ΠΕΑ και από την πηγή παραγωγής του αναθεωρημένου Προγράμματος Σπουδών (Morgan et al 2013).

Οι εκπαιδευτικοί λειτουργούν ως αντιπρόσωποι στο ΠΠΑ, αναπαράγοντας τον επίσημο παιδαγωγικό λόγο που συγκροτείται στο ΠΕΑ. Ωστόσο, οι πρακτικές τους δεν μπορεί να ρυθμίζονται απόλυτα από εξωτερικούς κανονισμούς. Αυτό που αναπαράγεται στο σχολείο και στην τάξη εξαρτάται από τις αρχές της αναπλαισίωσης που απορρέουν από «το ειδικό πλαίσιο ενός συγκεκριμένου σχολείου και από την αποτελεσματικότητα του εξωτερικού ελέγχου στην αναπαραγωγή του επίσημου παιδαγωγικού λόγου», δηλαδή από τη λειτουργία συμπληρωματικών πόρων που παράγονται σε τοπικό επίπεδο [Τοπικό ΠΠΑ, σε διάκριση με το Επίσημο ΠΠΑ] (Bernstein 1990).

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι, παρά την ανεξαρτησία μεταξύ τους, τα πεδία αναπλαισίωσης επηρεάζουν το ένα το άλλο, με σημαντικούς αντιπροσώπους να διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο σε περισσότερα από ένα πεδία (π.χ. ερευνητές που διδάσκουν στα Πανεπιστήμια, σε προγράμματα επαγγελματικής ανάπτυξης, στον σχεδιασμό νέων Προγραμμάτων Σπουδών, κ.ά.). Αυτή η περίπλοκη σχέση δημιουργεί διαφορές μεταξύ των παιδαγωγικών λόγων που συγκροτούνται στα διαφορετικά πεδία αναπλαισίωσης και, κατά συνέπεια, μεταξύ των πρακτικών που υιοθετούνται με βάση αυτούς τους λόγους. Η αλληλεπίδραση μεταξύ των πεδίων αναπλαισίωσης και των ερμηνειών των λόγων που αναπτύσσονται σε αυτά διαμορφώνει τους πόρους που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί, για να νομιμοποιήσουν τις πρακτικές τους στην τάξη (π.χ. McNamara & Corbin 2001).



Η διάκριση μεταξύ του επίσημου παιδαγωγικού πλαισίου αναπλαισίωσης και του παιδαγωγικού πλαισίου αναπλαισίωσης θεωρείται ιδιαίτερα σημαντική

Στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα, η πολιτεία έχει σχεδόν τον απόλυτο έλεγχο στο Πρόγραμμα Σπουδών, στην παραγωγή εκπαιδευτικού υλικού, στην εφαρμογή σε επίπεδο σχολείου, καθώς και στην επαγγελματική ανάπτυξη των εκπαιδευτικών. Δεν υφίσταται, λοιπόν, πραγματικά ανεξάρτητο ΠΠΑ. Παρόλα αυτά, υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στα επιμέρους πεδία αναπλαισίωσης και στους λόγους που παράγουν, παρέχοντας ποικίλες πηγές ερμηνείας του Προγράμματος Σπουδών για τους εκπαιδευτικούς στο πεδίο αναπαραγωγής. Επιπλέον, οι εκπαιδευτικοί μπορεί να "αντλήσουν" από προηγούμενους λόγους των Μαθηματικών, από τις διαδικασίες μάθησης και διδασκαλίας που βίωσαν κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσής τους, από τη διδακτική τους εμπειρία, καθώς και από τις συζητήσεις που πραγματοποιούνται στο σχολείο, αλλά και στην εκπαιδευτική κοινότητα.

Κάθε νέο Πρόγραμμα Σπουδών πριμοδοτείται ως καινοτόμο και πρωτότυπο σε αντίθεση με το ισχύον κάθε φορά Πρόγραμμα Σπουδών, το οποίο μετατρέπεται και «αλλοιώνεται» τόσο από τη δράση θεσμικών παραγόντων που λειτουργούν ως εμπόδια όσο και από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς των οποίων οι πεποιθήσεις θεωρούνται "λανθασμένες". Η συζήτηση περί αλλοίωσης είναι ανάλογη των συζητήσεων που πραγματοποιούνται σχετικά με την αυθεντικότητα των ίδιων των σχολικών Μαθηματικών, τα οποία (όπως έχει αναφερθεί) έρχονται σε αντίθεση με τα ακαδημαϊκά μαθηματικά (π.χ. Schoenfeld 2004· Wells 1993). Στην περίπτωση των σχολικών

Μαθηματικών, οι στόχοι και τα ενδιαφέροντα των ατόμων που εμπλέκονται διαφέρουν σε σχέση με τα αντίστοιχα των ακαδημαϊκών Μαθηματικών. Η Morgan (2013) αναφέρει ότι είναι σημαντικό οι μαθητές να συμμετέχουν σε μαθηματικές δραστηριότητες όπου ενθαρρύνεται η διερεύνηση και ο μαθηματικός λογισμός (στοιχεία που χαρακτηρίζουν το πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης), ωστόσο αυτό γίνεται, κατά κύριο λόγο, για να μπορέσουν οι μαθητές να μάθουν τα σχολικά Μαθηματικά, αναπτύσσοντας τις προσωπικές τους γνώσεις και όχι επεκτείνοντας την ίδια τη μαθηματική γνώση, καθώς γίνεται η υπόθεση ότι η συντριπτική πλειοψηφία των μαθητών δεν επιδιώκουν να γίνουν μαθηματικοί. Επομένως, οι δράσεις των ατόμων που εμπλέκονται δεν θα μπορούσαν να λάβουν τα χαρακτηριστικά που, σύμφωνα με τους Lave και Wenger (1991), συνιστούν αυτό που ονομάζεται νόμιμη περιφερειακή συμμετοχή (legitimate peripheral participation) σε σχέση με τα ακαδημαϊκά Μαθηματικά (Adler 1996). Η διαφοροποίηση που παρατηρείται ως προς τους σκοπούς και τα ενδιαφέροντα των εμπλεκομένων απαιτούν διαφορετικές μορφές συμμετοχής. Με βάση τους όρους του Bernstein (2000), τα σχολικά Μαθηματικά συνιστούν έναν παιδαγωγικό λόγο που σχηματίζεται από την αναπλαισίωση (recontextualisation) των άλλων λόγων και συμπεριλαμβάνει τους λόγους των ακαδημαϊκών Μαθηματικών, αλλά και των θεωριών μάθησης και διδασκαλίας. Αυτή η αναπλαισίωση «επιλεκτικά οικειοποιείται, μετασχηματίζει, επανατοποθετεί και συσχετίζει άλλους λόγους για να συγκροτήσει τη δική της τάξη» (Bernstein 2000). Αυτή είναι αναπόφευκτα η συνέπεια της «κίνησης» μεταξύ των πλαισίων που έχουν διαφορετικές λειτουργίες: από το πεδίο της παραγωγής των Μαθηματικών (Ακαδημαϊκό) στο πεδίο της αναπαραγωγής (σχολικό).

Ένας παραλληλισμός που μπορεί να γίνει σε αυτό σημείο είναι σε σχέση με τον μετασχηματισμό που λαμβάνει χώρα μεταξύ του πεδίου της παραγωγής της έρευνας και της θεωρίας στη μαθηματική εκπαίδευση και του τομέα της αναπαραγωγής τους. Σε αντίθεση με την περίπτωση των σχολικών Μαθηματικών, το πεδίο της αναπαραγωγής δεν περιορίζεται σαφώς σε μια τάξη όπου οι εκπαιδευτικοί μαθαίνουν για τη θεωρία και την έρευνα. Αντίθετα, το πεδίο της αναπαραγωγής είναι ενσωματωμένο σε πολλούς τομείς της επαγγελματικής ζωής των εκπαιδευτικών και η παιδαγωγική γνώση που έχει αποκτηθεί «αισθητοποιείται» στη δική τους πρακτική στην τάξη. Ενώ οι ερευνητές και οι εκπαιδευτικοί μπορεί να μοιραστούν ανησυχίες σχετικά με την ποιότητα της εκπαίδευσης των μαθητών, οι σκοποί και τα ενδιαφέροντά τους στα δύο πεδία είναι διαφορετικά. Οι εκπαιδευτικοί γενικά δεν ασχολούνται με την παραγωγή νέων ιδεών και γνώσεων σχετικά με τη διδασκαλία και τη μάθηση, αλλά με την απόκτηση γνώσεων και δεξιοτήτων που θα τους επιτρέψουν να διδάξουν με τρόπους που αναγνωρίζονται (από τους ίδιους ή από άλλους) ως αποτελεσματικοί.

Κατά τη διαδικασία της αναπλαισίωσης, θεωρητικές και ερευνητικές γνώσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης μετασχηματίζονται για να εξυπηρετήσουν τους σκοπούς της διδασκαλίας των Μαθηματικών στην πράξη. Η ανάπτυξη και η διάδοση των Προγραμμάτων Σπουδών, η παραγωγή διδακτικών υλικών που υποστηρίζουν ένα Πρόγραμμα Σπουδών, η αρχική εκπαίδευση των εκπαιδευτικών και οι δραστηριότητες επαγγελματικής ανάπτυξης διαδραματίζουν έναν σημαντικό ρόλο σε αυτόν τον μετασχηματισμό: από την επιλογή θεωρητικών και ερευνητικών γνώσεων μέχρι τον επαναπροσδιορισμό του (μετασχηματισμού) για πρακτικούς λόγους. Διάφορα πεδία και αντιπρόσωποι εμπλέκονται σε αυτή τη διαδικασία, ο καθένας παράγοντας πόρους (resources) από τους οποίους οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αντλήσουν, καθώς θα αναπτύσσουν και θα αρθρώνουν λόγο για την πρακτική τους.

Ο Bernstein (2000) προχώρησε στη διάκριση μεταξύ του πεδίου της επίσημης αναπλαισίωσης «που δημιουργήθηκε και κυριαρχείται από το κράτος για την κατασκευή και την επιτήρηση του κρατικού παιδαγωγικού λόγου», και του πεδίου της παιδαγωγικής αναπλαισίωσης, με τη συμμετοχή περισσότερο ή λιγότερο αυτόνομων αντιπροσώπων, ανεξάρτητων από την Πολιτεία, όπως (αναμένεται να είναι) για παράδειγμα τα άτομα που εκπαιδεύουν τους εκπαιδευτικούς. Η σχέση μεταξύ των δύο πεδίων και των διεργασιών για τη μεταρρύθμιση του Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών ποικίλλει ανάλογα με τον βαθμό της αυτονομίας του Πεδίου Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης, ανάλογα με τον βαθμό στον οποίο οι λόγοι που παράγει μοιάζουν ή διαφέρουν από εκείνους του Πεδίου Επίσημης Αναπλαισίωσης και ανάλογα με την πηγή παραγωγής του αναθεωρημένου Προγράμματος Σπουδών.

Οι εκπαιδευτικοί, ως αντιπρόσωποι στο πεδίο της αναπαραγωγής, έχουν μια λειτουργία αναπαραγωγής του επίσημου παιδαγωγικού λόγου που παράγεται στο Επίσημο Πεδίο Αναπλαισίωσης και εκφράζουν έτσι τις κυρίαρχες αρχές της κοινωνίας. Ωστόσο, οι πρακτικές των εκπαιδευτικών δεν μπορεί να καθορίζονται εξ ολοκλήρου από εξωτερικούς κανονισμούς. Αυτό που αναπαράγεται στο σχολείο/ στην τάξη εξαρτάται από τις αρχές της αναπλαισίωσης που απορρέουν από «το ειδικό πλαίσιο ενός συγκεκριμένου σχολείου και την αποτελεσματικότητα του εξωτερικού ελέγχου στην αναπαραγωγή του επίσημου παιδαγωγικού λόγου» (Bernstein 1990). Συνεπώς, υπάρχει το δυναμικό για τη σύγκρουση και την αντίσταση μεταξύ του πεδίου της αναπαραγωγής και των άλλων πεδίων αναπλαισίωσης, καθώς και περαιτέρω δυνατότητες για αλλαγές στον επίσημο παιδαγωγικό λόγο που «συμβαίνει»/ προκύπτει στον τομέα της αναπαραγωγής.

Ένα παράδειγμα αξιοποίησης της παραπάνω θεωρητικής προσέγγισης δίνεται από τη Morgan et al (2013) αναφορικά με την εκπαιδευτική πραγματικότητα στη Μ. Βρετανία, όπου το Πρόγραμμα Σπουδών και η εφαρμογή του ελέγχεται έντονα από την Πολιτεία μέσω εξετάσεων και επιθεωρήσεων. Στο πλαίσιο αυτό λειτουργεί άριστα και με υψηλό βαθμό αυτονομίας το πεδίο της ΠΠΑ, το οποίο αναπτύσσεται κυρίως σε πανεπιστημιακά ιδρύματα και σε επαγγελματικές κοινότητες-ενώσεις εκπαιδευτικών. Στο ΠΠΑ παράγονται εναλλακτικοί λόγοι που αφορούν το Πρόγραμμα Σπουδών, οι οποίοι συγκροτούν σύνολα, διαφορετικά μεταξύ τους, που εμπεριέχουν αναπλαισιωμένες αρχές-πρακτικές και διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην αναπλαισίωση του λόγου του Προγράμματος Σπουδών που παράγεται στο Πεδίο της Επίσημης Αναπλαισίωσης. Παρά το γεγονός ότι τα δύο πεδία είναι ανεξάρτητα ως προς τη δομή τους, επηρεάζουν το ένα το άλλο με παράγοντες που έχουν ρόλο και στα δύο πεδία. Για παράδειγμα, οι Καθηγητές που εκπαιδεύουν τους φοιτητές στα Μαθηματικά στο Πανεπιστήμιο προσφέρουν παράλληλα τις υπηρεσίες τους σε ομάδες εργασίας που συγκροτούνται για τον σχεδιασμό των ΠΣ ή προσδιορίζουν το περιεχόμενο των εθνικών εξετάσεων σύμφωνα με τις προδιαγραφές της Πολιτείας.

3.2.1 Αναπλαισίωση ΠΣ των Μαθηματικών στην ελληνική πραγματικότητα

Από τη μελέτη της μεταρρύθμισης που επιχειρήθηκε μέσω του Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών στην Ελλάδα, μπορούν να προσδιοριστούν τα επίπεδα ανάπτυξης-η δομή του διοικητικού ελέγχου που ασκείται από την Πολιτεία (Σχεδιάγραμμα). Όπως προκύπτει, οι διάφοροι φορείς καταλαμβάνουν διαφορετικές θέσεις στο εσωτερικό αυτής της δομής και εμπλέκονται στην αναπλαισίωση του ΠΣ έχοντας διαφορετικά ενδιαφέροντα και διαφορετικές σχέσεις με σχολεία και εκπαιδευτικούς. Σε σύγκριση με τα εκπαιδευτικά συστήματα στη Μ. Βρετανία και στις ΗΠΑ, όπου το πεδίο αναπλαισίωσης αποτελείται από δύο επιμέρους πεδία, τα επίσημα και τα παιδαγωγικά πεδία αναπλαισίωσης, το ελληνικό πεδίο αναπλαισίωσης μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από τρία επιμέρους πεδία, επίσημα στο σύνολό τους: (α) το Πεδίο Επίσημης Αναπλαισίωσης (ΠΕΑ)-το ίδιο το Πρόγραμμα Σπουδών και οι αρχές του συγκροτούνται σε εθνικό επίπεδο από το εκάστοτε Υπουργείο Παιδείας, (β) η παραγωγή των σχολικών βιβλίων πραγματοποιείται στο πεδίο της Επίσημης Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης (ΕΠΑ), το οποίο ελέγχεται άμεσα και νομιμοποιείται σε εθνικό επίπεδο από το Υπουργείο Παιδείας, (γ) η εφαρμογή σε επίπεδο σχολείου ερμηνεύεται για τα σχολεία και τους εκπαιδευτικούς μέσω της κατάρτισης και των συμπληρωματικών πόρων που παράγονται σε τοπικό επίπεδο, στο πεδίο της Τοπικής Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης (ΤΠΑ). Παρά το γεγονός ότι τόσο το Πεδίο Επίσημης Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης και το Πεδίο Τοπικής Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης διαθέτουν κάποιον βαθμό αυτονομίας, αυτός είναι αρκετά περιορισμένος. Οι λόγοι που παράγονται από τους φορείς σε αυτά τα δύο πεδία με τη μορφή των μαθηματικών σχολικών εγχειριδίων και των δημόσιων εξετάσεων θα πρέπει να εγκριθούν από το Υπουργείο Παιδείας και τα προγράμματα κατάρτισης των εκπαιδευτικών πρέπει να πληρούν τα επίσημα κριτήρια. Αυτά τα δύο πεδία, επομένως, δεν είναι ανεξάρτητα από τον έλεγχο του Υπουργείου Παιδείας. Μια σημαντική διαφορά μεταξύ του ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος και των εκπαιδευτικών συστημάτων των περισσότερων δυτικών χωρών είναι ότι στην Ελλάδα δεν υπάρχει πεδίο παιδαγωγικής αναπλαισίωσης ανεξάρτητο από τη ρύθμιση και την εποπτεία του κράτους που να ασκεί επιρροή στην υιοθέτηση διδακτικών πρακτικών.

Ωστόσο, ακόμη και όταν η Πολιτεία δεν ενθαρρύνει την ανεξάρτητη ανάπτυξη λόγων που αφορούν το Πρόγραμμα Σπουδών, υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στα επιμέρους πεδία που συγκροτούν το πεδίο της αναπλαισίωσης και στους λόγους που παράγουν αντιστοίχως, οι οποίες (διαφορές) λειτουργούν για τους εκπαιδευτικούς ως πηγές από τις οποίες μπορούν να αντλούν για να “ερμηνεύσουν” το Πρόγραμμα Σπουδών στο πεδίο της αναπαραγωγής. Επιπλέον, οι εκπαιδευτικοί μπορεί να αντλήσουν στοιχεία από προηγούμενους λόγους των Μαθηματικών, από τη διδασκαλία και τη μάθηση που διενεργήθηκαν στο πλαίσιο της εκπαίδευσής τους ή/ και από προηγούμενες διδακτικές εμπειρίες, καθώς και από καθημερινούς λόγους που παράγονται σε τοπικό επίπεδο, στο σχολείο και στην ευρύτερη κοινότητα (εκπαιδευτική ή/ και οικογενειακή). Τα πεδία και οι λόγοι που συγκροτούνται στο ελληνικό πλαίσιο συνοψίζονται παρακάτω, στον Πίνακα 1.

Πεδίο	Επιμέρους πεδία	Λόγος που παράγεται
Πεδίο αναπλαισίωσης	**ΕΠΑ**	**Επίσημος λόγος**
	ΕΠΠΑ	**Επαγγελματικός επίσημος λόγος**
	ΤΠΠΑ	**Τοπικός επίσημος λόγος**
		Συμβατικός λόγος
Πεδίο αναπαραγωγής		**Τοπικός λόγος**

Πίνακας 1: Πεδία, επιμέρους πεδία και λόγοι του νέου Προγράμματος Σπουδών στην ελληνική υποχρεωτική εκπαίδευση

Το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα είναι πολύπλοκο εξαιτίας του μεγέθους και του πλήθους των δομών του και «ανταποκρίνεται στα μηχανιστικά γραφειοκρατικά μοντέλα …. είναι ένα ιεραρχικά δομημένο σχήμα, στην κορυφή του οποίου βρίσκεται ο υπουργός Παιδείας, ενώ στη βάση βρίσκεται το σύνολο των σχολείων της χώρας» (Μπιλάλη 2008, σελ. 35). Τα διοικητικά όργανα που εμπλέκονται στην Πρωτοβάθμια και στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση κατηγοριοποιούνται ανάλογα με το επίπεδο άσκησης των αρμοδιοτήτων τους σε εθνικό, περιφερειακό, νομαρχιακό και τοπικό επίπεδο (Μπρίνια 2010).

Ως προς την οργάνωση και τη διοίκηση του ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος, ο αρχικός σχεδιασμός και η εφαρμογή της εκπαιδευτικής πολιτικής ανήκει στον Υπουργό Παιδείας. Ωστόσο για το περιεχόμενο και την υλοποίηση των παραπάνω είναι απαραίτητο να δοθεί η έγκριση του Πρωθυπουργού και του Υπουργικού Συμβουλίου, συνεπώς η διοίκηση της εκπαίδευσης ασκείται με συγκεντρωτικό τρόπο. Η οργάνωση και η διοίκηση έχει την εξής ιεραρχική οργάνωση: Υπουργείο Παιδείας, Διευθύνσεις Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης σε επίπεδο Περιφέρειας, Διευθύνσεις και Γραφεία Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης σε νομαρχιακό επίπεδο, Σχολικές Μονάδες. Η κορυφή «χαρακτηρίζεται από μεγάλη συγκέντρωση αρμοδιοτήτων, ενώ προς τη βάση μειώνονται οι διοικητικές αρμοδιότητες και υπάρχουν αποκλειστικά εκτελεστικές αρμοδιότητες και μηδαμινή εξουσία μόνο για τον Διευθυντή των σχολικών μονάδων» (Ανδρέου & Παπακωνσταντίνου 1994).

Ως προς τη λειτουργική διάρθρωση του ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος, η διοίκηση ασκείται μέσω τριών επιπέδων: (α) εθνικού (Υπουργείο Παιδείας)-η διοικητική διάρθρωση του Υπουργείου Εθνικής Παιδείας περιλαμβάνει, σε ανιούσα ιεραρχική κλίμακα, Τμήματα, Διευθύνσεις, Γενικές Διευθύνσεις και Διοικητικούς Τομείς. Η Διοίκηση της Πρωτοβάθμιας και της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης ασκείται από τις αρμόδιες Διευθύνσεις του Υπουργείου Παιδείας, οι οποίες περιλαμβάνουν διάφορα Τμήματα με διακριτούς τομείς αρμοδιοτήτων (Σαΐτης 2000). Κάποιες δραστηριότητες αναλαμβάνουν φορείς που εποπτεύονται από το Υπουργείο Παιδείας, όπως είναι το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (ΙΕΠ). Σε επίπεδο περιφέρειας η Διοίκηση ασκείται από τις Περιφερειακές Διευθύνσεις Εκπαίδευσης και, σε επίπεδο Νομαρχίας, από τις Διευθύνσεις και τα Γραφεία Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, από τα Περιφερειακά Υπηρεσιακά Συμβούλια και από τις Επιτροπές Παιδείας. Οι Περιφερειακές Διευθύνσεις Εκπαίδευσης υπάγονται απ’ ευθείας στον Υπουργό Παιδείας. Κάθε Περιφερειακή Διεύθυνση Εκπαίδευσης περιλαμβάνει τα Τμήματα: α) Διοίκησης, β) Επιστημονικής-Παιδαγωγικής Καθοδήγησης Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης και γ) Επιστημονικής-Παιδαγωγικής Καθοδήγησης Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης. Στην έδρα κάθε Περιφερειακής Διεύθυνσης Εκπαίδευσης λειτουργούν ένα Ανώτατο Περιφερειακό Υπηρεσιακό Συμβούλιο Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης και ένα αντίστοιχο Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης (Μπιλάλη 2008).

Σε επίπεδο σχολείου λειτουργούν οι Σχολικές Επιτροπές, οι οποίες είναι δημοτικά ή κοινοτικά Νομικά Πρόσωπα που καλύπτουν η καθεμία ένα ή περισσότερα δημόσια σχολεία της Πρωτοβάθμιας ή Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, ανάλογα με τις τοπικές ανάγκες, σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του αντίστοιχου Οργανισμού Τοπικής Αυτοδιοίκησης (ΟΤΑ). Ωστόσο, η Αυτοδιοίκηση Α βαθμού δεν έχει κανένα λόγο σε θέματα εκπαιδευτικής πολιτικής, ενώ ο ρόλος της δευτεροβάθμιας τοπικής Αυτοδιοίκησης θεωρείται ότι είναι “ασαφής και αμφισβητούμενος”, καθώς δεν έχουν προσδιοριστεί με ακρίβεια οι αρμοδιότητές της από το εκάστοτε Υπουργείο Παιδείας (Ανδρέου & Παπακωσταντίνου 1994· Λαΐνας 2000).

Γενικά, η διοίκηση και ο καθορισμός των γενικών εκπαιδευτικών στόχων, της εκπαιδευτικής πολιτικής και του περιεχομένου των Προγραμμάτων Σπουδών, η παραγωγή σχολικών εγχειριδίων και εκπαιδευτικών υλικών για την υποστήριξη της διδασκαλίας και της μάθησης, η επίβλεψη της εφαρμογής νέων Προγραμμάτων Σπουδών, η επιμόρφωση και η πιστοποίηση των εκπαιδευτικών, η αξιολόγηση των εκπαιδευτικών ελέγχονται σε κεντρικό επίπεδο (Υπουργείο Παιδείας).

Η περίπλοκη σχέση που διέπει το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα δημιουργεί διαφοροποιήσεις μεταξύ των παιδαγωγικών λόγων που παράγονται στα διαφορετικά επίπεδα πεδίων αναπλαισίωσης. Συνεπώς υπάρχουν διαφορές μεταξύ των παιδαγωγικών κειμένων, μεταξύ των πρακτικών που υιοθετούνται από αυτούς τους διαφορετικούς παιδαγωγικούς λόγους και μεταξύ των τρόπων με τους οποίους οι εκπαιδευτικοί μπορεί να νομιμοποιήσουν τις πρακτικές τους. Η Morgan et al (2013) αναφέρει ότι η αλληλεπίδραση μεταξύ των πεδίων αναπλαισίωσης και των ερμηνειών που προκύπτουν από την παραγωγή διαφορετικών λόγων δημιουργεί χώρο στους εκπαιδευτικούς να τοποθετούν τους εαυτούς τους στη θέση του «καλού εκπαιδευτικού», νομιμοποιώντας μια σειρά από διαφορετικές πρακτικές στην τάξη. Οι Brown et al (2000) προσδιορίζουν τις ασάφειες που εντόπισαν σε επίσημα κείμενα, οι οποίες επιτρέπουν εναλλακτικές ερμηνείες της παιδαγωγικής που προτείνουν, ενώ σύμφωνα με τους McNamara και Corbin (2001), οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν ποικίλους, ενίοτε αντιφατικούς λόγους για να αιτιολογήσουν τις πρακτικές τους.

Όπως αναφέρθηκε ήδη, το Πρόγραμμα Σπουδών στη Μ. Βρετανία ελέγχεται έντονα από το κράτος και ρυθμίζεται από εξετάσεις και επιθεωρήσεις. Υπάρχει οργανωμένο πεδίο παιδαγωγικής αναπλαισίωσης που κατέχει υψηλό βαθμό αυτονομίας και αναπτύσσεται κυρίως σε πανεπιστημιακά ιδρύματα και σε κοινότητες εκπαιδευτικών. Το πεδίο παιδαγωγικής αναπλαισίωσης παράγει εναλλακτικούς λόγους που αφορούν το Πρόγραμμα Σπουδών, συγκροτώντας διαφορετικά σύνολα αναπλαισιωμένων αρχών και διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην αναπλαισίωση του λόγου του Προγράμματος Σπουδών που παράγεται στο Πεδίο Επίσημης Αναπλαισίωσης (Morgan et al 2013). Παρά το γεγονός ότι τα δύο πεδία είναι ανεξάρτητα ως προς τη δομή τους, επηρεάζουν το ένα το άλλο, με σημαντικούς αντιπροσώπους από το καθένα να διαδραματίζουν ρόλους και στα δύο πεδία (για παράδειγμα, οι υπεύθυνοι για τη μαθηματική εκπαίδευση των φοιτητών στα Πανεπιστήμια συμμετέχουν, επίσης, και σε ομάδες εργασίας για τον σχεδιασμό του Προγράμματος Σπουδών για τα Μαθηματικά ή σε επιτροπές για τις Εθνικές εξετάσεις με κρατικά καθορισμένες προδιαγραφές).

Στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα αποτυπώνεται μια αντιφατική κατάσταση. Η έκταση του ελέγχου που ασκεί η Πολιτεία στο Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών, στην παραγωγή διδακτικού υλικού και στην επιμόρφωση των εκπαιδευτικών σημαίνει εν πολλοίς ότι δεν υφίσταται ανεξάρτητο πεδίο Παιδαγωγικής αναπλαισίωσης.

4^{ο} Κεφάλαιο: Η μεθοδολογία

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η μεθοδολογία της έρευνας, η οποία αναπτύσσεται σε έξι ενότητες. Στην πρώτη ενότητα παρουσιάζεται η προβληματική της έρευνας και τα βασικά ζητήματα που τίθενται, όπως αυτά προέκυψαν από την ανάπτυξη του θεωρητικού μέρους της εργασίας. Στη δεύτερη ενότητα αναπτύσσεται ο συνολικός σχεδιασμός της έρευνας, στην τρίτη ενότητα παρουσιάζεται το ερευνητικό πρόβλημα και τα ερευνητικά ερωτήματα, στην τέταρτη ενότητα γίνεται η περιγραφή του δείγματος, στην πέμπτη ενότητα αναλύονται τα ερευνητικά εργαλεία που αναπτύχθηκαν και αξιοποιήθηκαν για τη συλλογή των δεδομένων της έρευνας και, τέλος, στην έκτη ενότητα παρουσιάζεται ο τρόπος επεξεργασίας και το σχήμα ανάλυσης των δεδομένων.

4.1 Η προβληματική

Πρόσφατα, ξεκίνησε στην Ελλάδα μια γενικότερη εκπαιδευτική μεταρρύθμιση, η οποία αφορά τη συγγραφή και την εφαρμογή Προγραμμάτων Σπουδών για το σύνολο των γνωστικών αντικειμένων που διδάσκονται στην ελληνική υποχρεωτική εκπαίδευση. Ειδικότερα, όσο αφορά τη μαθηματική εκπαίδευση, η μεταρρύθμιση επικεντρώθηκε στη διδακτική πράξη και δόθηκε έμφαση στην αλλαγή των διδακτικών πρακτικών στην τάξη προς την κατεύθυνση της προώθησης της ενεργητικής και δημιουργικής μάθησης μέσω του σχεδιασμού μαθημάτων από τους εκπαιδευτικούς. Η μεταρρύθμιση αυτή βρίσκεται σε στάδιο πιλοτικής εφαρμογής και φαίνεται να συναντά δυσκολίες ως προς την επίτευξη ουσιαστικών αλλαγών στις πρακτικές που υιοθετούνται από τους εκπαιδευτικούς στις τάξεις των μαθηματικών. Με βάση τα ευρήματα σχετικών ερευνών, «εμπόδια» στην (επιτυχή) εφαρμογή των μεταρρυθμίσεων που πραγματοποιούνται μέσω των Προγραμμάτων Σπουδών των Μαθηματικών συνιστούν οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών για τα Μαθηματικά, τη μάθηση και τη διδασκαλία τους. Πέρα από τις πεποιθήσεις, οι οποίες μελετώνται κυρίως από μια ψυχολογική οπτική, η έρευνα που πραγματοποιείται στη μαθηματική εκπαίδευση για την αναζήτηση των αιτίων της επιτυχίας ή της αποτυχίας στην εφαρμογή των Προγραμμάτων Σπουδών ανέδειξε μια σειρά από κοινωνιολογικές παραμέτρους που προσδιορίζουν, ερμηνεύουν και αναλύουν τα αίτια αυτά.

Στο πλαίσιο της μαθηματικής εκπαίδευσης έχουν πραγματοποιηθεί μια σειρά από μελέτες, οι οποίες εστιάζονται στις μεταρρυθμίσεις που προτείνονται μέσω των Προγραμμάτων Σπουδών και καταδεικνύουν σταθερά τις δυσκολίες εφαρμογής των μεταρρυθμίσεων με τους τρόπους που υποδείχθηκαν από τους σχεδιαστές της μεταρρύθμισης (π.χ. Cuban 1993· Fullan & Hargreaves 1992). Αποτελέσματα ανάλογων μελετών ανέδειξαν διαφορετικού βαθμού μετατοπίσεις στις διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών, οι οποίες (μετατοπίσεις) ερμηνεύτηκαν, μεταξύ άλλων, και ως αποτέλεσμα της συνεργασίας και της στενής αλληλεπίδρασής τους με τους ερευνητές, καθώς και της συμμετοχής τους σε εντατικά προγράμματα παρέμβασης, όπου εμπλέκονταν μεταξύ άλλων σε διαδικασίες έρευνας δράσης και αναστοχασμού (π.χ. Fennema et al 1996· Jaworski 2007). Ανάλογες παρεμβάσεις μεγάλης κλίμακας, με στόχο την ουσιαστική στήριξη των εκπαιδευτικών, δεν συμπεριλαμβάνονται συνήθως στον σχεδιασμό για την υποστήριξη της εφαρμογής των περισσότερων μεταρρυθμίσεων που προωθούνται μέσω των Προγραμμάτων Σπουδών. Αντιθέτως, αυτό που συμβαίνει συνήθως είναι ότι σημαντικές εκπαιδευτικές μεταρρυθμίσεις υποστηρίζονται από ελάχιστες σε αριθμό και, συχνά, άνισα κατανεμημένες ευκαιρίες για ουσιαστική εκπαίδευση/ μύηση από άτομα ή ομάδες εκπαιδευτικών. Στην περίπτωση που οι μεταρρυθμίσεις πραγματοποιούνται στο σχολείο, οι ιδέες, οι αρχές και οι μέθοδοι διδασκαλίας και μάθησης που προωθούνται, τείνουν να μετατραπούν ή να «διαστρεβλωθούν» με αποτέλεσμα οι ήδη υπάρχουσες διδακτικές πρακτικές να μετατοπίζονται ελάχιστα προς την επιθυμητή κατεύθυνση (π.χ. Jacobs et al 2006· Stoll et al 2003). Ερευνητικές προσπάθειες που έχουν πραγματοποιηθεί με στόχο να κατανοηθούν οι διαδικασίες υλοποίησης των εκπαιδευτικών μεταρρυθμίσεων έχουν αναδείξει: (α) την πολύπλοκη φύση της αλλαγής στις διδακτικές πρακτικές, και (β) τους αντιπροσώπους (agents) που λειτουργούν τόσο σε θεσμικό επίπεδο (πολιτεία) όσο και σε ατομικό επίπεδο (εκπαιδευτικοί), οι οποίοι (αντιπρόσωποι) συνιστούν εμπόδια στην εφαρμογή των καινοτομιών που προωθούνται μέσω των Προγραμμάτων Σπουδών (Fullan 2001· Burkhardt 1988· Burkhardt, Fraser & Ridgway 1986).

Σε ατομικό επίπεδο, οι κατανοήσεις των εκπαιδευτικών για τις μεταρρυθμίσεις στη μαθηματική εκπαίδευση καθορίζονται σημαντικά από τις πεποιθήσεις τους για τα Μαθηματικά, τη μάθηση και τη διδασκαλία τους και έχουν αναγνωριστεί από τις σχετικές έρευνες ως σημαντικοί παράγοντες που ασκούν ισχυρή επιρροή στους τρόπους με τους οποίους (οι εκπαιδευτικοί) εφαρμόζουν, ερμηνεύουν ή και αντιστέκονται στις προτεινόμενες αλλαγές (π.χ. Handal & Herrington 2003· Pajares 1992).

Επιπλέον, οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών για τους μαθητές τους επηρεάζουν τον βαθμό στον οποίο θα υιοθετήσουν τις προτεινόμενες από τη μεταρρύθμιση πρακτικές ή θα παραμείνουν στις δικές τους, ασφαλείς για τους ίδιους, πρακτικές (Sztajn 2003). Ωστόσο, οι σχέσεις μεταξύ των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών και των διδακτικών πρακτικών που υιοθετούν στην τάξη τους είναι εξαιρετικά δύσκολο να προσδιοριστούν. Ενώ ορισμένοι ερευνητές έχουν υποστηρίξει την ύπαρξη στενών σχέσεων μεταξύ πεποιθήσεων και πρακτικών, άλλες μελέτες έχουν να επιδείξουν πολύ πιο ασαφή ευρήματα (π.χ. Fang 1996). Αλλά και οι ίδιες οι πεποιθήσεις ως συνιστώσες νοηματοδότησης των κατανοήσεων των εκπαιδευτικών ενέχουν σημαντικές δυσκολίες προσέγγισης. Η σχετική έρευνα έχει επηρεαστεί από τις δυσκολίες αυτές τόσο ως προς την επίτευξη ενός κοινού ορισμού για τις πεποιθήσεις όσο και ως προς τη συμφωνία για αξιοποίηση αποτελεσματικών και έγκυρων μεθοδολογιών για τη μελέτη τους. Παρόλα αυτά, η συγκεκριμένη περιοχή έρευνας φαίνεται να βασίζεται μέχρι τώρα σε μια θεμελιώδη συμφωνία, με βάση την οποία οι πεποιθήσεις υπάρχουν, είναι ψυχολογικά φαινόμενα και, ενώ μπορεί να επηρεαστούν από το πλαίσιο και τους κοινωνικούς παράγοντες που το διαμορφώνουν, πραγματοποιούνται ατομικά.

Είναι δυνατόν, ωστόσο, να υιοθετηθούν εναλλακτικές αναγνώσεις των πεποιθήσεων πέρα από τις υποθέσεις που έχουν ήδη αναφερθεί. Η Sfard (2008) απορρίπτει την έννοια των πεποιθήσεων ως αντικείμενο έρευνας, υποστηρίζοντας ότι η χρήση ενός όρου, όπως είναι η ίδια η πεποίθηση, «δημιουργεί» ταυτόχρονα το υποκείμενο που «μιλά» και, με την έννοια αυτή, διαμορφώνει ένα μάλλον «ασταθές ερευνητικό έδαφος». Επίσης, με βάση τον Edwards (1997), οι πεποιθήσεις δεν μπορούν να θεωρηθούν ως «γνωστική ιδιοκτησία» ενός ατόμου, αλλά ως ένα φαινόμενο που κατασκευάστηκε εντός συγκεκριμένων αλληλεπιδράσεων λόγου (discourse), επομένως η μελέτη των πεποιθήσεων επικεντρώνεται στη ρητορική λειτουργία τους (δηλαδή, στην ανάδειξή τους μέσα στους διάφορους λόγους), καθώς οι πεποιθήσεις είναι κατασκευασμένες μέσα σε αυτά τα διαφορετικά είδη των αλληλεπιδράσεων.

4.2 Ο σχεδιασμός της έρευνας

Η έρευνα αναπτύχθηκε σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση της έρευνας, πραγματοποιήθηκε μη συμμετοχική παρατήρηση των εκπαιδευτικών σε καθημερινές διδασκαλίες τους στα Μαθηματικά με βάση το νέο Πρόγραμμα Σπουδών. Οι εκπαιδευτικοί του δείγματος παρατηρήθηκαν για δύο διδακτικές ώρες, ενώ στη συνέχεια μελετήθηκε ο παιδαγωγικός λόγος που ανέπτυξαν στις ερωτήσεις ημιδομημένης συνέντευξης (με έμφαση στις μαθηματικές διεργασίες που προωθούνται μέσω του νέου ΠΣ των Μαθηματικών).

Στη δεύτερη φάση της έρευνας πραγματοποιήθηκε ημιδομημένη συνέντευξη με καθέναν από τους εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν με στόχο τη μελέτη του παιδαγωγικού λόγου που ανέπτυξαν για τη συλλογή στοιχείων αναφορικά με τις διαδικασίες αναπλαισίωσης που έλαβαν χώρα στα συγκεκριμένα μαθήματα και αφορούσαν τις διεργασίες του νέου ΠΣ των Μαθηματικών. Κάθε εκπαιδευτικός απασχολήθηκε σταδιακά για τέσσερις ώρες συνολικά (στόχος του ερευνητή ήταν η συνέντευξη να πραγματοποιηθεί εκτός σχολικού ωραρίου). Η εστίαση της φάσης αυτής της έρευνας στον παιδαγωγικό λόγο των εκπαιδευτικών σχετικά με τις μαθηματικές διεργασίες που προωθούνται από το νέο ΠΣ των Μαθηματικών υπαγορεύτηκε σε έναν βαθμό από την απουσία σχετικών εμπειρικών δεδομένων, ειδικά από την ελληνική εκπαιδευτική πραγματικότητα, αλλά και από το ερευνητικό και εκπαιδευτικό ενδιαφέρον που παρουσιάζει η ανίχνευση αυτή.

Για την κατανόηση και την περιγραφή των διαδικασιών αναπλαισίωσης που υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί σε σχέση με τις μαθηματικές διεργασίες αξιοποιήθηκε η μεθοδολογία της μελέτης περίπτωσης, ενώ για την ανάλυση των δεδομένων που συλλέχθηκαν αξιοποιήθηκαν οι τεχνικές της Θεμελιωμένης Θεωρίας (Grounded Theory) και της Ανάλυσης Περιεχομένου (Content Analysis).

4.3 Το ερευνητικό πρόβλημα και τα συναπτόμενα ερωτήματα

Το πλαίσιο υλοποίησης της παρούσας έρευνας συνιστά η πρόσφατη μεταρρυθμιστική προσπάθεια στην ελληνική υποχρεωτική μαθηματική εκπαίδευση, η οποία ήταν ενταγμένη στο πλαίσιο μιας γενικότερης εκπαιδευτικής μεταρρύθμισης και αφορούσε στην ανάπτυξη νέων Προγραμμάτων Σπουδών για την υποχρεωτική εκπαίδευση. Η μεταρρύθμιση αυτή ολοκληρώθηκε το 2011, ενώ δοκιμάστηκε πιλοτικά περίπου για μια διετία και προς το παρόν, συνεχίζει να υλοποιείται σε πειραματικά σχολεία της χώρας. Βασική καινοτομία της συγκριμένης μεταρρύθμισης στο πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης υπήρξε η έμφαση που δόθηκε στη διαπραγμάτευση του μαθηματικού νοήματος στην τάξη.

Αξιοποιώντας το θεωρητικό πλαίσιο του Bernstein, η εργασία εστιάζεται στον αντίκτυπο αυτής της μεταρρύθμισης στις διαδικασίες αναπλαισίωσης που ενεργοποιούν οι εκπαιδευτικοί. Ειδικότερα, στόχος της έρευνας είναι να μελετηθούν οι τρόποι με τους οποίους εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης που συμμετείχαν στην πιλοτική εφαρμογή του νέου ΠΣ για ένα σχολικό έτος αναπλαισίωσαν τις καινοτομίες του στην τάξη, και ειδικότερα τις μαθηματικές διεργασίες, όπως αυτές παρατηρήθηκαν κατά τη διδασκαλία και ανιχνεύτηκαν στον παιδαγωγικό λόγο των εκπαιδευτικών. Έτσι, το θεωρητικό πλαίσιο του Bernstein αποτέλεσε τη βάση για να μελετηθεί ο πραγματικός αντίκτυπος της μεταρρύθμισης που προτάθηκε μέσω του Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών στις διαδικασίες αναπλαισίωσης που ακολουθούν οι εκπαιδευτικοί στην τάξη των Μαθηματικών, ενώ επιχειρήθηκε ο εντοπισμός και η ανάλυση των παραγόντων που συνιστούν εμπόδια στην ουσιαστική και αποτελεσματική υλοποίησή τους με έμφαση στις κατανοήσεις-νοηματοδοτήσεις των εκπαιδευτικών.

Σκοπός της έρευνας είναι να γίνουν κατανοητοί οι τρόποι με τους οποίους οι εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης αντιλαμβάνονται, κατανοούν και ερμηνεύουν τις διεργασίες του νέου Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα, πώς τις ενσωματώσουν στην εκπαιδευτική πραγματικότητα, δηλαδή πώς αναπλαισιώνουν τελικά ένα μέρος του νέου ΠΣ των Μαθηματικών στην τάξη, εξαιτίας των διαφορετικών λόγων από τους οποίους "αντλούν". Οι λόγοι αυτοί, σύμφωνα με τον Bernstein (2000), αναδεικνύουν το νόημα που αποδίδεται στο περιεχόμενο του νέου ΠΣ, καθώς και τον τρόπο που αυτό αναπλαισιώνεται, κατά συνέπεια και τις συνθήκες υλοποίησής του στην τάξη.

4.4 Το δείγμα

Το δείγμα της έρευνας αποτέλεσαν 6 εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, οι οποίοι υπηρετούσαν σε σχολείο πιλοτικής εφαρμογής στη Θράκη (3 απόφοιτοι Παιδαγωγικής Ακαδημίας που παρακολούθησαν το Πρόγραμμα Εξομοίωσης, 1 απόφοιτος Παιδαγωγικής Ακαδημίας που δεν παρακολούθησε Πρόγραμμα Εξομοίωσης, 1 απόφοιτος Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης και 1 απόφοιτος Μαθηματικού Τμήματος και Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης). Όλοι οι εκπαιδευτικοί είχαν αξιόλογη διδακτική εμπειρία (10-25 έτη) και ενεργή εμπλοκή σε δράσεις επαγγελματικής ανάπτυξης, όπως παρακολούθηση προγραμμάτων επιμόρφωσης και συμμετοχή σε ερευνητικά προγράμματα. Κατά την περίοδο διεξαγωγής της έρευνας οι τρεις εκπαιδευτικοί δίδασκαν σε μεγάλες τάξεις (Ε, ΣΤ), η μία σε μεσαία τάξη (Γ) και οι δύο σε μικρές τάξεις (Α, Β). Επιλέχτηκαν με βάση τα χρόνια διδακτικής εμπειρίας, τις σπουδές και τη συμμετοχή τους σε συνέδρια, επιμορφώσεις και ερευνητικά προγράμματα. Σε επίπεδο σχολείου οι εκπαιδευτικοί επιλέχτηκαν με βάση τις τάξεις που δίδασκαν, τη διδακτική τους εμπειρία και το ενδιαφέρον τους για συμμετοχή στη συγκεκριμένη έρευνα, αλλά και για προβληματισμό σε θέματα διδακτικής των μαθηματικών. Πραγματοποιήθηκε μία συνάντηση του ερευνητή με τον κάθε εκπαιδευτικό χωριστά για να συζητηθούν ζητήματα, όπως ήταν ο σκοπός της παρούσας εργασίας, οι απαιτήσεις στις οποίες έπρεπε να ανταποκριθούν, ο χρόνος που θα έπρεπε να αφιερώσουν, καθώς και για να οικοδομηθεί μια σχέση εμπιστοσύνης. Οι εκπαιδευτικοί ενεπλάκησαν στη διαδικασία υλοποίησης του νέου ΠΣ των Μαθηματικών, καταρχήν γιατί οι σχολικές μονάδες στις οποίες ανήκαν επιλέχθηκαν από την πολιτεία ως μονάδες πιλοτικής εφαρμογής. Ο βαθμός της εμπλοκής τους καθορίστηκε από την ανάγκη να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις του νέου ΠΣ, αλλά και να συμμετέχουν σε δράσεις που πραγματοποιούνται στο πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης και στηρίζουν την επαγγελματική τους ανάπτυξη. Στο πλαίσιο της έρευνας ενημερώθηκε ο διευθυντής του σχολείου σε ειδική συνάντηση που είχε ο ερευνητής μαζί του. Μετά από τη συζήτηση ζητήθηκε από τους εκπαιδευτικούς και τον διευθυντή να δηλώσουν αν επιθυμούσαν να συμμετέχουν στην έρευνα. Οι εκπαιδευτικοί εξέφρασαν την επιθυμία να συμμετέχουν, αντιμετωπίζοντας την πρόταση αυτή ως πρόκληση, επαγγελματική και προσωπική. Παρακάτω, παρουσιάζεται μια λεπτομερής περιγραφή του επαγγελματικού προφίλ καθενός από τους έξι εκπαιδευτικούς που συγκρότησαν το δείγμα.

1η εκπαιδευτικός
Η 1η εκπαιδευτικός είναι απόφοιτος Παιδαγωγικής Ακαδημίας και έχει παρακολουθήσει Πρόγραμμα Εξομοίωσης. Έχει 11 χρόνια υπηρεσίας. Έχει παρακολουθήσει σεμινάρια και επιμορφώσεις. Πιστεύει ότι ένας εκπαιδευτικός πρέπει να είναι ανοικτός σε προκλήσεις. Η ίδια αναφέρει ότι επιθυμεί να δοκιμάζει νέες ιδέες στην τάξη της, ωστόσο με μια επιφύλαξη πάντα για το αν οι διδακτικές πρακτικές που υιοθετεί είναι οι “σωστές” και οι ενδεδειγμένες.
2η εκπαιδευτικός
Η 2η εκπαιδευτικός είναι απόφοιτος Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης. Διδάσκει στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση για 16 χρόνια, ένα μεγάλο μέρος από τα οποία σε μικρές τάξεις. Αναφέρει ότι, κατά τη διάρκεια των βασικών της σπουδών, δεν έλαβε ικανοποιητική ανατροφοδότηση σε θέματα που αφορούν τη μαθηματική εκπαίδευση.

$3^{η}$ εκπαιδευτικός
Η $3^{η}$ εκπαιδευτικός είναι απόφοιτος διετούς κύκλου σπουδών (Παιδαγωγική Ακαδημία). Έχει διδάξει Μαθηματικά σχεδόν σε όλες τις τάξεις του δημοτικού (με εξαίρεση τις μεγάλες τάξεις) και έχει 19 χρόνια διδακτικής εμπειρίας σε τάξη. Κατά τη διάρκεια της έρευνας δίδασκε στην τρίτη τάξη. Έχει παρακολουθήσει συνέδρια και σεμινάρια γενικότερου ενδιαφέροντος, ενώ γενικά νιώθει απογοητευμένη από το περιεχόμενό τους.
$4^{η}$ εκπαιδευτικός
Η $4^{η}$ εκπαιδευτικός είναι απόφοιτη του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής εκπαίδευσης και του Μαθηματικού τμήματος. Εργάζεται στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση εδώ και 12 έτη, ενώ έχει εργαστεί στο παρελθόν και στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση για τρία έτη. Έχει παρακολουθήσει πληθώρα σεμιναρίων. Αρκετά από αυτά είχαν σχέση με θέματα διδακτικής των Μαθηματικών, καθώς και με γενικότερα παιδαγωγικά θέματα. Συμμετείχε σε δύο ερευνητικά προγράμματα, το ένα από τα οποία ήταν πρόγραμμα παρέμβασης, ενώ στο πλαίσιο του δεύτερου προγράμματος εργάστηκε με ανοιχτά προβλήματα σε τάξεις Γυμνασίου.
$5^{η}$ εκπαιδευτικός
Η $5^{η}$ εκπαιδευτικός είναι απόφοιτη Παιδαγωγικής Ακαδημίας και έχει παρακολουθήσει Πρόγραμμα Εξομοίωσης. Έχει 21 χρόνια πραγματικής εκπαιδευτικής εμπειρίας σε τάξη. Έχει παρακολουθήσει επιμορφώσεις και σεμινάρια σχετικά με γενικότερα εκπαιδευτικά θέματα. Δηλώνει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τον τομέα της διοίκησης της εκπαίδευσης και έχει διατελέσει διευθύντρια σε 6/θέσιο δημοτικό σχολείο.
$6^{η}$ εκπαιδευτικός
Η $6^{η}$ εκπαιδευτικός είναι απόφοιτη Παιδαγωγικής Ακαδημίας και δεν έχει παρακολουθήσει Πρόγραμμα Εξομοίωσης. Έχει 17 χρόνια πραγματικής εκπαιδευτικής εμπειρίας σε τάξη. Έχει παρακολουθήσει επιμορφώσεις και σεμινάρια γενικότερου εκπαιδευτικού ενδιαφέροντος. Δηλώνει ότι είναι θετική στην υιοθέτηση "ανοικτών" διδακτικών πρακτικών στην τάξη γιατί πιστεύει ότι ένας εκπαιδευτικός "πρέπει να ανανεώνεται, να μην είναι παρωχημένος".

4.5 Τα ερευνητικά εργαλεία

Στο πλαίσιο του σχεδιασμού της μεθοδολογίας της έρευνας η ερευνήτρια κλήθηκε να επιλέξει, να καθορίσει και, στη συνέχεια να αξιολογήσει τις μεθόδους που θα χρησιμοποιούσε στην έρευνα. Γενικά, η επιλογή των μεθόδων που θα αξιοποιηθούν τελικά από έναν ερευνητή συνιστούν μια εξαιρετικά σημαντική και επίπονη διαδικασία, στο πλαίσιο της οποίας θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν μεθοδολογίες που επιτρέπουν την έγκυρη και αξιόπιστη συλλογή δεδομένων που θα οδηγήσει σε αξιόλογα συμπεράσματα (Wellington 2000). Η συγκεκριμένη έρευνα περιλαμβάνει τη συλλογή ποιοτικών δεδομένων και η επιλογή αυτή κρίθηκε κατάλληλη για τη διερεύνηση των συγκεκριμένων ερευνητικών ερωτημάτων. Καταρχήν, η συνέντευξη ως εργαλείο συλλογής πληροφοριών θεωρείται κατάλληλη για την περιγραφή, την ανάλυση, την ερμηνεία και την κατανόηση κοινωνικών φαινομένων, επιτρέποντας στα υποκείμενα να αναπτύξουν λόγο (discourse), απαντώντας κυρίως σε ερωτήματα που αφορούν το «πώς» και το «γιατί». Σύμφωνα με τον Ιωσηφίδη (2003), στον τομέα της εκπαίδευσης, οι ποιοτικές μέθοδοι αξιοποιούνται συστηματικά, καθώς υποστηρίζουν την κατανόηση εκπαιδευτικών φαινομένων. Σε έρευνες που ο βασικός στόχος του ερευνητή είναι η σε βάθος κατανόηση της οπτικής του συμμετέχοντα για οποιοδήποτε θέμα, η ποιοτική έρευνα αποτελεί κατάλληλη μέθοδο για την επίτευξή του. Ο ερευνητής κάνοντας μια ποιοτική μελέτη εμβαθύνει στο κοινωνικό πεδίο και προσπαθεί να δει τα πράγματα από τη σκοπιά των ερευνώμενων (Κυριαζή 1999). Μια διερεύνηση με αυτά τα χαρακτηριστικά, καθώς και η προσπάθεια αποφυγής κρίσεων από τους ερευνητές εκ των προτέρων συνιστά βασικό πλεονέκτημα της έρευνας με ποιοτικά δεδομένα. Με αυτή την έννοια, η συλλογή ποιοτικών δεδομένων θεωρήθηκε καταλληλότερη προσέγγιση για την πραγματοποίηση της παρούσας έρευνας.

Το πρώτο ερευνητικό εργαλείο που αξιοποιήθηκε για τη συλλογή των δεδομένων ήταν η μη συμμετοχική παρατήρηση-βιντεοσκόπηση των διδασκαλιών. Οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές ενημερώθηκαν σχετικά με το ότι η διδασκαλία θα βιντεοσκοπηθεί, ενώ υπήρξε δέσμευση από μέρους της ερευνήτριας ότι τα δεδομένα από τη βιντεοσκόπηση θα αξιοποιηθούν μόνο για ερευνητικούς σκοπούς. Βασική εστίαση της παρατήρησης ήταν οι διδακτικές επιλογές των εκπαιδευτικών κατά τον σχεδιασμό και την υλοποίηση των διδασκαλιών τους σε σχέση με τις διεργασίες του νέου ΠΣ των Μαθηματικών.

Το δεύτερο ερευνητικό εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε ήταν η συνέντευξη. Οι συνεντεύξεις που πραγματοποιήθηκαν, μέσης διάρκειας τεσσάρων ωρών, αφορούσαν σε ερωτήσεις σχετικές με τον βαθμό αξιοποίησης των καινοτόμων στοιχείων του ΠΣ, και ειδικότερα των διεργασιών που προτείνονται, τον τρόπο αξιοποίησής τους στην καθημερινή διδακτική πράξη και την αξιολόγηση της σχετικής εμπειρίας.

Κατά βάση, η συλλογή των δεδομένων πραγματοποιήθηκε σε δύο στάδια: το πρώτο στάδιο ήταν περιγραφικό. Έγινε προσπάθεια να μελετηθεί ο παιδαγωγικός λόγος που άρθρωσαν οι εκπαιδευτικοί ώστε να χαρτογραφηθούν οι διδακτικές πρακτικές που θεωρούν ότι υποστηρίζουν τις μαθηματικές διεργασίες που ενθαρρύνονται από το νέο ΠΣ των Μαθηματικών με απώτερο στόχο να γίνουν κατανοητές. Το δεύτερο στάδιο ήταν ερμηνευτικό. Οι εκπαιδευτικοί υλοποίησαν διδασκαλίες και υιοθέτησαν διδακτικές πρακτικές για να εφαρμόσουν στην πράξη το περιεχόμενο των μαθηματικών διεργασιών του νέου ΠΣ των Μαθηματικών.

4.5.1 Μη συμμετοχική παρατήρηση - βιντεοσκόπηση

Πριν την πραγματοποίηση κάθε βιντεοσκόπησης, η ερευνήτρια οργάνωνε μία συνάντηση με τους εκπαιδευτικούς όπου οριζόταν η θεματική περιοχή των Μαθηματικών με την οποία θα ασχολούνταν οι μαθητές, καθώς και τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα της προσέγγισης. Σκοπός της συνάντησης πριν από τη βιντεοσκόπηση ήταν να διαμορφωθεί μια γενική εικόνα για το περιεχόμενο του μαθήματος που θα βιντεοσκοπούνταν, τα μέσα που θα χρησιμοποιούνταν και τα υπόλοιπα στοιχεία που ήθελε ο εκπαιδευτικός να γνωρίζει ο ερευνητής πριν από τη βιντεοσκόπηση του μαθήματος. Το περιεχόμενο των μαθημάτων που βιντεοσκοπήθηκαν αφορούσε τους κλασματικούς αριθμούς και, ειδικότερα, πτυχές της *έννοιας του κλασματικού αριθμού* (ως μέρος εμβαδού κάποιου χωρίου, ως υποσύνολο ενός συνόλου, ως αποτέλεσμα διαίρεσης και ως σημείο της αριθμογραμμής), της *ισοδυναμίας* (αναγνώριση, διερεύνηση, αναπαράσταση και κατασκευή ισοδύναμων κλασμάτων), της *σύγκρισης* (εμπράγματων ποσοτήτων, διακριτών και συνεχών, *διαδικασίας μετατροπής κλασμάτων σε ομώνυμα* (κατασκευής ισοδύναμων κλασμάτων) με τη χρήση του ΕΚΠ, των *πράξεων* (αναπαράσταση και διερεύνηση των πράξεων με αριθμούς, εκτέλεση/ υπολογισμός πράξεων και εκτίμηση του αποτελέσματος πράξεων, αξιοποίηση της εννοιολογικής και της διαδικαστικής αριθμητικής γνώσης για τη μοντελοποίηση καταστάσεων, την επίλυση προβλημάτων και την επικοινωνία με τους άλλους). Η ερευνήτρια ήταν παρούσα στο σύνολο των διδασκαλιών, λειτουργώντας εκτός του οπτικού πεδίου των μαθητών ώστε να επηρεάζει λιγότερο τις διδακτικές πρακτικές του εκπαιδευτικού και τις ενέργειες των μαθητών.

Οι εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν επέλεξαν μία Τροχιά Μάθησης και Διδασκαλίας και επιχείρησαν να την προσεγγίσουν εννοιολογικά. Η τροχιά που επιλέχθηκε ήταν αυτή του κλασματικού αριθμού. Αφορμή της ενασχόλησης με τη διδασκαλία των κλασματικών αριθμών αποτέλεσε η διαπίστωση από μέρους των εκπαιδευτικών των δυσκολιών που έχουν οι μαθητές στην κατανόηση της έννοιας του κλάσματος, της κατανόησης της διαφορετικής δομής των κλασματικών αριθμών, της σύγκρισης και της διάταξης κλασματικών αριθμών, καθώς και των αλγορίθμων των πράξεων στο σύνολο των ρητών (Κλώθου κ.ά. 2014).

Οι εκπαιδευτικοί οργάνωσαν μαθήματα με εστίαση στην πυκνότητα του συνόλου, στις κλάσεις ισοδυναμίας, στη σύγκριση κλασματικών αριθμών και στις πράξεις με κλασματικούς αριθμούς. Ειδικότερα, (α) ο κάθε εκπαιδευτικός οργάνωσε, σε συνεργασία με τους υπολοίπους και, στη συνέχεια, υλοποίησε ένα μάθημα που αφορούσε στα κλάσματα, αξιοποιώντας το ΠΣ και ειδικότερα το «κομμάτι» της τροχιάς ανάπτυξης της έννοιας του κλάσματος που αναλογούσε στην τάξη του (στην πορεία, σχεδόν όλα τα μαθήματα των Μαθηματικών οργανώθηκαν με τον ίδιο τρόπο), (β) κατά τη διάρκεια των μαθημάτων οι μισοί περίπου εκπαιδευτικοί παρακολουθούσαν το μάθημα και κρατούσαν σημειώσεις σε ένα φύλλο παρατήρησης με συγκεκριμένους άξονες. Σε αυτό το πλαίσιο οι εκπαιδευτικοί αφιέρωναν χρόνο για να συλλέξουν δεδομένα, συμπληρώνοντας φύλλα παρατήρησης, γεγονός που τους επέτρεπε να προβληματιστούν για το αν το μάθημα «*πήγε καλά*» ή αν «*θα πρέπει να το κάνουμε διαφορετικά για να έχουμε ένα καλύτερο αποτέλεσμα*», «*να δούμε τι έμαθαν σε σχέση με τον στόχο, αν κατάλαβαν τη διδασκαλία*». Η εστίαση της παρατήρησης ήταν στη μάθηση και στον ίδιο τον μαθητή και όχι στον εκπαιδευτικό (αυτό συνιστούσε μια ασφαλή συνθήκη για τον εκπαιδευτικό, ο οποίος δεν ένοιωθε να αξιολογείται). Μέσω της παρατήρησης οι εκπαιδευτικοί εξασφάλισαν σε έναν βαθμό το ότι θα μπορούσαν να συζητήσουν σχετικά με αυτό που συνέβη πραγματικά στην τάξη, διατυπώνοντας απόψεις όπως: «*με αυτήν την παρατήρηση μπορείς να "συλλάβεις" μαθηματικές συμπεριφορές*», «*είναι διαφορετικό να παρατηρείς από την έδρα και διαφορετικό να είσαι κάτω, μεταξύ των παιδιών … είναι διαφορετικά τα δεδομένα που συλλέγεις*», (γ) οι διδασκαλίες βιντεοσκοπούνταν, (δ) ο εκπαιδευτικός που πραγματοποιούσε τη διδασκαλία συμπλήρωνε ένα ημερολόγιο για να αναστοχαστεί σε σχέση με τις διδακτικές πρακτικές του και να προτείνει βελτιώσεις στο περιεχόμενο του νέου ΠΣ των Μαθηματικών, (ε) στη συνέχεια, πραγματοποιούνταν συναντήσεις για να συζητηθεί η κάθε νέα διδασκαλία, αξιοποιώντας τις σημειώσεις που κρατούσαν οι εκπαιδευτικοί κατά τη διάρκεια της παρατήρησης. Σε αυτές τις συναντήσεις γινόταν προσπάθεια να ομαδοποιηθούν οι ατομικές παρατηρήσεις των εκπαιδευτικών που είχαν παρακολουθήσει το μάθημα σε συνδυασμό με τις σημειώσεις του ημερολογίου που συμπλήρωνε εκ των υστέρων ο εκπαιδευτικός που έκανε το μάθημα, ώστε να διευκολυνθεί η συζήτηση (Murata 2002), (ε) κατά τη διάρκεια της πιλοτικής εφαρμογής του νέου ΠΣ των Μαθηματικών, οι εκπαιδευτικοί ενθαρρύνθηκαν, παράλληλα με την οργάνωση των μαθημάτων, να συμμετέχουν σε ενδοσχολικές συναντήσεις που πραγματοποιούνταν σε ώρες εκτός σχολικού ωραρίου και ήταν σε επαφή τουλάχιστον μία φορά την εβδομάδα με σύμβουλο για την προώθηση του νέου ΠΣ, ο οποίος παρακολουθούσε τα μαθήματά τους, ενώ συμμετείχαν μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς σε περισσότερες από πέντε επίσημες συναντήσεις και σε 15, περίπου, άτυπες συναντήσεις (Lewis et al 2003).

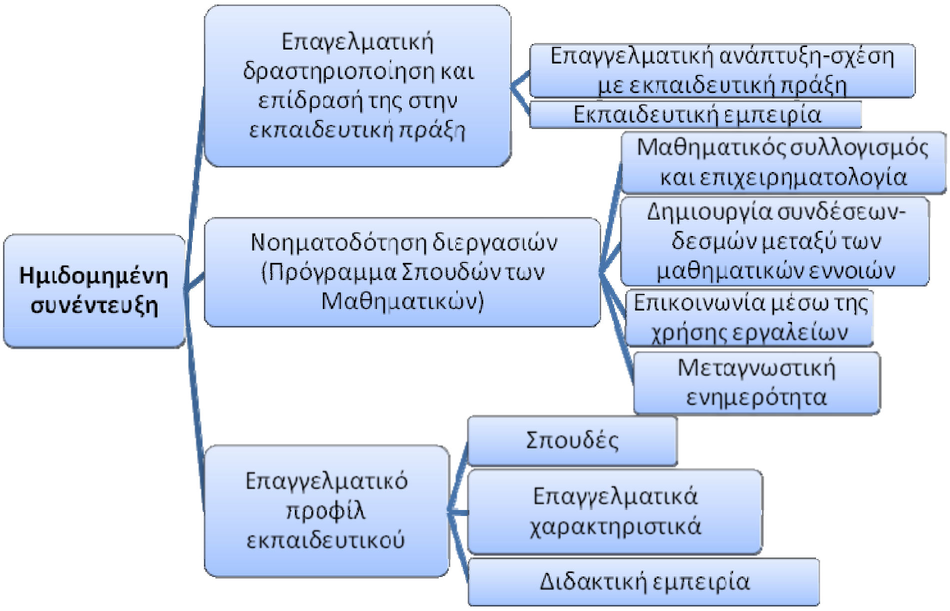
Οι εκπαιδευτικοί συνεργάστηκαν μεταξύ τους και αυτό είναι «*κάτι που δεν μπορείς να το κάνεις μόνος σου, χρειάζεσαι μια κοινότητα, έναν χώρο όπου θα μπορείς να αλληλεπιδράς*». Οι εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν στην πιλοτική εφαρμογή του νέου ΠΣ των Μαθηματικών λάμβαναν ενήμερες (informed) αποφάσεις, οι οποίες βασίζονταν σε αυτά που συνέβαιναν στην τάξη και αφορούσαν στους μαθητές. Στο τέλος της διαδικασίας το ερώτημα που κυριαρχούσε, συνήθως, ήταν: «*θα διδάσκω με έναν συγκεκριμένο τρόπο ή πρέπει να αλλάξω τις πρακτικές μου;*».

4.5.2 Συνέντευξη

Οι συνεντεύξεις των εκπαιδευτικών πραγματοποιήθηκαν την Άνοιξη του 2011. Η συνολική διάρκεια των συνεντεύξεων ήταν περίπου τέσσερις ώρες και ποίκιλλε ανάλογα με τον εκπαιδευτικό και τον χρόνο που χρειαζόταν για να απαντήσει στα ερωτήματα, χωρίς ωστόσο να τίθενται ιδιαίτεροι χρονικοί περιορισμοί. Το ερευνητικό εργαλείο που αξιοποιήθηκε ήταν η ημι-δομημένη συνέντευξη, η οποία αποτελείτο από τρία μέρη (Σχεδιάγραμμα 8). Το πρώτο μέρος αφορούσε σε στοιχεία σχετικά με τις σπουδές (προπτυχιακές ή/και μεταπτυχιακές και επιμόρφωση), το ευρύτερο επιστημονικό-επαγγελματικό προφίλ του εκπαιδευτικού (δηλαδή, συμμετοχή σε συνέδρια, ερευνητικά προγράμματα, κυρίως σχετικά με θέματα διδακτικής των Μαθηματικών και, ειδικότερα, ανάπτυξης και υλοποίησης Προγραμμάτων Σπουδών) και τα χρόνια διδακτικής εμπειρίας των υποκειμένων της έρευνας. Επιπλέον, οι εκπαιδευτικοί ρωτήθηκαν (α) για την επιρροή που πιθανόν άσκησε το εκπαιδευτικό σύστημα στο οποίο εντάσσονται ως εκπαιδευόμενοι και ως εκπαιδευτές στις διδακτικές πρακτικές τους στα Μαθηματικά, (β) για τη σχέση που πιστεύουν ότι υπάρχει μεταξύ του περιεχομένου των επιμορφώσεων-σεμιναρίων και των διδακτικών πρακτικών που υιοθετούν στην τάξη, (γ) για τη σύνδεση της διδακτικής εμπειρίας με τις πρακτικές διδασκαλίας.

Το δεύτερο μέρος της συνέντευξης σχετιζόταν με τη διαδικασία υλοποίησης του νέου ΠΣ των Μαθηματικών στην τάξη και, ειδικότερα, με το νόημα που αποδίδουν οι εκπαιδευτικοί στις μαθηματικές διεργασίες που προτείνονται. Η 1η ενότητα επικεντρώθηκε στους βασικούς σκοπούς της διδασκαλίας των Μαθηματικών, τον διδακτικό χρόνο και την κατανομή του. Ο διδακτικός χρόνος μελετήθηκε με την έννοια του αν είναι συγκεκριμένος και σύμφωνος με το ωρολόγιο πρόγραμμα του σχολείου, αν καθορίζεται από τον ίδιο τον εκπαιδευτικό και αν ναι, τότε ποια κριτήρια τον υπαγορεύουν και ποια αναγκαιότητα, καθώς και με ποια σειρά γίνεται η επεξεργασία της μαθηματικής γνώσης, δηλαδή σύμφωνα με το Πρόγραμμα Σπουδών, με τη σειρά που παρουσιάζεται στο βιβλίο ή με άλλο τρόπο. Επιπλέον, ανιχνεύθηκαν οι πρακτικές που ο εκπαιδευτικός δηλώνει ότι υιοθετεί για την υποστήριξη των μαθηματικών διεργασιών κατά την επεξεργασία μιας μαθηματικής ιδέας. Είναι φανερό ότι ο παιδαγωγικός λόγος που αναμενόταν να αναπτυχθεί αναφορικά με τα παραπάνω ζητήματα προσανατολισμού και διαχείρισης της εκπαιδευτικής πράξης στα Μαθηματικά θα υποδείκνυε/ παρέπεμπε σε μεγάλο βαθμό στις πρακτικές διδασκαλίας που οι εκπαιδευτικοί υιοθετούν για τα Μαθηματικά, τη μάθηση και τη διδασκαλία τους.

Η 2η ενότητα του δεύτερου μέρους της συνέντευξης περιελάμβανε ερωτήσεις που εστιάζονταν στις διεργασίες αυτές καθαυτές και, συγκεκριμένα, στον προσανατολισμό και τη διαχείρισή τους στην τάξη. Ειδικότερα, ζητούνταν από τους εκπαιδευτικούς να απαντήσουν, αρχικά, για το τι ενισχύουν σε κάθε διεργασία, ώστε να ανιχνευτεί αν η βαρύτητα που αποδίδουν σε πτυχές των διεργασιών και η νοηματοδότηση που αποδίδουν σε αυτές μπορούν να οδηγήσουν σε πρακτικές διδασκαλίας που πραγματικά υποστηρίζουν το περιεχόμενο των διεργασιών αυτών. Τέλος, υπήρχαν ερωτήσεις που αφορούσαν στο πώς της υλοποίησης ώστε να εντοπιστούν τα στοιχεία που αξιοποιούνται. Στο σχεδιάγραμμα 8 παρουσιάζεται η οργάνωση/ δομή των ερωτήσεων της ημι-δομημένης συνέντευξης σε μορφή δικτύου.



Σχεδιάγραμμα 8: Η εσωτερική δομή των ερωτήσεων της συνέντευξης

4.6 Η επεξεργασία των δεδομένων

Για την ανάλυση των δεδομένων που προέκυψαν από τη συνέντευξη, καθώς και αυτών που προέκυψαν από τη βιντεοσκόπηση αξιοποιήθηκε ένας συνδυασμός των τεχνικών της Θεμελιωμένης Θεωρίας και της Ανάλυσης Περιεχομένου (π.χ. Stemler 2001), με στόχο την ανίχνευση στον λόγο των εκπαιδευτικών (στην πρώτη περίπτωση) και στις πρακτικές τους (στη δεύτερη περίπτωση) των τρόπων ενεργοποίησης και αξιοποίησης των πεδίων αναπλαισίωσης, καθώς και τη μετάβαση από το ένα στο άλλο. Ως προς τη συνέντευξη, πραγματοποιήθηκαν προσεκτικές αναγνώσεις των απαντήσεων των εκπαιδευτικών, κατά τη διάρκεια των οποίων εντοπίστηκαν οι διατυπώσεις που ήταν σχετικές με τα πεδία αναπαραγωγής στα οποία τοποθετούνται οι εκπαιδευτικοί επιχειρηματολογώντας για το πώς κατανόησαν και αξιοποίησαν τις μαθηματικές διεργασίες του νέου ΠΣ στην πράξη. Στη συνέχεια, κωδικοποιήθηκαν και ομαδοποιήθηκαν οι διατυπώσεις των εκπαιδευτικών που εντάχθηκαν σε κάθε πεδίο, νοηματοδοτώντας έτσι το περιεχόμενο και τη δομή του. Συγκεκριμένα, ακολουθήθηκαν δύο επίπεδα ανάλυσης: το πρώτο επίπεδο ανάλυσης περιελάμβανε την ανάγνωση των δεδομένων και την «κατάταξή» τους στις κατηγορίες λόγων που συγκροτούν το σχήμα ανάλυσης του Bernstein (2000). Για να επιτευχθεί αυτή η κατάταξη πραγματοποιήθηκαν μια σειρά από προσεκτικές αναγνώσεις των δεδομένων, κατά τη διάρκεια των οποίων ανιχνεύτηκαν και εντοπίστηκαν οι διατυπώσεις που ήταν σχετικές με τα πεδία αναπλαισίωσης στα οποία ανατρέχει ο εκπαιδευτικός, όταν αρθρώνει παιδαγωγικό λόγο περί μαθηματικών διεργασιών.

Στο δεύτερο επίπεδο ανάλυσης πραγματοποιήθηκε η κωδικοποίηση των διατυπώσεων που συγκροτούσαν το κάθε πεδίο. Η διαδικασία αυτή αποτέλεσε ένα από τα σημαντικότερα επίπεδα της επεξεργασίας των δεδομένων της έρευνας, καθώς αποδόθηκαν νοήματα στα αποσπάσματα της συνέντευξης και εφαρμόστηκαν οι τεχνικές της Θεμελιωμένης Θεωρίας στο εσωτερικό της κάθε κατηγορίας.

5ο Κεφάλαιο: Ανάλυση δεδομένων

5.1 Θεωρητική και μεθοδολογική προσέγγιση της έρευνας

Στο πλαίσιο της συγκεκριμένης έρευνας αξιοποιήθηκαν ποιοτικά δεδομένα, τα οποία προέκυψαν από τον παιδαγωγικό λόγο που ανέπτυξαν οι εκπαιδευτικοί του δείγματος σε σχέση με τις μαθηματικές διεργασίες που προωθούνται από το νέο ΠΣ των Μαθηματικών στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, καθώς και από τις διδακτικές πρακτικές που υιοθέτησαν στην τάξη των Μαθηματικών. Η επιλογή της αξιοποίησης ποιοτικών δεδομένων για τη διερεύνηση των τρόπων υλοποίησης των μαθηματικών διεργασιών θεωρήθηκε κατάλληλη, καθώς εστιάζεται στην αναγνώριση και περιγραφή, στην ανάλυση, στην ερμηνεία και τελικά στην αποσαφήνιση-"καλύτερη" κατανόηση διδακτικών και μαθησιακών φαινομένων που εκδηλώνονται στη σχολική τάξη. Η ποιοτική έρευνα είναι κατάλληλη μέθοδος για τη διερεύνηση της οπτικής των υποκειμένων, καθώς χαρακτηρίζεται από "λεπτομέρεια και βάθος" και στοχεύει σε τεκμηριωμένες ερμηνείες και στην αποφυγή προσωπικών ερμηνειών-κρίσεων (Ιωσηφίδης 2003).

5.1.1 Διαδικασία συλλογής δεδομένων

Το εμπειρικό μέρος της παρούσας εργασίας πραγματοποιήθηκε κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2011-2012 σε σχολική μονάδα της Θράκης, η οποία συμμετείχε στην πιλοτική εφαρμογή του νέου Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών. Τα μαθήματα που πραγματοποιήθηκαν επιλέχθηκαν από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς και αφορούσαν την τροχιά (ΤΜΔ) των κλασματικών αριθμών, όπως αυτή αναπτύχθηκε στο νέο ΠΣ των Μαθηματικών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. Οι εκπαιδευτικοί ήταν ενήμεροι για την αξιοποίηση των δεδομένων που θα προέκυπταν από τις βιντεοσκοπημένες διδασκαλίες και τις συνεντεύξεις για ερευνητικούς και επιμορφωτικούς λόγους, χωρίς ωστόσο να γίνεται αναφορά σε λεπτομέρειες που θα μπορούσαν ενδεχομένως να επηρεάσουν την υιοθέτηση διδακτικών πρακτικών στην τάξη των Μαθηματικών.

Γενικά, η παρατήρηση των διδακτικών πρακτικών που υιοθετούνται στη σχολική τάξη, οι παράγοντες που επιδρούν στη διαδικασία επιλογής τους και οι αναπλαισιώσεις που υφίστανται θεωρήθηκε ότι μπορούν να αναδειχθούν μέσω των δεδομένων που θα προκύψουν από τις βιντεοσκοπημένες διδασκαλίες. Στον πίνακα 3 καταγράφεται το περιεχόμενο των μαθημάτων που βιντεοσκοπήθηκαν ανά εκπαιδευτικό.

Εκπαιδευτικοί	Μαθηματική έννοια
1η εκπαιδευτικός	Διερεύνηση της έννοιας του κλάσματος με διαφορετικά μοντέλα
2η εκπαιδευτικός	Ερμηνείες ενός κλάσματος με το μοντέλο των διακριτών ποσοτήτων
3η εκπαιδευτικός	Η ισοδυναμία κλασμάτων
4η εκπαιδευτικός	Σχέση μέρους προς όλο/ Διαπραγμάτευση μαθηματικού νοήματος/ Διαχείριση λάθους
5η εκπαιδευτικός	Εισαγωγή στα ποσοστά Σύνδεση κλασματικών και δεκαδικών αριθμών με τα ποσοστά Αξιοποίηση υπολογιστικού περιβάλλοντος
6η εκπαιδευτικός	Πολλαπλασιασμός κλασμάτων-εννοιολογική προσέγγιση

Πίνακας 3: Περιεχόμενο μαθημάτων

Παρακάτω παρουσιάζονται τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα για κάθε μάθημα που βιντεοσκοπήθηκε, καθώς και οι βασικές δυσκολίες των μαθητών στην ενότητα των κλασματικών αριθμών και οι δραστηριότητες-υλικό που θα χρησιμοποιηθεί, όπως αυτά αναπτύσσονται στο νέο Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών και στον Οδηγό του Εκπαιδευτικού (2011).

Διδασκαλία της 1ης εκπαιδευτικού

<u>Διερεύνηση</u> της έννοιας του κλάσματος με διαφορετικά μοντέλα

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα: οι μαθητές (α) διερευνούν με χειραπτικά υλικά και αναπαραστάσεις την έννοια του κλάσματος, (β) προσεγγίζουν διαισθητικά τα κλάσματα 2/4, ¾, 2/3.

Βασικές δυσκολίες των μαθητών: (α) η αναγνώριση ότι το κλάσμα είναι μέρος ενός «όλου», (β) η κατανόηση της έννοιας του κλάσματος, από παιδιά μικρής ηλικίας, όταν το χρησιμοποιούν με καθαρά συμβολικό τρόπο.

Επιλογή ή προετοιμασία κατάλληλων δραστηριοτήτων και υλικού: κεντρική έννοια για την επιλογή δραστηριότητας αποτελεί η «δίκαιη μοιρασιά» και η κατανόηση ότι το κλάσμα είναι μέρος ενός «όλου».

Διδασκαλία της 2ης εκπαιδευτικού

Ερμηνείες ενός κλάσματος με το μοντέλο των διακριτών ποσοτήτων

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα: οι μαθητές χωρίζουν διακριτές και συνεχείς ποσότητες σε ίσα μέρη.
Βασικές δυσκολίες των μαθητών: οι δραστηριότητες μοιρασιάς αποτελούν "καλά" σημεία εκκίνησης για την ανάπτυξη της έννοιας του κλάσματος, ωστόσο η υποδιαίρεση μιας περιοχής σε μέρη πάνω από δύο (τέσσερα, οχτώ κ.λπ.) είναι συχνά δύσκολη για μικρά παιδιά.
Επιλογή ή προετοιμασία κατάλληλων δραστηριοτήτων και υλικού: η διδασκαλία στηρίζεται στην έννοια της δίκαιης μοιρασιάς και πώς την αντιλαμβάνονται τα παιδιά όταν ασχολούνται με δραστηριότητες μοιρασιάς αξιοποιώντας διάφορα μοντέλα, περιοχής, εμβαδού ή συνόλων.

Διδασκαλία της 3ης εκπαιδευτικού

Η ισοδυναμία κλασμάτων

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα: οι μαθητές κατανοούν ότι δύο ή περισσότερα κλάσματα είναι ισοδύναμα, ότι αποτελούν αναπαραστάσεις του ίδιου ποσού ή της ίδιας ποσότητας και ότι συγκεκριμένη ποσότητα του ίδιου όλου μπορεί να εκφραστεί με πολλά "ονόματα".
Βασικές δυσκολίες των μαθητών: η ανάπτυξη της έννοιας του κλάσματος ως σχέση μέρους-όλου, η κατανόηση ότι τα κλασματικά μέρη είναι ίσα μερίδια ή κομμάτια ενός όλου ή μίας μονάδας και εκφράζουν τα μέρη που χρειάζονται για να συγκροτήσουν ένα όλο, τα διαφορετικά κλασματικά μέρη περιγράφουν την ίδια ποσότητα του ίδιου όλου.
Επιλογή και προετοιμασία κατάλληλων δραστηριοτήτων και υλικού: μέσω των δραστηριοτήτων επιδιώκεται η σύνδεση της έννοιας του κλάσματος με τη διαίρεση των φυσικών αριθμών (όσον αφορά τη δίκαιη μοιρασιά). Το όλο μοιράζεται σε ίσα κομμάτια όπου τα κλασματικά μέρη δηλώνουν πόσα μέρη χρειάζονται για να συ-

γκροτήσουν ένα όλο. Οι δραστηριότητες βασίστηκαν σε διαφορετικά μοντέλα κλασμάτων (περιοχής-συνόλου) με σκοπό την ανάδειξη της ισοδυναμίας των κλασμάτων.

Διδασκαλία της 4ης εκπαιδευτικού

Σχέση μέρους προς όλο, διαπραγμάτευση μαθηματικού νοήματος, διαχείριση λάθους

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα: συγκρίνουν και διατάσουν ένα σύνολο κλασματικών αριθμών, συγκρίνουν ετερώνυμα κλάσματα με δικούς τους τρόπους.
Βασικές δυσκολίες των μαθητών: ένα κλάσμα δεν αφορά το μέγεθος του συνόλου ή το μέγεθος των μερών, αλλά δηλώνει τη σχέση μέρους-όλου. Συνεπώς η σύγκριση κλασμάτων συνδέεται με το ίδιο όλο, το ολόκληρο.
Επιλογή ή προετοιμασία κατάλληλων δραστηριοτήτων και υλικού: μέσω των δραστηριοτήτων επιχειρήθηκε η σύνδεση με τους φυσικούς αριθμούς, με την έννοια του κλασματικού αριθμού ως άθροισμα κλασματικών μονάδων και με την έννοια του κλάσματος ως μέρους προς όλο.

Διδασκαλία της 5ης εκπαιδευτικού

Εισαγωγή στα ποσοστά, σύνδεση κλασματικών αριθμών και δεκαδικών με τα ποσοστά, αξιοποίηση υπολογιστικού περιβάλλοντος

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα: οι μαθητές (α) "ανατροφοδοτούν" την υπάρχουσα γνώση σχετικά με τους ρητούς αριθμούς, τα κλάσματα, τους δεκαδικούς αριθμούς και τα δεκαδικά κλάσματα και κάνουν τη σύνδεσή τους με τα ποσοστά, (β) αντιλαμβάνονται ότι τα ποσοστά είναι η ίδια έννοια, η οποία εκφράζεται με διαφορετικούς τρόπους, (γ) εκτελούν μετατροπές ανάμεσα στις τρεις διαφορετικές εκφράσεις των ρητών αριθμών με στόχο την επίλυση προβλήματος.
Βασικές δυσκολίες των μαθητών: οι μαθητές, ενώ συναντούν τα ποσοστά στην καθημερινή τους ζωή, έχουν δυσκολία να εκφράσουν την έννοια και να αξιοποιήσουν τη σύνδεσή τους με τα δεκαδικά κλάσματα για να κάνουν υπολογισμούς και να λύσουν ένα πρόβλημα ποσοστών.
Επιλογή ή προετοιμασία κατάλληλων δραστηριοτήτων και υλικού: οι δραστηριότητες φέρνουν τους μαθητές "αντιμέτωπους" με πραγματικές καταστάσεις και τους εμπλέκουν σε έρευνα και στατιστική, καθώς θεωρητικά το έδαφος είναι πρόσφορο.

Διδασκαλία της 6ης εκπαιδευτικού

Στοχεύοντας στην κατανόηση της έννοιας του πολλαπλασιασμού κλασμάτων

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα: οι μαθητές προσεγγίζουν την έννοια του πολλαπλασιασμού στα κλάσματα, επιλύουν προβλήματα πολλαπλασιασμού κλασμάτων βρίσκοντας δικούς τους τρόπους, κατανοούν τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού.

Βασικές δυσκολίες των μαθητών: η **"**πρόωρη" εστίαση στους κανόνες και στους κλασματικούς υπολογισμούς (το Πρόγραμμα Σπουδών "απαιτεί" τη χρήση του αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού στα κλάσματα για την επίλυση προβλήματος).

Επιλογή ή προετοιμασία κατάλληλων δραστηριοτήτων και υλικού: αξιοποιώντας τις εμπειρίες των μαθητών να μοιράζονται ποσότητες (πίτσες, σοκολάτες κ.ά.) και τα μοντέλα του εμβαδού και του τελεστή για την εννοιολογική κατανόηση του αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού, επιλέχθηκαν "απλές" δραστηριότητες για την έννοια του πολλαπλασιασμού στα κλάσματα. Για παράδειγμα, «σας έχουν μείνει τα ¾ μιας πίτσας. Αν δώσετε το 1/3 του υπόλοιπου στον αδελφό σας, πόση θα έπαιρνε από τη συνολική πίτσα;».

5.2 Μεθοδολογικά εργαλεία ανάλυσης

Η αξιοποίηση της παρατήρησης μέσω βιντεοσκόπησης θεωρείται κατάλληλο ερευνητικό εργαλείο σε σχέση με τη συστηματική τήρηση σημειώσεων στο πεδίο, καθώς συνιστά ένα ευέλικτο εργαλείο συλλογής δεδομένων που διασφαλίζει την αυτούσια καταγραφή διαλόγων και επεισοδίων από την τάξη. Μέσω των δεδομένων που συλλέγονται, ο ερευνητής έχει τη δυνατότητα της επανεξέτασης και της παρατήρησης "συμπεριφορών" που δεν γίνονται αντιληπτές κατά τη διάρκεια της παρατήρησης στην τάξη, αποκτώντας με αυτό τον τρόπο μια ολιστική θεώρηση της διδασκαλίας (π.χ. Clement 2000· Powell et al 2003). Στο πλαίσιο της παρατήρησης μέσω βιντεοσκόπησης ακολουθήθηκαν τα εξής στάδια: πραγματοποίηση έξι διδασκαλιών διάρκειας δύο διδακτικών ωρών (90 λεπτών) η καθεμία, προσεκτικές "αναγνώσεις" των βιντεοσκοπημένων διδασκαλιών, καθώς και εντοπισμός και καταγραφή των επεισοδίων που σχετίζονται με την υλοποίηση των μαθηματικών διεργασιών του νέου ΠΣ (με κριτήριο τις διδακτικές πρακτικές του εκπαιδευτικού).

Από την άλλη, η συνέντευξη κατέχει εξέχουσα θέση ανάμεσα στις ερευνητικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται στις κοινωνικές επιστήμες. Αποτελεί βασικό εργαλείο ποιοτικής έρευνας, το οποίο προσφέρει στον ερευνητή δυνατότητες διερεύνησης των ερευνητικών προβλημάτων που θέτει. Μέσω της συνέντευξης επιτυγχάνεται η εμβάθυνση σε σημεία που είναι δύσκολο να προσεγγιστούν και η διερεύνηση απόψεων, αντιλήψεων-πεποιθήσεων και πρακτικών των συμμετεχόντων (Wellington 2000). Η συνέντευξη ορίζεται ως προφορική αλληλεπίδραση που ξεκίνα με έναν συγκεκριμένο σκοπό και εστιάζεται σε κάποια συγκεκριμένη θεματική περιοχή (Mishler 1996). Περιλαμβάνει τη συλλογή στοιχείων μέσω της συνομιλίας των ατόμων, ενώ η εμπειρία και οι επικοινωνιακές δεξιότητες του ερευνητή διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην επιτυχή διεξαγωγή της συνέντευξης (Cohen et al 2008). Γενικά, όταν η έρευνα έχει ποιοτικό προσανατολισμό, ο ερευνητής επιδιώκει μέσων ευέλικτων και ανοιχτών σχημάτων συνέντευξης να οδηγήσει τον ερωτώμενο στη διατύπωση ατομικών ερμηνειών (Κυριαζή 1999). Από τα τρία είδη συνεντεύξεων που υπάρχουν (δομημένη, ημι-δομημένη, μη δομημένη), στη συγκεκριμένη έρευνα χρησιμοποιήθηκε η ημι-δομημένη συνέντευξη. Το συγκεκριμένο είδος συνέντευξης χαρακτηρίζεται από ένα σύνολο προκαθορισμένων ερωτήσεων, ωστόσο παρουσιάζει μεγαλύτερη ευελιξία ως προς τη σειρά των ερωτήσεων και τη δυνατότητα τροποποίησης του περιεχομένου των ερωτήσεων ανάλογα με τον ερωτώμενο. Η ημι-δομημένη συνέντευξη συνιστά ένα ευέλικτο και δυναμικό εργαλείο, το οποίο είναι λιγότερο κατευθυντικό, με ήπια δομή και τυποποίηση και με ερωτήσεις που απαιτούν ανοιχτού τύπου απαντήσεις (Cohen et al 2008).

Στην παρούσα εργασία οι ημι-δομημένες συνεντεύξεις με τους έξι εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν στην έρευνα είχαν συνολική διάρκεια περίπου 4 ώρες (η κάθε συνέντευξη πραγματοποιήθηκε σταδιακά). Για την επεξεργασία των δεδομένων, όπως έχει αναφερθεί και στο κεφάλαιο της μεθοδολογίας, αξιοποιήθηκε ένας συνδυασμός της λογικής των τεχνικών της Θεμελιωμένης Θεωρίας και της Ανάλυσης Περιεχομένου, ενώ για την αναγνώριση της δομής και του περιεχομένου των δεδομένων αξιοποιήθηκε το σχήμα ανάλυσης του Bernstein (2000) σχετικά με τις αναπλαισιώσεις που πραγματοποιούν οι εκπαιδευτικοί, όπως αυτές περιγράφονται στον παιδαγωγικό τους λόγο, όταν υλοποιούν καινοτομίες ενός Προγράμματος Σπουδών και ειδικότερα τις μαθηματικές διεργασίες που προτείνονται (με στόχο την ανίχνευση των τρόπων ενεργοποίησης και αξιοποίησης των πεδίων αναπλαισίωσης, καθώς και τη μετάβαση από το ένα στο άλλο). Αρχικά, πραγματοποιήθηκαν προσεκτικές αναγνώσεις των απαντήσεων, κατά τη διάρκεια των οποίων εντοπίστηκαν οι διατυπώσεις που ήταν σχετικές με τα πεδία αναπαραγωγής στα οποία τοποθετούνται οι εκπαιδευτικοί επιχειρηματολογώντας για το πώς κατανόησαν και αξιοποίησαν τις μαθηματικές διεργασίες του νέου ΠΣ στην πράξη. Στη συνέχεια, κωδικοποιήθηκαν και ομαδοποιήθηκαν οι διατυπώσεις των εκπαιδευτικών που εντάχθηκαν σε κάθε πεδίο, νοηματοδοτώντας έτσι το περιεχόμενο και τη δομή του.

Η επεξεργασία των δεδομένων που προέκυψαν από τις ημιδομημένες συνεντεύξεις για τον εντοπισμό των πεδίων αναπλαισίωσης στα οποία τοποθετούνται οι εκπαιδευτικοί στο πλαίσιο του παιδαγωγικού λόγου που αναπτύσσουν, ακολούθησε τα παρακάτω επίπεδα ανάλυσης: Στο πρώτο επίπεδο ανάλυσης πραγματοποιοιήθηκε ανάγνωση των δεδομένων της συνέντευξης και "ένταξή" τους στα πεδία αναπλαισίωσης (Bernstein 2000). Ειδικότερα, κατά την επεξεργασία του επιπέδου αυτού πραγματοποιήθηκαν πολλαπλές και προσεκτικές αναγνώσεις των απομαγνητοφωνημένων συνεντεύξεων, στη διάρκεια των οποίων εντοπίστηκαν αποσπάσματα (διατυπώσεις) του κειμένου που αντιστοιχούσαν, για κάθε μαθηματική διεργασία, σε καθένα από τα πεδία αναπλαισίωσης. Η ανάγνωση αυτή πραγματοποιήθηκε φράση προς φράση, με σκοπό τον σταδιακό εντοπισμό των σχετικών διατυπώσεων.

Στο δεύτερο επίπεδο ανάλυσης έγινε κωδικοποίηση των διατυπώσεων που εντάχθηκαν σε κάθε πεδίο αναπλαισίωσης. Η κωδικοποίηση των δεδομένων αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα στάδια της επεξεργασίας των δεδομένων, καθώς μέσω αυτής αποδίδονται νοήματα στις διατυπώσεις που εντοπίζονται κατά την ανάγνωση των δεδομένων. Στη συγκεκριμένη περίπτωση αναγνώστηκαν προσεκτικά οι διατυπώσεις που εντάχθηκαν σε καθένα από τα πεδία αναπλαισίωσης και επισημάνθηκαν εκείνες που υποδείκνυαν/ νοηματοδοτούσαν μια «ειδική» πτυχή/ θεματική του αντίστοιχου πεδίου. Αυτές οι «ειδικές» θεματικές χαρακτηρίστηκαν με έναν κωδικό. Όταν επανεμφανιζόταν κάποια διατύπωση που αποτύπωνε, έστω και με διαφορετικά λόγια, το πεδίο, σημειωνόταν και αυτή. Έτσι, προοδευτικά, οι διατυπώσεις που εντάσσονταν σε κάθε πεδίο πρώτου επιπέδου, οργανώθηκαν σε κατηγορίες δεύτερου επιπέδου με βάση την «ειδική» θεματική που αφορούσαν. Η ερευνήτρια προσπάθησε να τηρήσει την απαραίτητη απόσταση από τα δεδομένα αποφεύγοντας να προβάλλει ατομικές απόψεις ή πεποιθήσεις, στον βαθμό που ήταν δυνατό (Cohen et al 2008). Η παραπάνω διαδικασία είναι καθαρά τεχνική και υποστηρίζει την ταξινόμηση και την ερμηνεία των δεδομένων.

Τα αποτελέσματα της επεξεργασίας χρησιμοποιήθηκαν για να αναδειχθεί η εσωτερική δομή του παιδαγωγικού λόγου των εκπαιδευτικών αναφορικά με τα πεδία αναπλαισίωσης που τον διέπουν. Μια τέτοια ανάλυση προσφέρει τη δυνατότητα κατανόησης του τρόπου συγκρότησης αυτού του λόγου και, κατά συνέπεια, της κατεύθυνσης της αναπλαισίωσης που υφίσταται στο σχολικό περιβάλλον, κυρίως αναφορικά με τις μαθηματικές διεργασίες του νέου ΠΣ, που αποτελεί το αντικείμενο μελέτης της συγκεκριμένης ανάλυσης.

5.3 Αποτελέσματα της ανάλυσης των δεδομένων

Κεντρικός προσανατολισμός του νέου Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι μεταξύ άλλων η εμπλοκή των μαθητών σε δραστηριότητες που ενισχύουν διεργασίες όπως ο μαθηματικός συλλογισμός και η επιχειρηματολογία, η δημιουργία συνδέσεων-δεσμών μεταξύ των μαθηματικών εννοιών, η επικοινωνία μέσω της χρήσης διαφορετικής μορφής εργαλείων και η μεταγνωστική ενημερότητα (ΙΕΠ 2011).

5.3.1 Ανάλυση διδακτικών επεισοδίων-βιντεοσκοπημένες διδασκαλίες

Στην ενότητα αυτή παρατίθενται τμηματικά και παρουσιάζονται επιλεγμένα διδακτικά επεισόδια, τα οποία σχετίζονται με τους τρόπους “υλοποίησης” κάθε μίας από τις συνιστώσες της μαθηματικής διεργασίας στην τάξη των Μαθηματικών.

5.3.1.1 Ο μαθηματικός συλλογισμός και η τεκμηριωμένη επιχειρηματολογία

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η διεργασία του μαθηματικού συλλογισμού και της τεκμηριωμένης επιχειρηματολογίας αφορά κυρίαρχα τη δυνατότητα διερεύνησης των μαθηματικών καταστάσεων μέσω της διατύπωσης υποθέσεων-εικασιών και του ελέγχου της ισχύος τους. Παρακάτω παρατίθενται διδακτικά επεισόδια στα οποία οι εκπαιδευτικοί αποπειρώνται να υλοποιήσουν σημαντικές συνιστώσες της συγκεκριμένης μαθηματικής διεργασίας και ειδικότερα τη συγκρότηση και τη διατύπωση τεκμηριωμένων επιχειρημάτων και την αιτιολόγηση των ενεργειών από τους μαθητές.

3η εκπαιδευτικός

Δασκ. *Αυτό που σχεδίασες, εξήγησε το! .. Αυτό εδώ που έκα-έκανες, Νικόλα θέλω να το εξηγήσεις .. Θέλω να το καταλάβω, γιατί πρωί – πρωί δε λειτουργώ!... τι δε σου άρεσε*

.... να το εξηγήσεις αυτό .... γράψε τις σκέψεις σου... τι σκέφτηκες και έφτασες εκεί; ... γράψε μου τις σκέψεις σου! Μη μου λες τι κάναμε! Θα το δούμε σε λίγο τι κάναμε ... Πώς ο ένας έφαγε το ½, ο άλλος τα 2/4 και ο τρίτος τα 4/8 ... Τι σκέφτηκες και έφτασες ως εκεί. Δε θα μου γράψεις ολόκληρη έκθεση! Τι σκέφτηκες! Είστε έτοιμοι;

***Μαθ**. Όχι!*

***Δασκ**. Λοιπόν ολοκληρώστε τις σκέψεις σας ... Ολοκληρώστε τις σκέψεις σας ... Θέλω τώρα να αφήσετε κάτω τα μολύβια σας ... Να δούμε τώρα τι κάναμε.....*

Μέσω αυτής της διεργασίας υποστηρίζονται οι κοινωνικοπολιτισμικές νόρμες στην τάξη των Μαθηματικών, δηλαδή οι διαδικασίες επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων, καθώς και η εμπειρική απόδειξη, η μαθηματική σκέψη, η τεκμηρίωση και η επιχειρηματολογία.

2η εκπαιδευτικός

***Δασκ**. Σε δύο! Σε δύο κομμάτια λοιπόν πρέπει να τα μοιράσουμε! ... Σας δίνω λοιπόν τα αντικείμενα, αυτά που έχετε στην πρώτη σελίδα.... Εντάξει;; Ο καθένας! (μοιράζει τα αντικείμενα)... Αυτά τα αντικείμενα που έχετε διαλέξει στην πρώτη σελίδα, την πίτσα, το μπισκότο, το ψωμί..... Μπορεί και τις καραμέλες ... Μπορεί και τι άλλο;.... Το γλειφιτζούρι! Πρέπει να αποδείξετε ότι μπορείτε να τα μοιραστείτε! .. Αυτή τη φορά θα τα μοιραστείτε με έναν φίλο σας! Θα πρέπει, λοιπόν, να τα μοιράσετε σε δύο κομμάτια. Πώς όμως; Προσέξτε λίγο! ... Δίκαιη μοιρασιά!! ... Σε ίσα κομμάτια! .*

***Μαθητές**. Κυρία! Θα τα κόψουμε; Κυρία…! Θα τα κόψουμε;*

***Δασκ**. ... Ακούστε να σας πω για να μην μπερδεύεστε! ... (σε μαθητή) .... Αυτά τα ίδια εδώ, την πίτσα, το γλειφιτζούρι και το ψωμί, τι θα κάνεις; Θα τα μοιράσεις στην επόμενη σελίδα!..... Μπορεί να σας δίνω όλα τα προϊόντα: Εσείς θα μοιράσετε μόνο αυτά που έχετε στην πρώτη σελίδα!*

***Μαθητής**. Κυρία! Θα τα κόψουμε;;*

***Δασκ**. Αν δεν τα κόψετε, πώς αλλιώς θα τα μοιραστείτε;; Έτσι δεν είναι; ... Θα βρείτε έναν τρόπο να τα κόψετε… μην ξεχνάτε… (δείχνει στον πίνακα) .. σε ίσα κομμάτια!.......... Είναι κάποιος που δεν πήρε; …..... Κόβετε και κολλάτε! ... Κόβετε και κολλάτε! ……………. ………………………………………..*

***Μαθητής**. Κυρία! Τώρα τα κόβουμε;;*

***Δασκ**. Τώρα τα κόβουμε και τα κολλάμε! ... Και θα μας πείτε πώς τα κόψατε εεεε..; ……Ιωάννα!..... Τι είναι αυτό που έκοψες;*

***Ιωάννα**. ... Το ψωμί!*

***Δασκ**. Το ψωμί, λοιπόν, πρέπει να το μοιραστείς εσύ και η Παναγιώτα! Σε πόσα κομμάτια πρέπει να το κόψεις; ..... Μήπως το έκοψες σε πολλές φέτες; ... Ααα! Δεν την τρως εσύ πια;....*

Γιώργο! Κοίταξε με λίγο! Αυτή την πίτσα, θα την φάτε εσύ κι η Αρχοντία! Δύο είστε! …. Άρα θα πρέπει να την κόψεις σε πόσα κομμάτια;

***Γιώργος**. Σε δύο!*

***Δασκ**. Σε δύο!*

Μέσω της συγκεκριμένης μαθηματικής διεργασίας επιδιώκεται η ενίσχυση της ιδέας "μαθαίνω με τους άλλους και από τους άλλους" στο πλαίσιο της διαχείρισης της μαθηματικής δραστηριότητας (για παράδειγμα, της εργασίας των μαθητών, των ερωτήσεων, του διαλόγου) και ιδιαίτερα της επικοινωνίας, καθώς και η μετάβαση από τις άτυπες διαισθητικές διαδικασίες συλλογισμού σε τυπικές μορφές του.

1η εκπαιδευτικός (11 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Β τάξη)

Δασκ. *... Τα έχετε όλα μπροστά σας, έτσι δεν είναι; Λοιπόν τώρα, χωρίστε το πρώτο μισό που κόψατε. Βάλτε το μπροστά σας το πρώτο μισό που κόψατε από το ολόκληρο. Ωραία! Δίπλα στο πρώτο μισό ταιριάξτε πόσα από τα τέσσερα που κόψατε ταιριάζουν. Ωραία! Και μετά ταιριάξτε πόσα από τα έξι αντιστοιχούν πάλι στο μισό που είχατε κόψει. Για να δω! Ωραία! Όπως σας βολεύει παιδιά! Τα ταιριάξατε όλοι;*

Μαθ. *Ναι!*

Δασκ. *Για να ακούσω, Αλεξάνδρα, πόσα κομμάτια από τα έξι ταιριάζουνε στο μισό της πίτσας;*

Αλεξάνδρα. *Τρία!*

Δασκ. *Τρία κομμάτια λέει η Αλεξάνδρα! Συμφωνούμε;*

Μαθ. *Ναι!*

Δασκ. *Για να δω, το κάνατε όλοι;*

Μαθ. *Εγώ, κυρία, τα έβαλα το ένα πάνω στο άλλο! Πρώτα έβαλα το μισό, από πάνω έβαλα τα τέταρτα και μετά έβαλα αυτά που ταιριάζουν από τα έξι!*

Δασκ. *Ωραία! Αν σας έλεγα, ο ένας να πάρει τη μισή πίτσα. Ο άλλος να πάρει τα 2/4 και ο τρίτος τα 3/6, θα έχει πάρει το ίδιο;*

Κάποιοι μαθητές. *Όχι!*

Δασκ. *Εεε! Ακούσατε τι είπα; Ειρήνη τι λες; Αν ο Πάρης έχει φάει τα τρία από τα έξι, ο Απόστολος έχει φάει το μισό και η Ευαγγελίτσα έχει φάει τα δύο από τα τέσσερα, έχουν φάει το ίδιο;*

Ευαγγ. *Όχι!*

Δασκ. *Όχι; Συμφωνείτε όλοι;*

Μαθ. *Όχι! ….. Ναι!*

Δασκ. *Ναι ή όχι; ….. Ποια θα ήταν η διαφορά μεταξύ τους;*

Μαθ. *Νομίζω ότι αν ο ένας πάρει ένα κομμάτι τέτοιο και δύο κομμάτια ο άλλος, θα είναι ίδιο αυτό!*

Δασκ. *Και τρία ο άλλος από τα έξι;*

Μαθ. *Α, και τα τρία;!*

Δασκ. *Τα τρία από τα έξι;... Θα έχουν φάει όλοι το ίδιο;*

Μαθ. *Όχι!*

Δασκ. *Να πω κάτι; ... Αν ο ένας έχει φάει τη μισή πίτσα, ο άλλος τα δύο από τα τέσσερα και η Γεωργία τα τρία από τα έξι, θα έχουν φάει όλοι το ίδιο;*

Μαθ. *Όχι!*

Δασκ. *Όχι ε;! Για δοκιμάστε λίγο για να το δούμε. Δεν τα ταιριάσατε;*

Μαθητής. *Α! Θα έχουνε φάει όλοι το ίδιο!*

Δασκ. *Ποια θα είναι η διαφορά όμως;*

Μαθητής. *Η διαφορά θα είναι. .. ότι ένα τέτοιο κομμάτι χωρίζεται στα δύο και στα τέσσερα και στα έξι ... Μπορεί, επίσης, να χωριστεί και στα επτά!*

Δασκ. *Σε πολλά μπορεί να χωριστεί! .... Λέω εγώ τώρα.... Αν εσύ έχεις φάει τη μισή, η Αλεξάνδρα τα δύο από τα τέσσερα και η Ευαγγελίτσα τα τρία από τα έξι, θα έχουν φάει όλοι το ίδιο;*

Μαθητές. *Όχι!*

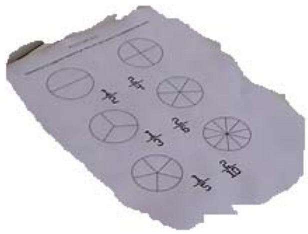
Δασκ. *Για να ακούσω, Αλεξάνδρα.*

Αλεξάνδρα. *Αν, κυρία, πάρω το μισό κομμάτι και το βάλω πάνω στα δύο από τα τέσσερα είναι ακριβώς το ίδιο! .... Και αν το βάλουμε πάνω από τα τρία από τα έξι, είναι πάλι ακριβώς το ίδιο!*

Δασκ. *Ωραία! Η διαφορά ποια είναι;*

Μαθητής. *Η διαφορά είναι είτε πάρεις το μισό κομμάτι είτε πάρεις (....)*

Δασκ. *Θα έχουν φάει το ίδιο, θα έχουν χορτάσει το ίδιο.... Λέμε τώρα! Αλλά ποια θα είναι η διαφορά, Απόστολε; ..... Ποια θα είναι η διαφορά μόνο; ... Σαν ποσότητα είπαμε ότι θα είναι ή ίδια! Σαν κομμάτια θα είναι τα ίδια; ... Μόνο η Αλεξάνδρα;! .... Κανένας άλλος;! ....*



Μαθήτρια. *...Η διαφορά θα είναι ότι στα τέσσερα κομμάτια θα φάει δύο ο καθένας, ενώ στα έξι θα φάει τρία!*

Δασκ. *Άρα, ο τρόπος που είναι μοιρασμένο ... ποιο;... Το ολόκληρο! Αυτό είναι το διαφορετικό. Δηλαδή, αυτό που έχει σημασία είναι το ολόκληρο; ...... Για να συγκρίνουμε και να πούμε πόσα έφαγε ο ένας και πόσα έφαγε ο άλλος; ...Εεε; (μεγάλη παύση) Τι λέτε; Τι λέει αυτή η ομάδα; Τι είναι σημαντικό στη δίκαιη μοιρασιά; Κωνσταντίνε! Τι είναι σημαντικό στη δίκαιη μοιρασιά;*

Δασκ. *... Αააaa, μάλιστα! Δεν πρέπει να είναι ίδιο, πρέπει να είναι (....) και το ολόκληρο! Ας πούμε ....εεε.... εγώ κι η αδερφή μου φάγαμε από δύο πίτσες, τη μισή πίτσα, αλλά μαλώσαμε γιατί η αδερφή μου έλεγε ότι έφαγε λιγότερη από μένα! Γιατί; ..... Γιατί, Απόστολε;*

Απόστολος. *.... Γιατί μπορεί .... το άλλο κομμάτι να είναι μικρότερο;!*

Δασκ*. Δηλαδή; Γιατί να είναι μικρότερο; Αφού από την ίδια πίτσα φάγαμε και ίδια ποσότητα φάγαμε! ..... Μαρίνα.*

Μαρίνα*. ..... (.....).....*

Δασκ*. Το ένα μισό; Έλενα! Θέλεις να πεις κάτι; Γιατί η αδερφή μου λέει ότι αυτή έφαγε λιγότερο και εγώ περισσότερο; Ήταν δύο οι πίτσες! Και εγώ έφαγα μισό και εκείνη έ-φαγε μισό! Λέει όμως ότι εγώ έφαγα περισσότερο. Κωνσταντίνε! Απόστολε, θες να πεις τίποτα;*

Απόστ*. Όχι!*

Δασκ*. Μαρίνα!*

Μαρίνα. *Μπορεί η μία πίτσα να είναι μεγαλύτερη!*

Δασκ*. Μπορεί η μία πίτσα να είναι μεγαλύτερη! Συμφωνείτε;*

Μαθ*. Ναι!*

2^{η} εκπαιδευτικός

Μαθητής*. Κυρία, το γλειφιτζούρι μοιράζεται;*

Δασκ*. Δεν ξέρω! ... Θα το συζητήσουμε και θα δούμε ... Δουλεύετε όμως! ... (τα παι-διά εργάζονται. Η δασκάλα εποπτεύει τις ομάδες)... Βλέπω ότι τις καραμέλες μπορείτε να τις μοιράσετε;.....*

Μαθητές*. Ναι!!*

Δασκ*. ... Και την πίτσα μπορείτε να την μοιράσετε;;*

Μαθητές*. Ναι!!*

Δασκ*. .... Αααα! Και το μπισκοτάκι βλέπω μπορούμε να το μοιράσουμε;*

Μαθητής*. Θα το κόψουμε στα δύο!!*

Δασκ*. Θα δούμε! Θα δούμε! ... Καλέ καθίστε κάτω και δουλεύετε...! Τώρα δε θέλω να τα μοιράσετε! Τώρα θέλω να κολλήσετε αυτά που μπορείτε να μοιράσετε! ... Τα κό-βετε και τα κολλάτε! Μετά θα τα μοιράσουμε! ...*

Γιώργος*. .. Κυρία, πού τα κολλάω;*

Δασκ*. Στο τετραδιάκι που σου έδωσα! ...... Εντάξει Γιώργο;... Από εδώ ό,τι νομίζεις ότι μπορείς να μοιράσεις, το κόβεις και το κολλάς (σε άλλον μαθητή) ... Μπράβο, Γιώργο! .... Δε θα το βάψεις όμως τώρα! Μετά θα το βάψεις! .... Μόνο την πίτσα μπορείς να μοιράσεις; (σε άλλον μαθητή) .... Ο Δημήτρης τελείωσε! Μάλιστα!...... Τε-λειώσατε; ... Τέλειωσες Τάσο; ... Ωραία! ..... Τελειώσατε; Να δούμε τι έχετε κάνει! Άντε, τελειώνετε!! ... Μην πιάνε-τε τα λόγια!... Μην βάφετε ακόμη! .. Βιαστικοί είστε!...... Πετάξτε και τα σκουπίδια σας .... και άντε να δού-με τι έχετε διαλέξει από όλα! Μαρίνα, τελείωσες; ... Τε-λειώνετε; ... Μη βάφεις τώρα Τάσο! Μετά θα έρθει η ώρα και θα το βάψετε... Τελείωσες Μπάμπη; ...... Τόσες κόλ-λες έχετε πάνω!... Τελειώσατε κορίτσια; ..... Τι άλλο νο-μίζεις ότι μπορούμε να μοιράσουμε Αναστασία; Πετάξτε και τα σκουπίδια σας! ... Τε-λειώσατε;.... Για να μου πει κάποιος...... Είναι κάποιο παιδί που νομίζει πως μόνο ένα*

πράγμα μπορεί να μοιραστεί με τους φίλους του; ..... Μόνο ένα που μπορεί να μοιραστεί! .... Μόνο ένα να έχει κολλήσει στην πρώτη σελίδα! …..... Είναι κάποιος; ... Μπορεί να μοιραστεί μόνο ένα; ... Είναι κάποιος; .... Όχι! ... Είναι κάποιος που μπορεί να μοιραστεί μόνο δύο πράγματα;

Μαθητές. *Όχι!!*

Μαθητής. *Εγώ!!!*

Δασκ. *Τι μπορείς να μοιραστείς με τους φίλους σου εσύ;*

Γιώργος. *.. Μόνο την πίτσα και το γλειφιτζούρι!!*

Δασκ. *Την πίτσα και το γλειφιτζούρι!! ... Τι είναι αυτό που κόβεις τώρα; Μπορείς να το μοιραστείς με τους φίλους σου; (ψωμί)*

Μαθητής. *Μπορώ! Αν το κόψω σε μικρότερα κομμάτια!*

Δασκ. *Οπότε θα το βάλεις και αυτό με τα υπόλοιπα;*

Μαθητής. *Ναι!*

Από τη μελέτη των διδασκαλιών που βιντεοσκοπήθηκαν παρατηρήθηκαν τα εξής σε σχέση με την υλοποίηση της πρώτης διεργασίας: για τους εκπαιδευτικούς του δείγματος η μάθηση και η κατανόηση μιας μαθηματικής έννοιας (στη συγκεκριμένη περίπτωση των κλασματικών αριθμών) “απαιτεί” με τη σειρά της μια αλλαγή στη συμπεριφορά των μαθητών και η αλλαγή αυτή μπορεί να παρατηρηθεί και να μετρηθεί. Αν, για παράδειγμα, οι εκπαιδευτικοί ζητήσουν την απάντηση σε ένα ερώτημα και ο μαθητής απαντήσει σωστά, τότε συνήθως επικροτούν την απάντηση, ωστόσο θέτουν και επιπλέον ερωτήσεις που στοχεύουν στην εμβάθυνση και την κατανόηση της μαθηματικής έννοιας, ενώ η επιλογή των δραστηριοτήτων βασίζεται στην ιδέα ότι οι πολύπλοκες μαθηματικές δραστηριότητες προϋποθέτουν την ενασχόληση με απλούστερες.

2η εκπαιδευτικός

Δασκ. *Κοιτάξτε!! Όσο θα φάει ο ένας, θα φάει κι ο άλλος!... Είναι κάποιος άλλος που τη έκοψε διαφορετικά τη φρατζόλα και δεν την έκοψε έτσι κατά μήκος; Είναι κάποιος άλλος; ... Λέγε Γιώργο (άλλος) ..... Φέρε το τετραδιάκι σου, να μας δείξεις πώς τη μοίρασες!....... (ο Γιώργος σηκώνεται) .... Ιωάννα! Σε πόσα κομμάτια έπρεπε να την χωρίσουμε;*

Ιωάννα. *Σε δύο!*

Δασκ. *Σε δύο! Εσύ μαζί με την Παναγιώτα!!........ Για δείξε μας πώς μοίρασες τη φρατζόλα! Για δέστε πώς μοίρασε ο Γιωργάκης τη φρατζόλα! …..... Για πες μας! Πώς το έκανες αυτό; ... Πάρε τη φρατζόλα ολόκληρη…. (του δίνει) .... Τι έκανες για να κόψεις τη φρατζόλα;.... Δείξε στους συμμαθητές* *σου! ..... Πώς την έκοψες;;*

Γιώργος. *..... Πήρα το ψαλίδι και την έκοψα!*

Δασκ. *Έτσι, σε όποιο κομμάτι να ΄ναι;………… Για πες μας! ..... Αν σου δώσω ένα ψαλιδάκι, θα μας δείξεις πώς την έκοψες; ……. Για κόψε να δούμε!....... Βλέπω το μετακινείς το ψαλιδάκι! ... Τι σκέφτεσαι όταν το μετακινείς; ……. Για να δούμε! ...Έπεσε κάτω! .. Δεν πειράζει! ..Είναι ίσα; .. Είναι ίσα; Σχεδόν ίσα είναι Γιωργάκη! ... Εσύ μου φαίνεται θα φας λίγο παραπάνω! .. Όταν μετακινούσες το ψαλίδι αριστερά – δεξιά, τι σκεφτόσουνα; ……… Όσο θα πάρεις εσύ να πάρει και ο φίλος σου προφανώς ... Ααα! Με δύναμη το έκοψες το ψωμί! (ο μαθητής κάνει κάποιες κινήσεις παντομίμας) ....για κάτσε..να δούμε, πώς θα γινόταν να το μοιράσουμε ώστε να πάρουν ακριβώς το ίδιο.. Το έκοψες στο περίπου, αλλά το ένα το κομμάτι το έκοψες λίγο μεγαλύτερο από το άλλο! Τι θα μπορούσαμε να κάνουμε ώστε να το μοιράσουμε ακριβώς στη μέση; Τι κάνατε εσείς για να το μοιράσετε ακριβώς στη μέση; ... Εσύ Ελευθερία τι έκανες; ... Πήρες ένα ψαλίδι και το έκοψες;*

Ελευθερία. *Όχι! Το υπολόγισα πρώτα πόσο είναι ....*

Δασκ. *Με τι το υπολόγισες; …..... Ααα, με το μάτι το υπολόγισες!!!... Υπάρχει άλλος που το έκοψε με άλλον τρόπο; ..... Πες μου Ιωάννα, εσύ πώς το έκοψες;*

Ιωάννα. *Εγώ έκοψα τις κόρες….*

Δασκ. *Ναι, γιατί δεν τις τρως αυτές!*

Ιωάννα. *Ναι! Και μετά το έκοψα στη μέση!*

Δασκ. *Πώς το έκοψες στη μέση;; …… Τι σκέφτηκες; …………….*

Ιωάννα. *…… Το έκοψα! ...*

Δασκ. *Ααα, όπως ο Γιώργος! Πήρες το ψαλιδάκι και το έκοψες! ..Μάλιστα! Κανένας άλλος; Υπάρχει άλλος τρόπος να το χωρίσουμε στη μέση; …..... Λέγε Παναγιώτα!*

Παναγιώτα. *Εγώ το έκοψα σε τέσσερα κομμάτια!*

Δασκ. *Αυτό θα το δείξουμε μετά και θα δούμε αν όντως είναι στη μέση αυτά που μοίρασες! Εγώ θα ήθελα εδώ να δούμε πώς θα μπορούσαμε να το κόψουμε στη μέση! .... Εσύ Φωτεινή, πώς το μοίρασες στη μέση το ψωμί σου;*

Φωτεινή. *Το μέτρησα πρώτα και μετά το έκοψα!*

Δασκ. *Δηλαδή, τι ακριβώς έκανες;*

Φωτεινή. *Πήρα το χάρακα και το μέτρησα!*

Δασκ. *Η Φωτεινή είναι γενικά του χάρακα! Χρησιμοποιεί πολύ τον χάρακα για να κάνει τη μοιρασιά! .. Είναι δίκαιη μοιρασιά αυτή;*

Μαθητές. *Ναι!*

Με τον τρόπο αυτό, δηλαδή με την ενασχόληση με απλές δραστηριότητες πριν από την εισαγωγή πολύπλοκων μαθηματικών δραστηριοτήτων, οι εκπαιδευτικοί δίνουν έμφαση στις προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών τις οποίες θεωρούν αναγκαίες για την κατάκτηση δεξιοτήτων, ικανοτήτων και συμπεριφορών. Πριν από τον σχεδιασμό των διδασκαλιών τους, οι εκπαιδευτικοί χρειάστηκε να σκεφτούν τι πρέπει να γνωρίζει από πριν ο μαθητής για να μπορέσει να ανταπεξέλθει στις απαιτήσεις του μαθήματος (προαπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες).

2η εκπαιδευτικός

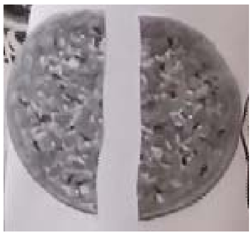
Δασκ. *Ααα! Για να βρεις εύκολα τη μέση, τι έκανες ……. Πήρες λοιπόν την πίτσα .....τη δίπλωσες ..... και έτσι, λοιπόν, έβγαλες δύο κομμάτια! ..... Είναι κάποιος άλλος που σκέφτηκε αλλιώς;..... Λέγε Τάσο ….*

Δασκ. *Δεν τη δίπλωσες στη μέση;*

Τάσος. *Όχι!*

Δασκ. *Περίπου με το μάτι;..... Αν ήταν αληθινή πίτσα, δεν μπορούμε να την διπλώσουμε στη μέση. Ο Τάσος φαντάστηκε ότι είναι αληθινή πίτσα και την έκοψε με το μάτι!..... Για να ξαναφτιάξουμε τα κομμάτια που έχεις κόψει……. Σήκω πάνω να τα δείξεις! ... (Ο Τάσος σηκώνεται) ... Για δείτε! Θεωρείτε ότι είναι δίκαιη η μοιρασιά; .. Όσο θα πάρει ο ένας θα πάρει κι ο άλλος;*

Μαθητές. *Ναι!!*



Δασκ.. *Το έκοψε καλά ο Τάσος! …. Η Μπατίστα ακόμη πιο δίκαια!! Το δίπλωσε ακριβώς στη μέση! Όσο ο ένας, τόσο ακριβώς κι ο άλλος! …… Τι άλλο μοιράσαμε στη μέση, εκτός από την πίτσα, Μαρία;*

Μαρία. *Μοιράσαμε το μπισκότο!*

Δασκ. *Μοιράσαμε το μπισκότο! .. Έλα να μας δείξεις πώς το μοίρασες! (η Μαρία σηκώνεται) ... Να δούμε η Άννα Μαρία πώς το μοίρασε…..... Στους συμμαθητές σου! ……… Στους συμμαθητές σου! Εγώ βλέπω!! …….(η μαθήτρια δείχνει, αλλά μιλά πάλι χαμηλόφωνα προς τη δασκάλα)….. Η Άννα Μαρία, λοιπόν, δίπλωσε το μπισκότο στη μέση και το έκοψε! .. Είναι κάποιος άλλος που σκέφτηκε διαφορετικά; …… Λέγε Φωτεινή! ..... Έλα εδώ να μας δείξεις! (η Φωτεινή σηκώνεται)…….Λέγε, Φωτεινούλα τι σκέφτηκες;*

Φωτεινή. *Πήρα το χάρακα και το μέτρησα! Βρήκα πόσο είναι το μισό του!*

Δασκ. *Δηλαδή, το μπισκότο πόσο είναι …….. Πάρε πρώτα το μπισκότο ..... Να βλέπουν οι συμμαθητές σου… Έτσι όπως είναι το μπισκότο, τι μέτρησες; (δείχνει) ...Ααα! Μέτρησες αυτή την πλευρά από πάνω!! Και πόσο έβγαλες ότι είναι το μπισκότο;*

Φωτεινή. *Δώδεκα εκατοστά!*

Δασκ. *Ααα! Έβγαλες ότι το μπισκότο είναι δώδεκα εκατοστά!*

Φωτεινή. *Το έκοψα στα έξι!!*

Δασκ. *Πήρες λοιπόν το μισό! Ααα! Λέει, λοιπόν, η Φωτεινή, το μισό μπισκότο είναι ….*

Φωτεινή. *Το έξι!*

Δασκ. *Και έβαλες εκεί σημαδάκι;*

3η εκπαιδευτικός

Δασκ. *Εγώ δεν ξέρω τίποτα! .. Εγώ δεν ξέρω τίποτα μια ζωή!! ... Λοιπόν κλάσματα... Πέστε μου δύο βασικά πράγματα που είπαμε γι αυτά τα κλάσματα .. δύο βασικά πράγματα .... Λέγε Χρυσούλα το ένα..*
Χρυσούλα. *Ότι ο κάτω αριθμός είναι αυτά που έχουμε και ότι ο πάνω αριθμός είναι αυτά που θα πάρουμε.*
Δασκ. *Για ξαναπέστα λίγο...*
Χρυσούλα. *Ο κάτω αριθμός μάς λέει πόσα έχουμε κι ο πάνω αριθμός μάς λέει πόσα θα πάρουμε από αυτά που έχουμε!*
Δασκ. *Πες μας, Χρυσούλα ένα κλάσμα, για να μπορούμε να μιλάμε γι αυτό το κλάσμα.*
Χρυσούλα. *2/4!*
Δασκ. *2/4. Πολύ ωραία! Καλά το έγραψα; ... Τι μου λέει, δηλαδή, αυτό το κλάσμα;*
Χρυσούλα. *Ότι έχουμε ένα ολόκληρο, χωρισμένο σε τέσσερα κομμάτια.....*
Δασκ. *Πολύ ωραία! Ένα ολόκληρο.....*
Χρυσούλα. *.... Ένα ολόκληρο χωρισμένο σε τέσσερα κομμάτια ....και να πάρω τα δύο από αυτά!..*
Δασκ. *Πολύ ωραία! ... Και να πάρω τα δύο από αυτά... Τα δύο από τα τέσσερα κομμάτια!; .. Είναι ίσα τα κομμάτια;*
Χρυσούλα. *Ίσα κομμάτια!*
Δασκ. *Ίσα κομμάτια!.. Ίσα κομμάτια!! ..... Άρα, κλάσμα είναι ένας αριθμός που μου εκφράζει σε πόσα κομμάτια χωρίζω ένα όλο και πόσα κομμάτια παίρνω από αυτό το όλο! .. Αυτό το όλο τι μπορεί να είναι;*
Μαθ. *Ένα ολόκληρο!*
Δασκ. *Ναι, ένα ολόκληρο! Ολόκληρο από τι;*
Μαθ. *Από ένα χαρτί!*
Δασκ. *Ναι, από ένα χαρτί, το οποίο το κάνω φύλλο και χαρτί!!.. Άλλο, τι μπορεί να είναι το ολόκληρο; Μαρία!*
Μαρία. *Μια πίτσα!*
Δασκ. *Μια πίτσα! Άλλο;*
Μαθ. *Μπορεί να είναι.. ένα ψωμί!*
Δασκ. *Μαρία.*
Μαρία. *Μία τούρτα!*

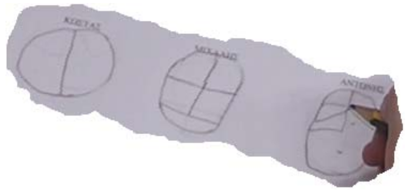
Σημαντικό ρόλο στις διδασκαλίες διαδραμάτισαν οι ιδέες των μαθητών (οι εναλλακτικές τους απόψεις), οι αυθόρμητες σκέψεις τους, οι παρανοήσεις τους.

3η εκπαιδευτικός

Δασκ. *Και εδώ; Ο Αντώνης έφαγε όλη την πίτσα δηλαδή; .... Μισό λεπτό! .... Ο Κώστας έφαγε τη μισή πίτσα...... Τη χώρισε στα δύο κι έφαγε τη μισή. Την εντόπισες σωστά! ... Ο Μιχάλης ..... Αυτή πόσα κομμάτια έχει ...... Για κοιτάξτε όλοι της Μαρίας. Κοιτάξτε όλοι εδώ! Η Μαρία εντόπισε το λάθος της! ..... Τον Κώστα τον βρήκες σωστά, Μαρία; ..... Ναι, τον Κώστα τον βρήκες σωστά! .... Είναι χωρισμένη η πίτσα σε δύο κομμάτια και ο Κώστας έφαγε τι ένα από τα δύο! .... Και η εκτίμησή της ..... αν και δεν το χρωμάτισες Μαράκι ..... Επειδή σε ξέρω τι αγχώδης είσαι ..... καταλαβαίνω ότι αυτό ήθελες να μου δείξεις! ... Ναι; Αυτό που δεν μπορώ να καταλάβω Μαρία όμως, αν και* *είσαι αγχώδης, είναι του Μιχάλη! Ποιο ήταν το πιο σοβαρό λάθος που δεν το χρωμάτισες ακόμα. Ποιον κανόνα βασικό δεν ακολούθησες;*

Μαρία. *(Μιλά χαμηλόφωνα)...*

Δασκ. *Δεν ξεχωρίζουν τα κομμάτια λες; .... Σε πόσα κομμάτια είναι χωρισμένη η πίτσα; .... Αυτή εδώ η πίτσα του Μιχάλη! .... Ένα, δύο, τρία, τέσσερα.... Αυτό εδώ κάτω τι είναι; .... Εδώ σε πόσα κομμάτια τη χώρισες;*



Μαρία . ... *Σε οχτώ!*

Δασκ. *Και έπρεπε να χρωματίσεις πόσα; .... Η εκτίμησή σου .. ο χωρισμός σου ήταν σωστός, εκτός από του Μιχάλη! Τώρα τι πρέπει εδώ να μου δείξεις; ... Να διορθώσεις τι; .... Τι έφαγες; ... Δύο έφαγε; ..... Χρωμάτισε το! .... Συμπέρασμα...... Συμπέρασμα..... Συμβαδίζει ο εντοπισμός με την εκτίμηση που κάνατε; Θανάση! ... Αναστάση.... Έχετε κάνει λάθος; .. Τα βρήκατε όλα σωστά; .... Γιάννη; ...... Μάλιστα! .... Εδώ; .... Νικόλα, σε βλέπω ακόμα κόβεις, ράβεις! Κάτι προσπαθείς να κάνεις! ... Για εξήγησέ μου, τι προσπαθείς να κάνεις; .... Θέλω να σ΄ ακούσω Νικόλα για τι μπερδεύτηκες. Να ξεμπερδέψουμε μαζί το κουβάρι! .... Γι αυτό σας λέω από την αρχή ότι θα ξεμπερδέψουμε μαζί το κουβάρι! ... Σήμερα! .. Έτσι, Νικόλα! Για πες μου λοιπόν, πού μπερδεύτηκες;*

Τα παιδιά διαμόρφωσαν τις ιδέες τους μέσα από αλληλεπιδράσεις (κοινωνική επαφή και γλώσσα) και με αυτές προσπάθησαν να ερμηνεύσουν ή να προβλέψουν ό,τι έπεσε στην αντίληψή τους. Σε όλες τις διδασκαλίες η μάθηση αντιμετωπίστηκε ως οικοδόμηση που συντελείται στο εσωτερικό της ομάδας και είναι αποτέλεσμα της εννοιολογικής αλλαγής που επέρχεται στους μαθητές εξαιτίας της γνωστικής σύγκρουσης στην οποία υποβάλλονται, μέσα από μια διαδικασία όπου τα νέα γνωστικά σχήματα έρχονται στο προσκήνιο και "διευθετούνται" σε σχέση με το πόσο ταιριάζουν στις εμπειρίες τους. Ωστόσο, η συνθήκη αυτή της οικοδόμησης της γνώσης συνυπήρχε με συμπεριφοριστικές διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών.

5.3.1.2 Δημιουργία δεσμών μεταξύ των εννοιών

Η διεργασία της δημιουργίας συνδέσεων μεταξύ των μαθηματικών εννοιών αφορά τις σχέσεις και τις υφιστάμενες δομές εντός των Μαθηματικών και μεταξύ των Μαθηματικών και άλλων επιστημονικών πεδίων, καθώς και μεταξύ των Μαθηματικών και του πραγματικού κόσμου. Ειδικότερα, όπως έχει ήδη αναφερθεί, η διεργασία αυτή αφορά συνδέσεις μεταξύ των αναπαραστάσεων μιας έννοιας (στην προκειμένη περίπτωση μεταξύ κλασμάτων, δεκαδικών και ποσοστών), συνδέσεις μεταξύ των μαθηματικών περιοχών με αφορμή μια έννοια (π.χ. μεταξύ Αριθμητικής και Γεωμετρίας), συνδέσεις μεταξύ των μαθηματικών περιοχών με αφορμή ένα πρόβλημα. Ακόμη, συνδέσεις που εστιάζονται στις εφαρμογές και συνιστούν ευκαιρία για να δοθεί απάντηση στο ερώτημα περί χρησιμότητας της μαθηματικής γνώσης, καθώς και συνδέσεις με την καθημερινή ζωή.

Στο πλαίσιο των διδασκαλιών έγινε προσπάθεια να αξιοποιηθούν οι ιδέες που είχαν τα παιδιά για τα κλάσματα, οι οποίες επηρέασαν τη διαδικασία της μάθησης. Ένα μοντέλο μάθησης που είναι πιθανό να είχαν "υιοθετήσει" οι εκπαιδευτικοί και το οποίο σχετίζεται με τον τρόπο που εξελίσσονται οι ιδέες των μαθητών κατά τη διδασκαλία, στηρίχθηκε στην υπόθεση ότι οι "πληροφορίες" είναι αποθηκευμένες στη μνήμη των μαθητών με διάφορες μορφές και ότι κάθε τι που λέγεται ή πράττεται εξαρτάται από τα στοιχεία των αποθηκευμένων πληροφοριών που ονομάζονται "σχήματα". Ο τρόπος με τον οποίο ένα νέο κομμάτι πληροφορίας αφομοιώνεται, εξαρτάται τόσο από τη φύση της πληροφορίας όσο και από τη δομή των "σχημάτων" του μαθητή. Αυτό σημαίνει ότι οι ίδιες προσφερόμενες εμπειρίες μπορούν να αφομοιωθούν διαφορετικά από το κάθε άτομο (Neil 2001). Ένα μέρος της μάθησης συντελείται με την "εξ ολοκλήρου" απόκτηση νέων γνώσεων. Ωστόσο, το μεγαλύτερο μέρος της γνώσης συνήθως περιλαμβάνεται σε όσα είναι ήδη γνωστά (αφομοίωση) ή οφείλεται στην τροποποίηση των υπαρχουσών γνώσεων (συμμόρφωση). Οι εκπαιδευτικοί του δείγματος θεώρησαν πολύ σημαντική την υπόθεση της "παρουσίας" υπαρχουσών γνώσεων, καθώς τις θεώρησαν απαραίτητες για την ερμηνεία της νέας εμπειρίας, η οποία σε διαφορετική περίπτωση θα ήταν μη κατανοητή.

Οι κοινωνικοπολιτισμικές νόρμες που αναπτύχθηκαν στα μαθήματα περιλάμβαναν ερωτήσεις, διαλόγους για την εκμαίευση της μαθηματικής γνώσης, επίλυση προβλήματος και γνωστική σύγκρουση. Σε ελάχιστες διδασκαλίες χρησιμοποιήθηκαν μεταφορές, αναλογίες και διαφορετικές αναπαραστάσεις των εννοιών.

$2^η$ εκπαιδευτικός

Δημήτρης. *Είχαμε καραμέλες που έπρεπε να τις μοιράσουμε σε τέσσερα παιδιά!*

Δασκ. *Πείτε μου, πως το βρήκατε; Τι κάνατε για να τις μοιράσετε;*

Δημήτρης.... *Εεεεε!......*

Δασκ. *Πήρατε τις καραμέλες…… και μετά τι κάνατε;*

Δημήτρης. .. *Βάλαμε σε κάθε πιάτο από ένα καπάκι!!*

Δασκ. *Εγώ δεν είπα να βάλετε από ένα καπάκι σε κάθε πιάτο! Εγώ σας είπα, τις καραμέλες που σας δίνω, να τις μοιράσετε σε τέσσερα παιδιά!*

Μαθητής από την ομάδα. *Τις μοιράσαμε!*

Δασκ. *Ποιος τις έχει πάρει τις καραμέλες;*

Μαθητής. *Εγώ, ο Φίλιππος, η Τζενάλ και η Μουχρού!*

Δασκ. *Και πόσες καραμέλες θα πάρεις εσύ;*

Μαθητής. *Τέσσερις!*

Δασκ. *Και ο Φίλιππος;*

Μαθητής. *Τέσσερις!*

Δασκ. *Η Τζενάλ;*

Μαθητής. *Τέσσερις!*

Δασκ. *Και η Μουχρού;*

Μουχρού. *Τέσσερις!*

Δασκ. *Άρα, λοιπόν Δημήτρη, το κάθε παιδί, από πόσες καραμέλες πήρε;*

Δημήτρης. *Τέσσερις!*

Δασκ. *Από τέσσερις! Και πώς το σκεφτήκατε και πήρατε από τέσσερις;… Εσύ για τι πήρες τέσσερις; .. Πώς την κάνατε την μοιρασιά;..*

Άλλος μαθητής. *Αφού είμαστε τέσσερα παιδιά, πρέπει να πάρουμε από τέσσερις!*

Δασκ. *Και τι σημαίνει αυτό;…… Και γιατί να πάρεις από τέσσερις; Με ποιο τρόπο το αποφασίσατε αυτό; ………. Είχατε όλες τις καραμέλες εκεί και είπατε εσύ θα πάρεις τέσσερις και εσύ τέσσερις;……..*

Μαθητής. *Ναι!*

Δασκ. *Από την αρχή; .. Πώς το σκεφτήκατε;*

Φίλιππος. *Μετρήσαμε…*

Δασκ. *Ναι, για πες μας!!*

Φίλιππος. *Μετρήσαμε τις καραμέλες και είδαμε ότι ήταν είκοσι!*

Δασκ. *Είκοσι ήταν;*

Φίλιππος. … *Ε! δεκάξι!*

Δασκ. *Ακούστε λίγο τι λέει ο Φίλιππος! Έλα λέγε!*

Φίλιππος. *Μετρήσαμε τις καραμέλες και είδαμε ότι ήταν δεκάξι! Τέσσερις φορές το τέσσερα, δεκάξι!!*
Δασκ. *Αααα! Αφού είναι δεκάξι οι καραμέλες και τέσσερα τα παιδιά, σκέφτηκαν ότι θα έπρεπε να πάρει ο καθένας από τέσσερις!! …. Και τις μοιράσανε τις καραμέλες….*

5.3.1.3 Επικοινωνία μέσω της χρήσης διαφορετικής μορφής εργαλείων

Η διεργασία αυτή αφορά δράσεις όπου οι μαθητές καταθέτουν προφορικά ή γραπτά τον τρόπο σκέψης τους μέσω κατάλληλων ερωτήσεων. Επίσης, συμπεριλαμβάνει την ορθή χρήση της μαθηματικής γλώσσας και τη σταδιακή εγκατάλειψη υποκειμενικών, άτυπων διατυπώσεων για την περιγραφή μαθηματικών εννοιών, σχέσεων και διαδικασιών, καθώς και την από κοινού δημιουργία μαθηματικού νοήματος.

3η εκπαιδευτικός

Δασκ. *Άρα το ½, τα 2/4 και τα 4/8 είναι κλάσματα ίσα! Έτσι θα τα πούμε; Ίσα κλάσματα;*

Μαθητές. *Ναι!*

Δασκ. *Έτσι θα τα πούμε ίσα κλάσματα; Ξέρει κάνεις καμία άλλη λέξη, να δώσουμε ένα επίθετο στα ίσα κλάσματα;*

Μαθητές. *Ισοδύναμα!*

Δασκ. *Άκουσα κάποια άλλη λέξη …..*

Μαθητές. *Ισοδύναμα!*

Δασκ. *Ισοδύναμα κλάσματα! Μου άρεσε αυτό! Ισοδύναμα κλάσματα! ... Δηλαδή, όταν λέμε ισοδύναμα κλάσματα τι εννοούμε;*

Μαθήτρια. *Ίσα!*

Δασκ... *Είναι σύνθετη λέξη.... Ίσα... Ίσα...;*

Μαθ. *Ίσα στη δύναμη!*

Δασκ. *Έχουν ίση δύναμη! ... Άρα;*

Μαθ. *Είναι ίσα!*

Μαθητής. *Άρα, όλοι έφαγαν ίσα κομμάτια πίτσα!*

Στο πλαίσιο των διδασκαλιών δεν παρατηρήθηκε εξέλιξη ή/ και επέκταση των μαθηματικών ορισμών παρά μόνο απλή παρουσία εργαλείων (φαίνεται ότι υπάρχουν δυσκολίες στη χρήση εργαλείων). Τα εργαλεία δεν ενσωματώθηκαν λειτουργικά στη διαδικασία μάθησης, ωστόσο χρησιμοποιήθηκαν χειραπτικά υλικά και σε μία διδασκαλία αξιοποιήθηκαν ψηφιακά εργαλεία για την κατανόηση της έννοιας του κλάσματος. Οι μαθητές επικοινώνησαν με διάφορους τρόπους (προφορικά, εικονικά, γραπτά), για διάφορους λόγους και για διαφορετικά ακροατήρια (για τους συμμαθητές τους, για τους εκπαιδευτικούς). Μέσω της επικοινωνίας οι μαθητές εκφράστηκαν, αλλά δεν αναστοχάστηκαν για τον τρόπο σκέψης τους και τον τρόπο σκέψης των συνομιλητών τους. Επιχειρήθηκε η συνεργασία με στόχο την κατανόηση της έννοιας, αλλά δεν ήταν ιδιαίτερα επιτυχής. Οι μαθητές ενθαρρύνθηκαν από τους εκπαιδευτικούς και τις συνθήκες μάθησης να επιλέξουν κατάλληλα χειραπτικά εργαλεία προκειμένου να διερευνήσουν την έννοια μέρους προς όλο και να επιλύσουν προβλήματα. Το μαθησιακό περιβάλλον που διαμορφώθηκε στις διδασκαλίες ήταν οργανωμένο περισσότερο προς την κατεύθυνση της χρήσης χειραπτικών υλικών και λιγότερο της τεχνολογίας (σε μία μόνο διδασκαλία χρησιμοποιήθηκε η τεχνολογία μέσω της αξιοποίησης ενός εκπαιδευτικού λογισμικού για την προσέγγιση διαφορετικών αναπαραστάσεων του κλασματικού αριθμού).

2η εκπαιδευτικός

Δασκ. *Έχετε κάνει δίκαιη μοιρασιά; Όσες πήρε η Ελένη, πήρε κι η Αναστασία; Ο Γιώργος πήρε τέσσερις! ... Δεν τα μοιράσατε δίκαια! Συμφωνείτε ότι δεν τα μοιράσατε δίκαια;*

Μαθητές. *Ναι!*

Δασκ. *Για να δούμε εσείς τις μοιράσατε δίκαια! Ποιος θα μας πει;; .. Λέγε Μπατίστα!*

Μπατίστα. *…….*

Δασκ. *Συγγνώμη που διακόπτω! .. Θα ακούσετε πώς μοιράσανε τις καραμέλες τους; .. Για λέγε!*

Μπατίστα. *Πήραμε τέσσερα και τέσσερα και τέσσερα και τέσσερα!*

Δασκ. *Και πώς καταλήξατε και πήρατε από τέσσερα; Γιατί εκεί έχουμε ένα θέμα! Ο Γιώργος πήρε πέντε και τα κορίτσια πήραν από τρεις! Είναι δίκαιη η μοιρασιά;*

Μπατίστα. *Όχι!*

Δασκ. *Εσείς πώς τα μοιράσατε δίκαια;*

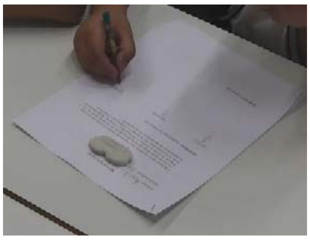
Μπατίστα. *Εμείς μοιράσαμε δίκαια γιατί σε τέσσερα άτομα μοιράσαμε!*

Δασκ. *Και πώς το κάνατε αυτό;*

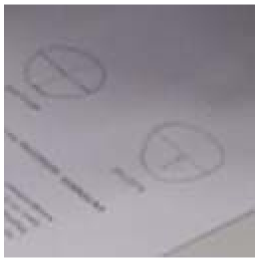
Μπατίστα. *Μετρήσαμε τα καπάκια και είδαμε ότι ήταν δεκάξι….*

Σε ορισμένες διδασκαλίες οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποίησαν σχεδιάγραμμα για την εννοιολογική προσέγγιση του κλασματικού αριθμού, το οποίο αποδείχθηκε ιδιαίτερα βοηθητικό για τους μαθητές.

3η εκπαιδευτικός



Δασκ. *Εγώ μέχρι εδώ μιλάω....... Σχεδιάστε και θα δούμε ποιος έφαγε περισσότερη και ποιος λιγότερη.......*
Μαθ. ....
Δασκ. *......Όχι, να μετρήσετε. Σχεδιάστε την άποψή σας!........... Σχεδιάστε την πίτσα που έφαγε ο καθένας. ... Θέλω να μου πεις να καταλάβω κι εγώ τι έφαγε ο καθένας! ... (τα παιδιά εργάζονται ατομικά) ..... πολύ ωραία τη χωρίσατε την πίτσα! Δείξτε μου όμως και τι έφαγε! Τι έφαγε από αυτήν; .... Στο τέλος, θα κόψετε τι έφαγε ακριβώς ο καθένας! Μην σας απασχολεί αν στρόγγυλο ή ολοστρόγγυλη η δική σας πίτσα....*



Στις διδασκαλίες που πραγματοποιήθηκαν επιχειρήθηκε η εμπλοκή των μαθητών σε δραστηριότητες ανακάλυψης, οι οποίες ωστόσο ήταν αυστηρά καθοδηγούμενες από τους εκπαιδευτικούς. Αν και τα Μαθηματικά είναι μια ανθρώπινη δραστηριότητα που θα πρέπει να προσεγγίζονται μέσω της αλληλεπίδρασης στην τάξη μεταξύ των μαθητών και των μαθητών με τον εκπαιδευτικό, οι τάξεις που παρατηρήθηκαν, αν και αποτέλεσαν χώρο δραστηριοτήτων, δεν κατέστη δυνατό να υποστηρίξουν τελικά τους μαθητές στο να αναπτύξουν ερευνητική διάθεση και πειραματική στάση, με τον εκπαιδευτικό να οργανώνει ανάλογες συνθήκες μάθησης (Cole 2002).

Η μάθηση των μαθηματικών απαιτεί την ενεργή συμμετοχή του μαθητή για την "επανακατασκευή" της μαθηματικής γνώσης μέσω της ανακάλυψης. Οι διδασκαλίες που παρατηρήθηκαν επιχείρησαν να καλλιεργήσουν τη διαισθητική σκέψη των μαθητών, η οποία αφορά την ικανότητα των μαθητών να φτάσουν στη λύση χωρίς να είναι απαραίτητο να δώσουν μια τυπική απάντηση, καθώς και να διατυπώνουν εικασίες ή να προβαίνουν σε πιθανές επιλογές για τη λύση ενός προβλήματος.

5.3.1.4 Μεταγνωστική ενημερότητα

Στις διδασκαλίες που παρατηρήθηκαν και ως προς τη διεργασία που αφορά τη μεταγνωστική ενημερότητα, θα μπορούσε να υποστηριχθεί ότι δεν υπήρξε αναστοχασμός από μέρους των μαθητών, δηλαδή δεν καταβλήθηκε προσπάθεια από τους εταίρους της μαθησιακής διαδικασίας να ελέγξουν την ισχύ και το εύρος εφαρμογής των προτεινόμενων λύσεων και ενδεχομένως να οδηγηθούν σε αναθεώρηση της σκέψης τους. Στις διδασκαλίες που πραγματοποιήθηκαν δεν έγιναν κατάλληλες ερωτήσεις που να ενισχύουν την αναστοχαστική διαδικασία ώστε να αξιοποιηθούν για τη μεταγνωστική ανάπτυξη των μαθητών. Από την παρατήρηση των διδασκαλιών φαίνεται ότι ένα σημαντικό "εμπόδιο" για την επίτευξη αυτής της προσέγγισης ήταν ο διαθέσιμος χρόνος και η δυνατότητα επικοινωνίας των εταίρων της μαθησιακής διαδικασίας. Για την προσέγγιση της μαθηματικής έννοιας χρησιμοποιήθηκαν αναπαραστάσεις των κλασματικών αριθμών, ωστόσο σε μία μόνο διδασκαλία επιχειρήθηκε η μετάβαση από τη μία μορφή αναπαράστασης (κλάσματα) σε άλλη (δεκαδικοί, ποσοστά). Οι μαθητές ενθαρρύνθηκαν ώστε να "επικοινωνήσουν" τη μαθηματική σκέψη και να διατυπώσουν επιχειρήματα (ο χρόνος που διατέθηκε ήταν ικανοποιητικός), ωστόσο δεν τους ζητήθηκε να ερμηνεύσουν πραγματικές καταστάσεις και να μεταφέρουν τη μαθηματική γνώση σε μη οικείες καταστάσεις.

Συνοπτικά, η "κεντρική ιδέα" από την παρατήρηση των βιντεοσκοπημένων διδασκαλιών είναι ότι οι εκπαιδευτικοί οργάνωσαν τα μαθήματά τους με μια βασική "πεποίθηση" ότι οι μαθητές τους θα μάθουν τη μαθηματική γνώση όταν "οικοδομήσουν" με ενεργητικό τρόπο τις νέες γνώσεις πάνω στις υπάρχουσες. Ωστόσο, δεν αξιοποιήθηκαν ιδιαίτερα οι διαδικασίες που οδηγούν σε αυτή την οικοδόμηση της γνώσης, όπως είναι για παράδειγμα η αυτορρύθμιση, η ικανότητα δηλαδή του μαθητή να λειτουργεί ως "δάσκαλος" για τον εαυτό του και η μεταγνώση που αφορά κυρίως την αναθεώρηση της γνώσης (Fontana 1996). Οικοδόμηση νέων μαθηματικών γνώσεων σημαίνει επέκταση των υπαρχουσών γνώσεων μέσω της συσσώρευσης νέων γνώσεων που συνδέονται με τις υπάρχουσες ή τροποποίηση της γνωστικής δομής στην περίπτωση που οι υπάρχουσες γνώσεις είναι ασύμβατες ή αντίθετες με τις νέες. Κατά συνέπεια, ο εκπαιδευτικός δεν αρκεί μόνο να γνωρίζει τη νέα γνώση ούτε να τη διδάξει «σωστά», αλλά κυρίως πρέπει να μπορεί να επεκτείνει τις γνώσεις των μαθητών ή να τροποποιεί τις παρανοήσεις τους.

Οι εκπαιδευτικοί εισήγαγαν στις διδασκαλίες τους τη διερεύνηση για την προσέγγιση της μαθηματικής έννοιας. Ωστόσο, η διερεύνηση που προωθήθηκε δεν ενίσχυσε την ιδέα ότι τελικά οι μαθητές θα πρέπει "να μαθαίνουν πώς να μαθαίνουν". Δόθηκε μεν στους μαθητές η ευκαιρία να έρθουν αντιμέτωποι με προβληματικές καταστάσεις, ωστόσο δεν ενισχύθηκαν διαδικασίες που θα τους επέτρεπαν να ενεργήσουν με τρόπο που θα ενεργούσε ένας επιστήμονας. Με την έννοια αυτή δεν ενισχύθηκε η διατύπωση εμπειρικών ορισμών, οι ιδιότητες των μαθηματικών εννοιών, η διερεύνηση-διαπίστωση της σχέσης μεταξύ των μαθηματικών ιδεών, οι εικασίες, οι διαδικασίες εμπειρικής απόδειξης, τεκμηρίωσης και επίλυσης (μόνο σε μία διδασκαλία, αυτήν της $4^{ης}$ εκπαιδευτικού, αναδείχθηκε η σημασία της μαθηματικής απόδειξης). Στη διδασκαλία της $6^{ης}$ εκπαιδευτικού που αφορούσε αλγόριθμους και διαδικασίες υπολογιστικού ή εκτελεστικού τύπου, το μάθημα εστιάστηκε στην εννοιολογική προσέγγιση των πράξεων με κλασματικούς αριθμούς (πολλαπλασιασμός κλασμάτων με τη χρήση δύο μοντέλων).

Στις διδασκαλίες που παρατηρήθηκαν παραμένει ζητούμενο η ενίσχυση του εγγραμματισμού των μαθητών, δηλαδή της επιτυχούς χρήσης μιας μαθηματικής έννοιας στην καθημερινή ζωή. Η διαπίστωση αυτή είναι ιδιαίτερα σημαντική, καθώς η διερεύνηση που επιχειρείται στις τάξεις των Μαθηματικών θα πρέπει να οδηγεί τον μαθητή στην απόκτηση δεξιοτήτων που θα του επιτρέπουν να αντιμετωπίζει ευκολότερα τα προβλήματα του περιβάλλοντός του. Θα πρέπει να μπορεί, επίσης, να ανακαλεί αυτά που έχει μάθει, εφόσον τα έχει οργανώσει με τον δικό του τρόπο. Έτσι, ο μαθητής θα πρέπει να χειρίζεται και να επεξεργάζεται διάφορα υλικά, να ανακαλύπτει κάποιες κανονικότητες, δηλαδή να συνδυάζει τις εμπειρίες του από τον εξωτερικό κόσμο με κάποια μοντέλα που έχει στο μυαλό του, ώστε οι υπάρχουσες ιδέες να αναδιοργανώνονται για να επέλθει η προσαρμογή.

Στις διδασκαλίες που πραγματοποιήθηκαν η διερεύνηση που προωθήθηκε ήταν καθοδηγούμενη, δηλαδή ο εκπαιδευτικός παρείχε τις βασικές αρχές και διατηρούσε τον έλεγχο της διερευνητικής διαδικασίας, δηλαδή είχε τον απόλυτο έλεγχο της διερευνητικής πορείας του μαθητή, χωρίς να "περιορίζεται" στο να καθοδηγεί τους μαθητές, όπου έκρινε ότι θα ήταν απαραίτητο. Με τον τρόπο αυτό, οι εκπαιδευτικοί διατήρησαν τον έλεγχο της οργάνωσης της πορείας διερεύνησης και δεν έφθασαν σε αδιέξοδα, δεν πήραν τελικά τα ανάλογα γνωστικά ρίσκα.

Στις διδασκαλίες και για την οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης αξιοποιήθηκε η λογική του επαγωγικού συλλογισμού. Σύμφωνα με αυτόν, η ύλη παρέχεται "βήμα-βήμα", προχωρώντας από το μερικό προς το γενικό. Χρησιμοποιούνται παραδείγματα και αντιπαραδείγματα και αποφεύγεται ο πρόωρος συμβολισμός. Η επαγωγή βασίζεται στην παρατήρηση, την εμπειρία και τη δοκιμή. Δεν χρησιμοποιήθηκε παραγωγικός συλλογισμός, δηλαδή αξιοποίηση ορισμών, αληθών προτάσεων σε συνδυασμό (σύνθεση) με νέα δεδομένα για τη διατύπωση μιας μαθηματικής αλήθειας.

Σε μια προσπάθεια αναγνώρισης της σημασίας του κοινωνικοπολιτισμικού πλαισίου στη μάθηση των Μαθηματικών δόθηκε αξία στην ομάδα και στην αλληλεπίδραση μεταξύ των μελών της. Η διαδικασία της κατανόησης αντιμετωπίστηκε καταρχήν από τους εκπαιδευτικούς ως κοινωνική δραστηριότητα παρά ως ψυχολογική προσέγγιση. Στην πορεία και καθώς εξελίσσονταν οι διδασκαλίες διαπιστώθηκε ότι δόθηκε τελικά έμφαση στην ψυχολογική προσέγγιση. Ωστόσο η γνωστική ανάπτυξη επηρεάζεται από τις προσωπικές εμπειρίες του κάθε ατόμου, από την ποικιλία των νοημάτων μέσω της γλώσσας και από το πώς τα αντιλαμβάνονται οι μαθητές μέσα από συζητήσεις, υποδείξεις, προσωπικά συμπεράσματα και ανασκευές. Γενικά, οι κοινωνικές διαδικασίες δεν είναι κάτι έξω από τη μάθηση που απλά την επηρεάζει, αλλά αποτελεί βασικό της συστατικό. Η μάθηση ουσιαστικά συντελείται μέσα από τη συμμετοχή σε δραστηριότητες μιας κοινωνικής ομάδας και απαιτεί τη διαπραγμάτευση του μαθηματικού νοήματος στο πλαίσιο της δραστηριότητας. Ειδικότερα, η μάθηση των Μαθηματικών συνιστά μια επικοινωνιακή δραστηριότητα.

Στις διδασκαλίες που παρατηρήθηκαν έγινε προσπάθεια να μεταδοθεί το “πολιτισμικό νόημα” (γνώσεις και δεξιότητες της ανθρώπινης κοινωνίας) χωρίς ωστόσο να έχει δοθεί η ευκαιρία στους μαθητές να το συνδέσουν με κάποιο “προσωπικό νόημα”, γεγονός που καταλήγει συνήθως σε μηχανική μάθηση. Στο σημείο αυτό αναδεικνύεται η σημασία της διαμεσολάβησης του ενήλικα (εκπαιδευτικού) και ο ρόλος του κοινωνικού περιβάλλοντος στη γνωστική ανάπτυξη του μαθητή.

5.3.2 Ανάλυση συνεντεύξεων

Οι συνεντεύξεις που πραγματοποιήθηκαν με τους εκπαιδευτικούς του δείγματος αναλύθηκαν για κάθε μία από τις μαθηματικές διεργασίες του ΠΣ των Μαθηματικών. Παρακάτω παρουσιάζονται αποσπάσματα από τον παιδαγωγικό λόγο που άρθρωσαν οι εκπαιδευτικοί του δείγματος σε διάφορα σημεία της συνέντευξης σχετικά με τις τέσσερις μαθηματικές διεργασίες που προτείνονται από το νέο Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών.

5.3.2.1 Ο μαθηματικός συλλογισμός και η τεκμηριωμένη επιχειρηματολογία

Οι εκπαιδευτικοί του δείγματος, σε γενικές γραμμές, δεν αντιμετώπισαν τη διεργασία αυτή ως κάτι νέο. Υποστήριξαν ότι ήταν πάντα αντίθετοι με τη διδακτική προσέγγιση σύμφωνα με την οποία οι μαθητές λάμβαναν παθητικά τις μαθηματικές γνώσεις, μέσω διαλέξεων και παρουσιάσεων, ενώ δήλωσαν ότι ενίσχυαν τον μαθηματικό συλλογισμό και την επιχειρηματολογία στις τάξεις τους και πριν από τη μεταρρύθμιση. Ειδικότερα, ανέφεραν ότι στο πλαίσιο των μαθημάτων τους ενθαρρύνουν τους μαθητές τους να διερευνούν μαθηματικές καταστάσεις και τους ζητούν να αιτιολογούν τις ενέργειές τους και να τεκμηριώνουν την επιχειρηματολογία τους. Ωστόσο, φαίνεται ότι εννοούν την τεκμηρίωση ως την παρουσίαση του τρόπου με τον οποίο σκέφτηκαν οι μαθητές και λιγότερο με όρους τυπικής μαθηματικής απόδειξης. Δήλωσαν ότι πριμοδοτούν την επικοινωνία στην τάξη των Μαθηματικών, καθώς πιστεύουν ότι είναι ιδιαίτερα σημαντική για την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Τοποθετήθηκαν, λοιπόν, με σαφήνεια υπέρ του επίσημου λόγου, όπως αυτός αρθρώνεται μέσω του νέου ΠΣ των Μαθηματικών.

> *Με ρωτάς για τις διεργασίες, αυτές που περιγράφονται στο ΠΣ, ναι, είμαι σύμφωνη με αυτά που γράφει, φαίνονται να είναι σημαντικές, άλλωστε το ακούγαμε και στα σεμινάρια. Υπάρχει όμως ένα πρόβλημα, όχι μόνο ένα δηλαδή, αλλά κυρίως ένα, είναι τα σχολικά βιβλία που χρησιμοποιούμε, δεν μας βοηθάνε καθόλου. Πρέπει να ακολουθήσουμε την ύλη και δεν προλαβαίνουμε. Βέβαια, εγώ δίνω και ασκήσεις πέρα από το βιβλίο ... δεν μας καλύπτει το βιβλίο. Και επιπλέον, ξέρεις κάτι, έχουμε και την πίεση που ασκείται από το σπίτι, οι γονείς των παιδιών θέλουν περισσότερες ασκήσεις. Πιέζουν και δεν καταλαβαίνουν τι κάνουμε…τι θα πει μαθηματικός συλλογισμός; Το θέμα είναι γι' αυτούς να γίνει το βιβλίο, να βγει η ύλη. Το παλεύουμε βέβαια, αλλά πολλές φορές υποχωρούμε. Από την άλλη, δεν θέλουμε να λέμε εμείς το μάθημα, τι νόημα έχει αν τα παιδιά δεν κάνουν πράγματα στην τάξη….ακόμη, επειδή τα παιδιά είναι μικρά, χάνουμε πολύ χρόνο όταν πούμε να συζητήσουμε κάποια πράγματα στην τάξη, εγώ όμως πηγαίνω αργά, δεν βιάζομαι όσο γίνεται βέβαια γιατί δεν μπορώ να είμαι συνεχώς πίσω στα μαθήματα* (1η εκπαιδευτικός, 11 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Β τάξη)

> *Η τάξη που έχω φέτος δεν «βοηθάει» για να κάνω κάτι εναλλακτικό. Με δυσκολεύουν γιατί δεν ανταποκρίνονται. Προσπαθώ να τους βάλω στη διαδικασία να μάθουν να ερευνούν, να μην δέχονται τα πάντα ως δεδομένο, ειδικά στα Μαθηματικά που πρέπει να ψάχνεις, να αναζητάς το γιατί. Είναι και οι γονείς των παιδιών που δεν θέλουν να κάνουμε πράγματα που δεν ελέγχουν, θέλουν να ξέρουν πού βρίσκονται τα παιδιά τους, ποιες ασκήσεις έλυσαν σήμερα στο μάθημα, αν τις έλυσαν σωστά, αν τις έχω ελέγξει και να ξέρουν τα μαθήματα με τη*

σειρά για να μπορούν να τους προετοιμάσουν στο σπίτι. Ναι, έχουμε και αυτό το πρόβλημα. Ούτε ο χρόνος, ούτε η τάξη, ούτε το σπίτι βοηθάει να κάνουμε διαφορετικά πράγματα όπως λες, επιχειρηματολογία, συλλογισμό… (2η εκπαιδευτικός, 16 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, ΠΤΔΕ, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Β τάξη)

Οι εκπαιδευτικοί συμφωνούν με τη σημαντικότητα της αξιοποίησης της διεργασίας του μαθηματικού συλλογισμού και της επιχειρηματολογίας στη μαθηματική εκπαίδευση με βάση το νόημα που αποδίδεται στο Πρόγραμμα Σπουδών (ΙΕΠ 2011). Τοποθετούνται, συνεπώς, υπέρ του επίσημου λόγου (Πεδίο Επίσημης Αναπλαισίωσης). Καθώς αρθρώνουν παιδαγωγικό λόγο για τις διαδικασίες υλοποίησης βασικών συνιστωσών της διεργασίας αυτής, εισάγουν πρακτικές που προσδιορίζονται από το Τοπικό Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης. Ειδικότερα, στο απόσπασμα αυτό φαίνεται ότι οι γονείς αποτελούν μια κυρίαρχη συνιστώσα για την επιλογή και την υλοποίηση διδακτικών πρακτικών που υποστηρίζουν τις βασικές αρχές του ΠΣ στην τάξη των Μαθηματικών, το ίδιο αλλά σε μικρότερο ίσως βαθμό οι μαθητές στην τάξη, καθώς και ο διαθέσιμος χρόνος.

Είμαι πάντα ανοικτή σε προκλήσεις. Δεν επαναπαύομαι. Μου αρέσει να δοκιμάζω. Ειδικά όταν έχω πειστεί για την αξία αυτού που θα κάνω…με ρωτάς για τον μαθηματικό συλλογισμό, πολύ σημαντικό, το έχω καταλάβει τα τελευταία χρόνια με τις τάξεις που είχα. Έβλεπα ότι τα παιδιά έχουν ανάγκη να μιλήσουν για αυτά που κάνουν στα Μαθηματικά και όχι μόνο να με ακούνε να τους λέω για τα κλάσματα. Να λένε τις σκέψεις τους….και η επιχειρηματολογία που αναφέρεις, ναι, είναι τόσο σημαντική όσο και τα ίδια τα Μαθηματικά. Εγώ έχω υπομονή, είμαι ήρεμος άνθρωπος στην τάξη, μπορώ να περιμένω τα παιδιά να μιλήσουν, το είδες και στη διδασκαλία, πόση ώρα διαθέτω στο κάθε παιδί να μιλήσει, να πει τι σκέφτεται. Επίσης, μου αρέσει και τους βάζω όχι μόνο ασκήσεις, αλλά και πιο ψαγμένα πράγματα, ας πούμε από το υλικό των Μαθηματικών που είναι για τον κάθε μαθητή χωριστά και προϋποθέτει ότι πρέπει να ψάξουν… εντάξει, όταν υπολογίζουν δεν συζητάμε για τον υπολογισμό. Τους ζητώ να μου πουν αν είναι σωστό ή λάθος. Στην περίπτωση που είναι λάθος, συζητάμε πού και πώς πήγε λάθος, αν είναι σωστό, θα πρέπει το παιδί να εξηγήσει το σκεπτικό.

όμως ο χρόνος πολλές φορές με αναγκάζει να μην μπορώ να δώσω τον χρόνο που χρειάζεται κι έτσι ο μαθητής χάνει την ευκαιρία να επικοινωνήσει, όμως η *επικοινωνία είναι απαραίτητη στην τάξη* (3η εκπαιδευτικός, 19 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Γ τάξη)

Πολύ ωραίο αυτό, το ότι επιμένει πάρα πολύ (το ΠΣ) στην επιχειρηματολογία, δεν ήταν πάρα πολύ ξεκαθαρισμένο στο προηγούμενο αναλυτικό. Ήταν καθοριστικό για τον τρόπο που (οι μαθητές) σκέφτονται, τους έχει αλλάξει τον τρόπο που σκέφτονται για τα Μαθηματικά…Για μένα αυτό που κέρδισαν είναι ότι συμμετέχει μεγάλο κομμάτι της τάξης και (αυτό) …με ικανοποιεί….έχω δει εξέλιξη στη διδασκαλία μου…Η αλήθεια είναι από πέρσι δοκίμαζα πράγματα, είχα φύγει από το βιβλίο…Με βοήθησε αυτό που προηγήθηκε (η μετεκπαίδευση), γιατί ένας εκπαιδευτικός, για να δοκιμάσει πράγματα, πρέπει να πειστεί για να το κάνει και εγώ είχα πειστεί από παλιά…Πριν, η θεώρησή μου ήταν περισσότερο διαισθητική, δηλαδή δεν ήξερα το διαφορετικό. Μπορεί να προβληματίζεσαι, αλλά να μην ξέρεις το διαφορετικό…Πάντα ήθελα να δοκιμάζω τα πράγματα που διάβαζα, τώρα μου είναι πιο εύκολο …. Το βιβλίο είναι εγκλωβιστικό, θα έπρεπε να είναι βιβλίο αναφοράς (4η εκπαιδευτικός, 12 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, ΠΤΔΕ, ΑΕΙ, Μετεκπαίδευση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Ε τάξη)

Η εκπαιδευτικός συμφωνεί με την αναγκαιότητα ανάπτυξης και υποστήριξης της διεργασίας, υιοθετώντας τον Επίσημο Λόγο (Πρόγραμμα Σπουδών) και τοποθετώντας έτσι τον εαυτό της στο Πεδίο Επίσημης Αναπλαισίωσης. Παράλληλα, τοποθετείται στο Επίσημο Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης, όταν αναδεικνύει ως ιδιαίτερα σημαντική, σχεδόν καθοριστική για τις διδακτικές επιλογές της, την εκπαίδευσή της από επίσημους φορείς. Ωστόσο, αφήνει ένα «άνοιγμα» σε λόγους που προέρχονται από το Τοπικό Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης, όταν αναφέρεται στην αναγκαιότητα που προκύπτει να πειστεί ένας εκπαιδευτικός για να υιοθετήσει τον επίσημο λόγο.

Πολλοί ερευνητές κατέληξαν ότι ίσως φταίει ο μηχανιστικός και μνημονικός τρόπος με τον οποίο προσφέραμε ως σήμερα τις μαθηματικές έννοιες. Προβάλλεται έτσι, η ανάγκη να ωθήσουμε τους μαθητές στην επιχειρηματολογία, να αναπτύξουν μαθηματικό λογισμό με την ενεργή συμμετοχή στην οικοδόμηση της νέας έννοιας …. Το ζητούμενο είναι η ουσιαστική και όχι η μηχανική μάθηση.

Είναι βέβαιο πως η επιχειρηματολογία συμβάλλει σε μεγάλο βαθμό στην κατάκτηση της ουσιαστικής μάθησης. Στο σημερινό σχολείο η επιχειρηματολογία εμποδίζεται από την πληθώρα της διδακτέας ύλης, το σφιχτό εβδομαδιαίο πρόγραμμα και τις πολλές δραστηριότητες ανά διδακτική ενότητα. Μοιραία η διδασκαλία γίνεται δασκαλοκεντρική, η γνώση σερβίρεται έτοιμη από τον δάσκαλο και αποθηκεύεται μηχανικά στη μακρόχρονη μνήμη του παιδικού εγκεφάλου δίχως ουσιαστικά την ενεργή συμμετοχή του παιδιού στην οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης (5η εκπαιδευτικός, 21 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, ΣΤ τάξη)

Η εκπαιδευτικός τοποθετείται υπέρ του επίσημου λόγου (Πεδίο Επίσημης Αναπλαισίωσης), που πριμοδοτεί πρακτικές που ενισχύουν την επιχειρηματολογία στη μαθηματική εκπαίδευση και περιγράφονται στο νέο ΠΣ των Μαθηματικών. Παράλληλα, επικαλείται θεσμικά «εμπόδια» (π.χ. εκτεταμένη ύλη) που δεν «επιτρέπουν» την υλοποίηση σημαντικών διεργασιών στην τάξη, όπως της επιχειρηματολογίας και τοποθετείται έτσι στο Επίσημο Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης, το οποίο ερμηνεύει ωστόσο με όρους τοπικού λόγου (στο απόσπασμα τα διδακτικά εγχειρίδια φαίνεται να προσδιορίζουν ποιες από τις διεργασίες που προτείνονται από το Πρόγραμμα Σπουδών θα υλοποιηθούν τελικά στην τάξη, καθώς το Τοπικό Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης (π.χ. το «σφιχτό» εβδομαδιαίο πρόγραμμα) επιδρά τελικά και αλλοιώνει το περιεχόμενο που προσδίδεται στο Επίσημο Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης.

Αναφερόμαστε στην πρώτη διεργασία του ΠΣ που είναι πραγματικά πολύ σημαντική για τους μαθητές. Εγώ πιστεύω σε αυτό, τα παιδιά πρέπει να τα αφήνουμε να λένε τη σκέψη τους, σε κάθε τι που κάνουμε στο σχολείο και πόσο μάλλον στα Μαθηματικά. Είναι δική μας υποχρέωση να εξασφαλίζουμε χρόνο γιαυτό, όμως αυτό ακριβώς είναι το πρόβλημα, ο πολύς διδακτικός χρόνος που χρειάζεται για να τελειώσουν τα μαθήματα του βιβλίου. Αν προσπαθήσεις να κάνεις τα μαθήματα ακριβώς και να ακολουθήσεις βήμα βήμα το βιβλίο, τότε ο χρόνος δεν φτάνει και η «ύλη» θα μείνει εκτός, δεν θα την καλύψουμε…τώρα, τα παιδιά να κάνουν υποθέσεις στα Μαθηματικά και να βλέπουν αν ισχύουν, ναι, μάλλον χρειάζεται στα Μαθηματικά, αλλά πότε; Και η επικοινωνία είναι απαραίτητη στην τάξη, όλα αυτά πάνε μαζί, αλλά πρέπει να έχουμε χρόνο και υποστήριξη *από το σχολείο, εννοώ από τους συναδέλφους ή περισσότερο από τον διευθυντή και τον σχολικό σύμβουλο, να μην είναι εναντίον και βλέπουν μόνο αν τελείωσες την ύλη…*(6η εκπαιδευτικός, 17 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, ΣΤ τάξη)

Η εκπαιδευτικός αρθρώνει καταρχήν υποστηρικτικό λόγο και τοποθετείται θετικά απέναντι στο Πεδίο Επίσημης Αναπλαισίωσης, ταυτόχρονα με την «αρνητική» τοποθέτησή της στο Επίσημο Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης (στο απόσπασμα η διδακτέα ύλη συνιστά εμπόδιο στην πιθανή αξιοποίηση μιας διεργασίας, όπως η επιχειρηματολογία, στις πρακτικές του εκπαιδευτικού με αποτέλεσμα η εκπαιδευτικός να προσφεύγει σε πρακτικές που προσδιορίζονται από το Τοπικό Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης («χρειάζεται αντίστοιχο υλικό και αυτό θέλει χρόνο και κόπο»), το οποίο και εδώ αλλοιώνει το νόημα που υποδεικνύεται/ προτείνεται από το Επίσημο Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης.

Από την ανάλυση που προηγήθηκε φαίνεται ότι οι εκπαιδευτικοί ερμήνευσαν τον μαθηματικό συλλογισμό και την επιχειρηματολογία κατά τρόπο που είναι σύμφωνος με τον επίσημο λόγο, ως μια προσέγγιση για την προώθηση της αλληλεπίδρασης μεταξύ εκπαιδευτικών και μαθητών, αλλά και μεταξύ των ίδιων των μαθητών. Ωστόσο, όταν αναφέρονται στην επικοινωνία, αναφέρονται κυρίως σε μαθητές που συζητούν ίσως σε ομάδες. Η ερμηνεία που δίνουν σχετίζεται σε έναν βαθμό με τον επαγγελματικό επίσημο λόγο και προωθείται από εργασίες που ζητούν συνεργασία και επικοινωνία και υπάρχουν στα βιβλία των Μαθηματικών. Επιπλέον, όταν οι εκπαιδευτικοί συζητούν σε επίσημα και μη πλαίσια για την τάξη τους, αναφέρουν ως σημαντικό ότι τα μαθήματά τους βασίζονται σε ομαδική εργασία και σε συζητήσεις-αιτιολογήσεις της μαθηματικής γνώσης, καθώς αυτό συνιστά ένα από τα κριτήρια που χαρακτηρίζουν ένα μάθημα αξιόλογο. Υπάρχει, έτσι, συνοχή μεταξύ της δράσης αναπλαισίωσης στο Επίσημο Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης και στο Τοπικό Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης σε σχέση με αυτή τη διεργασία του Προγράμματος Σπουδών. Δεν αναμένεται από τους εκπαιδευτικούς να υποστηρίξουν πρακτικές που τοποθετούνται ορατά σε αντίθεση με τον επίσημο λόγο.

Αν και οι εκπαιδευτικοί ευθυγραμμίζονται με τον επίσημο λόγο και θεωρούν ότι ο μαθηματικός συλλογισμός και η επιχειρηματολογία συνιστούν επιθυμητούς δρόμους προσέγγισης της μαθηματικής έννοιας, ωστόσο, ερμηνεύουν αυτή τη διεργασία ως μάλλον δύσκολη για να εφαρμοστεί στην πράξη. Οι "αντιρρήσεις" που προβάλλονται, αντλούνται κυρίως από τον τοπικό λόγο που αρθρώνεται σχετικά με τις τάξεις, κυρίως για το μέγεθος των τάξεων, την πίεση του χρόνου και τις απαιτήσεις των γονέων. Οι εκπαιδευτικοί άντλησαν επίσης στοιχεία από τον συμβατικό λόγο που αντιμετωπίζει τα Μαθηματικά ως μια "πειθαρχία" (discipline) που, λόγω της απόλυτης φύσης της, δεν προσφέρεται πάντα για συζήτηση (για παράδειγμα, όταν αναφέρθηκαν στην περίπτωση των υπολογισμών).

Συνοψίζοντας, αναφορικά με τη διεργασία του μαθηματικού συλλογισμού και της επιχειρηματολογίας, οι εκπαιδευτικοί του δείγματος φαίνεται να ευθυγραμμίζονται καταρχήν με τον επίσημο λόγο, στον οποίο αποδίδουν σημαντική αξία. Ωστόσο, σπεύδουν να δημοσιοποιήσουν την απόκλισή τους από αυτόν, καθώς αναφέρονται στις δυνατότητες αξιοποίησής του με συνέπεια στην τάξη. Στην κατεύθυνση αυτή, προσφεύγουν σε μια παιδαγωγική αναπλαισίωση που διέπεται συχνότερα από ανεπίσημους, τοπικούς παράγοντες (π.χ. η εμπλοκή των γονιών στην εκπαιδευτική διαδικασία) και σπανιότερα από επίσημα παιδαγωγικά «φίλτρα» (π.χ. προγράμματα μετεκπαίδευσης). Τα τοπικά αυτά χαρακτηριστικά συνδέονται κυρίαρχα με εξωτερικούς/ θεσμικούς παράγοντες και λιγότερο με παράγοντες εσωτερικούς της διδακτικής πρακτικής (π.χ. η «σφιχτή» ύλη και όχι η ενδεχόμενη δυσκολία διαχείρισης των αλλαγών από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς). Αυτή η δόμηση των πεδίων αναπλαισίωσης που ενεργοποιούνται και οι λόγοι που παράγονται σε αυτά επιτρέπουν την κατανόηση της συνύπαρξης νοηματοδοτήσεων που αποκλίνουν ή βρίσκονται ακόμη και σε αντίφαση μεταξύ τους. Με άλλα λόγια, παρέχουν έναν εναλλακτικό τρόπο κατανόησης της απόκλισης αυτής.

5.3.2.2 Η δημιουργία δεσμών μεταξύ των εννοιών

Οι εκπαιδευτικοί του δείγματος, σε γενικές γραμμές, αντιμετώπισαν τη διεργασία αυτή ως κάτι σχετικά νέο. Αναφέρθηκαν στη σημασία που έχουν οι δραστηριότητες που προωθούν τις σχέσεις και τις υφιστάμενες δομές/ συνδέσεις εντός των Μαθηματικών και μεταξύ των Μαθηματικών και άλλων επιστημονικών πεδίων, εννοώντας ωστόσο κατά κύριο λόγο τη διαθεματικότητα. Δεν αναφέρθηκαν σε συνδέσεις μεταξύ των αναπαραστάσεων μιας έννοιας, για παράδειγμα, μεταξύ κλασμάτων, δεκαδικών και ποσοστών, ούτε και στην ανάγκη για συνδέσεις μεταξύ των μαθηματικών περιοχών με αφορμή μια μαθηματική έννοια. Ωστόσο, αναφέρθηκαν ιδιαίτερα σε συνδέσεις μεταξύ των μαθηματικών περιοχών με αφορμή ένα μαθηματικό πρόβλημα (κυρίως με την έννοια της διαθεματικότητας), καθώς και σε συνδέσεις που εστιάζονται στις εφαρμογές που έχει η μαθηματική γνώση και συνιστούν ευκαιρία για να δοθεί απάντηση στο ερώτημα περί χρησιμότητας της μαθηματικής γνώσης. Θεώρησαν ιδιαίτερα σημαντικές τις συνδέσεις με την καθημερινή ζωή με την έννοια, για παράδειγμα, της οργάνωσης του οικονομικού προϋπολογισμού στο πλαίσιο της οικογένειας. Επίσης, συμφώνησαν στη σημαντικότητα της σύνδεσης των Μαθηματικών με τον πραγματικό κόσμο, κυρίως μέσω της επίλυσης προβλήματος όπου αξιοποιούνται καθημερινές καταστάσεις (ωστόσο όταν αναφέρονταν στην καθημερινότητα, εννοούσαν απλώς την ύπαρξη ενός καθημερινού σεναρίου, το οποίο θα πλαισίωνε τους αριθμούς σε ένα πρόβλημα. Αυτό ήταν μια μη συνειδητή επιλογή).

Οι εκπαιδευτικοί υποστήριξαν την έννοια της διαθεματικότητας, όχι τόσο ένθερμα για τα Μαθηματικά συγκριτικά με άλλα γνωστικά αντικείμενα, ωστόσο φάνηκε να είναι μια αναγνωρίσιμη-οικεία έννοια την οποία λαμβάνουν υπόψη στον σχεδιασμό των μαθημάτων πριν και μετά από τη μεταρρύθμιση. Ειδικότερα, ανέφεραν ότι στο πλαίσιο των μαθημάτων ενθαρρύνουν τους μαθητές τους να κάνουν συνδέσεις με άλλα γνωστικά αντικείμενα όταν διερευνούν μαθηματικές έννοιες. Τοποθετήθηκαν υπέρ του επίσημου λόγου χωρίς να τον υιοθετούν πλήρως, αντλώντας στοιχεία και από το Τοπικό Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης.

> *Δεν είμαι σίγουρη τι εννοείς ... σύνδεση με άλλες μαθηματικές έννοιες, δηλαδή; Εμείς τώρα κάνουμε κλάσματα, τι πρέπει να κάνω, δηλαδή; Ακούγεται σημαντικό, σίγουρα θα είναι, αλλά πώς γίνεται στο μάθημα; Το συζητάω με συναδέλφους, λέμε ότι αυτό που πρέπει να κάνουμε στα Μαθηματικά είναι να επιμένουμε σε αυτά που τους διδάσκουμε, να επανερχόμαστε με ασκήσεις ή δραστηριότητες ώστε τα παιδιά να ξανακάνουν αυτά που μπορεί να έχουν ξεχάσει.... Να λύνουν ασκήσεις, να εμπλέκονται, αυτό πρέπει να γίνει, αλλιώς τα Μαθηματικά θα ξεχαστούν. Μπορείς όμως να μου πεις με τι πρέπει να συνδέσω τα κλάσματα; Πού να το βρω αυτό;* (1η εκπαιδευτικός, 11 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Β τάξη)

Η εκπαιδευτικός συμφωνεί με τη σημαντικότητα της αξιοποίησης της διεργασίας σχετικά με τη δημιουργία συνδέσεων μεταξύ των εννοιών στο πλαίσιο του μαθήματος, αλλά σε ένα θεωρητικό επίπεδο, καθώς δεν γνωρίζει το περιεχόμενο αυτής της διεργασίας με βάση το νόημα που αποδίδεται στο ΠΣ (ΙΕΠ 2011). Τοποθετείται μεν υπέρ του επίσημου λόγου (Πεδίο Επίσημης Αναπλαισίωσης), ωστόσο αρθρώνει παιδαγωγικό λόγο μέσω του οποίου εισάγονται διδακτικές πρακτικές που προσδιορίζονται από το Τοπικό Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης (οι συνάδελφοι εκπαιδευτικοί).

Όταν κάνω, ας πούμε, κλάσματα επιμένω να μάθουν και τι σημαίνει ο συμβολισμός, αλλά και να κόβουν πράγματα για να μάθουν τα μέρη του κλάσματος και να τα συνδέσουν με το ολόκληρο. Αυτό είναι πολύ σημαντικό για μένα, δεν το είχα υπόψη μου πόσο σημαντικό είναι για να οργανώνω έτσι τη διδασκαλία μου, δηλαδή δεν μου ήταν ξεκάθαρο ότι το κλάσμα έχει αυτή την ιδιαιτερότητα, δεν είναι σαν άλλους αριθμούς. Σκέψου ότι τα αντιμετωπίζαμε σαν τους άλλους αριθμούς. Αυτή είναι η προτεραιότητά μου. Τώρα αν κάνω συνδέσεις με άλλους αριθμούς, αυτό αν γίνει, γίνεται αργότερα, όταν θα έχουν ξεκαθαρίσει τι σημαίνει κλάσμα. Επίσης, νομίζω ότι τα βιβλία μας δεν κάνουν τέτοιες συνδέσεις, έτσι δεν είναι. Δεν ξέρω, θα πρέπει να μας διευκολύνουν κάπως…νομίζω ότι ούτε το βιβλίο του δασκάλου δεν κάνει αναφορά. Τώρα βέβαια το Πρόγραμμα Σπουδών αναφέρει, αλλά θα πρέπει να το μελετήσουμε, θέλει χρόνο, θα γίνει και αυτό…ξέρεις εμείς δεν έχουμε και υποστήριξη σε αυτό το επίπεδο, είμαι σίγουρη ότι λίγοι σύμβουλοι μπορούν να κάνουν αυτή τη δουλειά, αλλά και οι δάσκαλοι δεν το υποστηρίζουν. (2η εκπαιδευτικός, 16 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, ΠΤΔΕ, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Β τάξη)

Ναι, καταλαβαίνω ότι αυτό είναι σημαντικό, θα πρέπει να ενημερωθούμε και να το κάνουμε στην τάξη. Όπως το ακούω, βοηθά τα παιδιά να καταλάβουν καλύτερα αυτό που θέλεις να τους διδάξεις. Όμως δεν πρέπει να μας πιάνει άγχος. Η ύλη στο βιβλίο είναι έτσι που θα επανέλθουμε μετά από καιρό στα κλάσματα πάλι και τα παιδιά θα τα ξανασκεφτούν και θα τα καταλάβουν καλύτερα. Τα παιδιά ωριμάζουν και σε αυτό ελπίζουμε, ότι θα ξαναδούν τις έννοιες και θα καταλάβουν τι συμβαίνει (Ν, 19 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Γ τάξη)

Θεωρώ ότι οι μαθητές πρέπει να έχουν ευκαιρία να κάνουν συνδέσεις με την προηγούμενη γνώση στους φυσικούς αριθμούς, δηλαδή να διαπραγματευτούν την έννοια του κλασματικού αριθμού ως άθροισμα κλασματικών μονάδων και την έννοια του κλάσματος ως μέρος προς όλο, αλλά και να διερευνήσουν την έννοια των ισοδύναμων κλασμάτων όταν τοποθετούν κλάσματα στην αριθμο-

γραμμή. Σε κάθε δραστηριότητα ο μαθητής θα πρέπει να ενθαρρύνεται να εκφράσει τις ιδέες του, να συζητήσει, να ερμηνεύσει, να κάνει εκτιμήσεις, να κρίνει τις ιδέες των άλλων, να εξηγήσει τις δράσεις του, να τεκμηριώσει τις απαντήσεις του και γενικά να διαπραγματευτεί τις απόψεις του με τους άλλους. Αυτά που ανέφερα τα πιστεύω και συμφωνώ με κάθε προσπάθεια που γίνεται προς αυτή την κατεύθυνση. Επίσης, οι δραστηριότητες θα πρέπει να προσφέρουν ευκαιρίες στους μαθητές να επικοινωνήσουν τις απόψεις τους (4η εκπαιδευτικός, 12 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, ΠΤΔΕ, ΑΕΙ, Μετεκπαίδευση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Ε τάξη)

Ναι, συμφωνώ ότι το κάνω συνδέσεις μεταξύ των μαθηματικών εννοιών είναι κάτι που πρέπει να γίνεται. Αυτό βοηθάει το παιδί να καταλάβει. Όμως υπάρχουν και άλλοι τρόποι, δηλαδή μπορείς να δεις τι κάνει ένας μαθητής, αν έχει καταλάβει π.χ. τα κλάσματα από τη συμπεριφορά που έχει μέσα στην τάξη. Τι εννοώ; Τον βλέπεις ότι λύνει αμέσως αυτό που θα του δώσεις, ακούει αυτά που του λες και εφαρμόζει με επιτυχία, κάνει υπολογισμούς με επιτυχία και αμέσως. Βέβαια, δεν μπορούμε να τα δούμε όλα μέσα στην τάξη. Υπάρχει και η μαθηματική σκέψη στην οποία αναφέρεται και το ΠΣ, ότι είναι απαραίτητο να την καλλιεργήσουμε στα παιδιά και αυτό το λένε όλοι όσοι σχετίζονται με την εκπαίδευση, οι δάσκαλοι στο σχολείο, για όλους τους δασκάλους είναι σημαντικό αυτό. Αλλά ακόμη και οι γονείς, αν και δεν το εννοούν οι περισσότεροι, θέλουν τα παιδιά τους να σκέφτονται με μαθηματικό τρόπο (5η εκπαιδευτικός, 21 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, ΣΤ τάξη)

Η εκπαιδευτικός βασίζεται σε περιγραφές της παρατηρήσιμης συμπεριφοράς των μαθητών, αλλά και σε υποθέσεις που κάνει για τις νοητικές λειτουργίες τους που δεν μπορούν να παρατηρηθούν. Ιδιαίτερα σημαντικά ερεθίσματα είναι η ενίσχυση, η εξάσκηση και η μίμηση προτύπων. Για να επέλθει μάθηση, ο μαθητής πρέπει μέσα από εξάσκηση να καταλάβει πώς να εκτελεί ορισμένες προκαθορισμένες διαδικασίες, αποσκοπώντας σε αυτοματοποιημένες αντιδράσεις που είναι ιδιαίτερα επιθυμητές. Επίσης επικεντρώνεται στο μαθηματικό περιεχόμενο και στην τυπική φορμαλιστική γνώση.

Να συνδέσουμε τις έννοιες μεταξύ τους, μου αρέσει αυτό, αλλά δεν κάνω μάθημα που να το έχει αυτό. Εμείς άλλωστε δεν ξέραμε από τις σπουδές μας όλα αυτά, δεν ξέραμε πώς να διδάξουμε, στον δρόμο μάθαμε. Όμως αν το σκεφτείς, πολύς λόγος για τα Μαθηματικά, "να καταλάβουν τα παιδιά τις έννοιες γιατί αυτό είναι σημαντικό", ωραία είναι σημαντικό, αλλά τελικά τα Μαθηματικά είναι και σωστό-λάθος. Το συζητάμε με τους συναδέλφους και μάλλον συμφωνούμε ότι στα Μαθηματικά πρέπει να φτάσεις στο σωστό αποτέλεσμα. Μετά, όταν οι γονείς βλέπουν τα τεστ των παιδιών, το αποτέλεσμα κοιτάνε. Και έρχονται και σε ρωτάνε. Τότε τι τους λες; Ότι κατάλαβαν την έννοια, αλλά το αποτέλεσμα λάθος; (6η εκπαιδευτικός, 17 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, ΣΤ τάξη)

Από την ανάλυση που προηγήθηκε φαίνεται ότι οι εκπαιδευτικοί ερμήνευσαν τη διεργασία της δημιουργίας συνδέσεων/ δεσμών μεταξύ των εννοιών, της λογικής και της ύπαρξης δομής σύμφωνα με τον επίσημο λόγο χωρίς ωστόσο να είναι σαφές στους ίδιους το νόημα που αποδίδεται στη σύνδεση αυτή. Όταν αναφέρονται σε συνδέσεις-δεσμούς, αν και δηλώνουν ότι είναι σημαντικοί, δεν είναι σε θέση να τους προσδιορίσουν και δεν μπορούν να αναφερθούν συγκεκριμένα στο περιεχόμενο αυτών των δεσμών. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα της έννοιας του κλάσματος, όπου οι εκπαιδευτικοί δεν είναι σε θέση να αναφέρουν με ποιες έννοιες συνδέεται (π.χ. δεκαδικοί, ποσοστά). Η αδυναμία αυτή έχει αντίκτυπο στην οργάνωση των μαθημάτων τους και στην επιλογή δραστηριοτήτων που υποστηρίζουν (ή δεν υποστηρίζουν) τη διεργασία αυτή. Έτσι, οι εκπαιδευτικοί τοποθετούνται μεν με βάση τον επίσημο λόγο, ωστόσο δεν μπορούν να αρθρώσουν συγκεκριμένο λόγο όταν καλούνται να εξειδικεύσουν στην τάξη. Επιπλέον, όταν οι εκπαιδευτικοί συζητούν σε επίσημα και μη πλαίσια για την τάξη τους, αποφεύγουν να αναφέρουν αυτή τη διάσταση ή όταν την αναφέρουν, δεν μπορούν να αποσαφηνίσουν τις συνδέσεις που κάνουν, δίνοντας διαφορετικό και περισσότερο γενικό νόημα στην έννοια της δημιουργίας δεσμών μεταξύ των μαθηματικών εννοιών.

Υπάρχει δυσκολία για να υποστηριχθεί αυτή η διεργασία στην τάξη, καθώς φαίνεται ότι (με εξαίρεση μία εκπαιδευτικό) λείπει από τους υπόλοιπους εκπαιδευτικούς η βασική γνώση, δηλαδή το πώς συνδέονται μεταξύ τους οι μαθηματικές έννοιες. Αυτό οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στην εστίαση των μαθημάτων της υποχρεωτικής εκπαίδευσης στο διαδικαστικό σκέλος και λιγότερο έως καθόλου στην εννοιολογική προσέγγιση των μαθηματικών εννοιών. Αυτό σημαίνει ότι δεν υφίσταται συνοχή μεταξύ της δράσης αναπλαισίωσης στο Επίσημο Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης και στο Τοπικό Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης σε σχέση με αυτή την πτυχή-διεργασία του Προγράμματος Σπουδών. Αν και στη συγκεκριμένη περίπτωση οι εκπαιδευτικοί ευθυγραμμίζονται (χωρίς να είναι "ένθερμοι υποστηρικτές") με τον επίσημο λόγο και θεωρούν ότι οι συνδέσεις μεταξύ των εννοιών είναι σημαντικές, ωστόσο, ερμηνεύουν αυτή τη διεργασία ως δυσνόητη για τους ίδιους και δύσκολη για να εφαρμοστεί στην πράξη. Η "άγνοια" που προβάλλεται, καλύπτεται κυρίως από τον τοπικό λόγο που αρθρώνεται σχετικά με τις μαθηματικές έννοιες, σύμφωνα με τον οποίο σημασία έχει η εξάσκηση των μαθητών, η επιμονή σε μια μαθηματική έννοια, η εκτέλεση πολλών ασκήσεων εντός και εκτός σχολείου. Επίσης, οι εκπαιδευτικοί άντλησαν περαιτέρω στοιχεία από τον συμβατικό λόγο των Μαθηματικών, σύμφωνα με τον οποίο τα Μαθηματικά είναι η επιστήμη της λογικής, των συμβόλων και του σωστού-λάθους, συνεπώς δεν προσφέρεται ιδιαίτερα για συνδέσεις μεταξύ των εννοιών.

Συνοψίζοντας, και σε αυτή τη διεργασία της δημιουργίας συνδέσεων μεταξύ των μαθηματικών εννοιών, οι εκπαιδευτικοί του δείγματος φαίνεται να ευθυγραμμίζονται καταρχήν με τον επίσημο λόγο, χωρίς να του αποδίδουν ωστόσο ιδιαίτερη αξία. Αποκλίνουν από τον επίσημο λόγο, όταν αναφέρονται στις δυνατότητες αξιοποίησης της διεργασίας στην τάξη. Στην κατεύθυνση αυτή, προσφεύγουν σε μια παιδαγωγική αναπλαισίωση που διέπεται συχνότερα από ανεπίσημους, τοπικούς παράγοντες (π.χ. η σημασία της εξάσκησης στα Μαθηματικά, οι επαναλήψεις, η σπειροδειδής διάταξη της ύλης, η συνεχής ενασχόληση με τις έννοιες) και καθόλου από επίσημες οδούς (π.χ. επιμορφώσεις σε θέματα διδακτικής των Μαθηματικών).

5.3.2.3 Η επικοινωνία μέσω της χρήσης διαφορετικής μορφής εργαλείων

Οι εκπαιδευτικοί αρθρώνοντας παιδαγωγικό λόγο για την επικοινωνία που επιτυγχάνεται στην τάξη των Μαθηματικών με την αξιοποίηση διαφορετικής μορφής εργαλείων αναφέρθηκαν κυρίως στη σημασία που έχουν οι εργασίες όπου απαιτείται η χρήση χειραπτικού υλικού, μέσω των οποίων οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιούν τα χέρια τους για να χειρίζονται υλικά (για παράδειγμα, να κόβουν ένα κομμάτι χαρτί, να παίρνουν πούλια από ένα σακουλάκι κ.ά.). Οι εκπαιδευτικοί εστιάστηκαν ιδιαίτερα στην πρακτική εργασία, αλλά ήταν εγγύτερα στον τοπικό λόγο του σχολείου. Αποδέχθηκαν ότι οι δραστηριότητες που προϋποθέτουν τη χρήση υλικών θα μπορούσαν να ενδιαφέρουν τους μαθητές και να τους εμπλέξουν ενεργά και τις αποκαλούσαν γι' αυτό τον λόγο "παιχνίδια".

Η ίδια αντίληψη φαίνεται να επικράτησε όσον αφορά τη χρήση της τεχνολογίας και των ψηφιακών υλικών. Δεν έγινε διάκριση μεταξύ της προσθήκης χρωμάτων, εικονικών αντικειμένων, ήχων και άλλων ψηφιακών "καλουδιών", τα οποία δεν έχουν μαθηματικό και αναπαραστασιακό νόημα, απλώς υπάρχουν και τονίζουν υποκειμενικά την γενικότερη «καλαισθησία» των λογισμικών (ΙΕΠ 2011). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργεί σύγχυση ως προς το τι συνιστά μαθηματική αναπαράσταση και τι όχι και δίνει την εντύπωση ότι το ψηφιακό υλικό μπορεί να χρησιμοποιηθεί "για να γλυκάνει το πικρό χάπι των Μαθηματικών" (ΙΕΠ 2011). Στις περιπτώσεις εκείνες που η ψηφιακή τεχνολογία "παρέχει" ένα συνοθύλευμα από μαθηματικές και μη μαθηματικές αναπαραστάσεις, η σημασία της μαθηματικής αναπαράστασης υποβαθμίζεται. Επίσης, ο μαθητής θα πρέπει να εμπλέκεται σε μαθηματικές δραστηριότητες και να αποφεύγει την επιφανειακή χρήση και σχέση με πολλά ετερόκλητα λογισμικά. Άλλωστε βασική αρχή στο νέο Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών είναι η εμπλοκή των μαθητών σε δραστηριότητες μαθηματικού συλλογισμού και επικοινωνίας. Έτσι, είναι απαραίτητη η χρήση εξειδικευμένων λογισμικών για μαθηματική διερεύνηση και δράση και εργαλείων κοινωνικού λογισμικού για συλλογική διαπραγμάτευση και συνεργασία. Τα λογισμικά μαθηματικής δράσης και επικοινωνίας έχουν τον ρόλο εργαλείων μαθηματικής έκφρασης στα χέρια των μαθητών και θέτουν τα Μαθηματικά στη διττή τους διάσταση, δηλαδή ως νοητικά εργαλεία για την ερμηνεία φαινομένων και πραγματικών καταστάσεων, αλλά και ως αξία από μόνα τους (ΙΕΠ 2011).

Σε σχέση με τα χειραπτικά υλικά, οι εκπαιδευτικοί, αν και αναφέρθηκαν στη σημασία της χρήσης τους, δεν ήταν σίγουροι ότι οι μαθητές τους θα μάθαιναν Μαθηματικά, δηλαδή δεν ήταν σίγουροι ότι τα χειραπτικά υλικά υποστηρίζουν τους μαθητές στη μάθηση των Μαθηματικών (ειδικά, οι εκπαιδευτικοί των μεγάλων τάξεων). Για να επιχειρηματολογήσουν υπέρ της αμφισβήτησης της αξίας του χειραπτικού υλικού, αναφέρθηκαν σε δύο βασικά προβλήματα που προκύπτουν με τις δραστηριότητες που απαιτούν τη χρήση υλικού. Καταρχήν, το αποτέλεσμα στο οποίο φτάνουν οι μαθητές μέσω της ενασχόλησης με τα χειραπτικά υλικά δεν μπορεί να χαρακτηριστεί μαθηματικά "ακριβές" και δεν μπορεί να θεωρηθεί αυστηρά μαθηματικό. Σε δεύτερο επίπεδο, ανέφεραν ότι το αποτέλεσμα που προκύπτει από μια φυσική δραστηριότητα στην οποία εμπλέκονται οι μαθητές έχει πρόσκαιρο χαρακτήρα και δεν είναι εύκολο να οδηγήσει τη μαθησιακή διαδικασία προς τη γενίκευση, η οποία είναι επιστημολογικό χαρακτηριστικό του πεδίου των Μαθηματικών. Ειδικότερα, οι εκπαιδευτικοί ανέφεραν ότι είναι ιδιαίτερα ανήσυχοι όταν οι μαθητές τους ασχολούνται με δραστηριότητες που απαιτούν χειραπτικό υλικό γιατί θεωρούν ότι υπάρχει ο "κίνδυνος" να θεωρήσουν αληθές ό,τι έχουν «δει» ή έχουν «μαντέψει», ανάγοντάς το σε μια γενικευμένη μαθηματική αλήθεια ή σε έναν κανόνα. Στον αντίποδα, υπήρξαν εκπαιδευτικοί που ανέφεραν ότι χρησιμοποιούν ελάχιστα δραστηριότητες που απαιτούν τη χρήση χειραπτικών υλικών, καθώς τα χαρακτηρίζουν ως "διακοσμητικά στοιχεία" για τα μαθήματα τους, ως έναν τρόπο για να ενεργοποιηθεί η "οπτική αντίληψη" των παιδιών, "αλλά μέχρι εκεί". Γενικά, οι εκπαιδευτικοί είχαν την τάση να χρησιμοποιούν δραστηριότητες διερεύνησης της μαθηματικής έννοιας, ωστόσο η εστίαση των μαθημάτων τους ήταν περισσότερο σε δραστηριότητες με μολύβι και χαρτί ιδίως στις μεγάλες τάξεις, αλλά και στις μικρές. Για παράδειγμα, μία εκπαιδευτικός ανέφερε ότι σε παιδιά της πρώτης τάξης δίνει από ένα φύλλο χαρτί για να φτιάξουν κανονικότητες. Αυτό σημαίνει μεταξύ άλλων ότι περιορίζει τα παιδιά στα όρια του φύλλου A4 και δεν χρησιμοποιεί χειραπτικό υλικό για να μπορέσουν να δημιουργήσουν τις "δικές τους" κανονικότητες).

> *Εμείς που είμαστε και μικρή τάξη δουλεύουμε πολύ με χειραπτικά υλικά. Κάθε μέρα σχεδόν τα παιδιά κάτι κάνουν. Δοκιμάζουν τα υλικά για να καταλάβουν τα Μαθηματικά που κάνουμε. Δεν ξέρω όμως αν αυτό πρέπει να είναι έτσι. Δηλαδή, αν κάνουν συνέχεια Μαθηματικά με αυτόν τον τρόπο, βιωματικά, με τα χέρια τους, πότε θα καταλάβουν ότι στα Μαθηματικά δεν παίζουμε, θέλουμε ακρίβεια, δεν είναι όπως άλλα μαθήματα. Πρέπει να είμαστε ακριβείς* (1η εκπαιδευτικός, 11 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Β τάξη)

> *Όπως είδες και στη διδασκαλία χρησιμοποιούμε συνέχεια ψαλίδια, κόλλες, οι μαθητές πάντα κάτι κάνουν. Έχουν γνωρίσει άφθονο χειραπτικό υλικό, παιχνίδια και δραστηριότητες σε κάθε καινούρια έννοια που συχνά προκαλεί σύγχυση. Δουλεύουν με διάθεση, προβληματίζονται και βάζουν σταθερές βάσεις για μια πιο ολοκληρωμένη προσέγγιση της έννοιας του κλάσματος στις μεγαλύτερες τάξεις, αλλά και όλων των εννοιών. Αυτού του είδους η διδακτική προσέγγιση είναι μια πραγματική αναζήτηση από την πλευρά των μαθητών, απαιτεί όμως πολύ διδακτικό χρόνο σε κάθε ενότητα στο σχολείο. Αυτό ίσως δημιουργήσει προ-*

βλήματα που αφορούν την κάλυψη της διδακτέας ύλης. Επίσης, ο κάθε εκπαιδευτικός που διδάσκει έτσι πρέπει να ψάξει όποτε υπάρχουν παραλείψεις για το κατάλληλο εκπαιδευτικό υλικό κι αυτό απαιτεί επιπλέον χρόνο και πολύ ψάξιμο από την πλευρά του εκπαιδευτικού (2η εκπαιδευτικός, 16 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, ΠΤΔΕ, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Β τάξη)

Μέχρι τώρα διδάσκαμε Μαθηματικά ακολουθώντας πιστά το εγχειρίδιο διδασκαλίας. Ένα τυπικό μάθημα μιας νέας μεθοδολογίας που οι μαθητές έπρεπε να χρησιμοποιήσουν. Βοηθούσαμε τότε στα προβλήματα του βιβλίου και κατευθύναμε τα παιδιά για να δουλεύουν ήσυχα. Καθώς χρησιμοποιήσαμε την τεχνολογία στην τάξη, ξαφνικά αλληλεπιδράσαμε με τους μαθητές μας. Άλλαξαν οι απόψεις μας στη διδασκαλία των Μαθηματικών, καθώς λύναμε διαφορές που δημιουργήθηκαν ανάμεσα στους καθιερωμένους τρόπους πρακτικής και στην έμφαση στην κατασκευή από τα παιδιά μαθηματικών νοημάτων. Σε αυτό βοηθάει η τεχνολογία, τα εκπαιδευτικά λογισμικά που είναι άφθονα, υπάρχουν τα πάντα για όλες τις έννοιες και είναι ευχάριστα και χαρούμενα (3η εκπαιδευτικός, 19 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Γ τάξη)

Τα διδακτικά ερωτήματα, ποιοι είναι οι στόχοι της τροχιάς των κλασμάτων, πώς αυτοί αναπτύσσονται στο Πρόγραμμα Σπουδών, αλλά και πώς μπορεί να επιτευχτεί κάθε φορά ο στόχος που είχε τεθεί και οι ατέλειωτες συζητήσεις με ανταλλαγή απόψεων και ιδεών για την οργάνωση των συγκεκριμένων διδακτικών παρεμβάσεων, ανατροφοδότησε τις διδακτικές μου πρακτικές. Η γνωριμία με τα ψηφιακά υλικά βοήθησαν πολύ τον αναστοχασμό μου, τι έχω «μάθει» από και για το μάθημα. Σε κάποιες περιπτώσεις τα εκπαιδευτικά λογισμικά είναι απαραίτητα για μερικές έννοιες, αλλιώς δεν μπορείς να τις διδάξεις, για παράδειγμα τον κύκλο (4η εκπαιδευτικός, 12 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, ΠΤΔΕ, ΑΕΙ, Μετεκπαίδευση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Ε τάξη)

Σήμερα, περισσότερο ίσως από ποτέ, ο ρόλος του εκπαιδευτικού βρίσκεται τόσο κοντά στον ρόλο του μαθητή, καθώς οι εκπαιδευτικοί διδάσκουν και ταυτόχρονα μαθαίνουν σε ένα συνεχές περιβάλλον επαγγελματικής ανάπτυξης. Τα νέα Προγράμματα Σπουδών και ο τρόπος με τον οποίον εργαστήκαμε συλλογικά μάς *πρόσφερε μια ευκαιρία να ακουμπήσουμε τα Μαθηματικά και να τα μελετήσουμε κι εμείς, να τα κατανοήσουμε, να διαβάσουμε άλλες προσεγγίσεις και να σταθούμε κριτικά απέναντι στις πολυάριθμες «ασκήσεις Μαθηματικών» στα σχολικά εγχειρίδια και στο διαδίκτυο. Η προσπάθειά μας να ανακαλύψουν οι μαθητές μάς οδήγησαν σε μονοπάτια έρευνας και κριτικής σκέψης. Εγώ προσωπικά ασχολήθηκα πολύ με την τεχνολογία γιατί μου αρέσει, έχω μια άνεση σε αυτό και μας δίνει λύνει τα χέρια όταν πάμε να διδάξουμε δύσκολες έννοιες. Είναι εντυπωσιακή με όλα αυτά τα σχήματα, τα χρώματα, το περιβάλλον, αλλά παράλληλα είναι και λειτουργική, ένα εργαλείο στη δουλειά μας* (5η εκπαιδευτικός, 21 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, ΣΤ τάξη)

Αυτό που θεωρώ ότι κερδίσαμε είναι η αίσθηση ότι γνωρίζουμε καλύτερα το αντικείμενο. Έχουμε πια σχηματίσει στο μυαλό μας τη διαδρομή της έννοιας των κλασμάτων και αυτό μας δίνει ευελιξία στον τρόπο χειρισμού. Έχουμε αντιληφθεί τη σημασία της έννοιας στα Μαθηματικά και έτσι αφιερώνουμε όσο χρόνο κρίνουμε για αυτό. Επίσης, το βιβλίο δεν αποτελεί τον κυρίαρχο παράγοντα άλλα χρησιμοποιείται επιλεκτικά. Μπορούμε να διαφοροποιούμε τις εργασίες και να επιλέγουμε δραστηριότητες ανάλογα με το στόχο που θέτουμε κάθε φορά. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ψηφιακά υλικά, απλώς δεν είμαστε τόσο εξοικειωμένοι με αυτό, αν θυμηθούμε τη δική μας εκπαίδευση. Είμαστε η γενιά του βιβλίου, αλλά κάτι μπορούμε να κάνουμε και με τους υπολογιστές. Καλό θα ήταν να είχαμε εξοικείωση, αλλά μέχρι τώρα δεν προβλεπόταν, ούτε και από το προηγούμενο Πρόγραμμα Σπουδών (6η εκπαιδευτικός, 17 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, ΣΤ τάξη)

Στο πλαίσιο της συνέντευξης και στον παιδαγωγικό λόγο που άρθρωσαν οι εκπαιδευτικοί, υπήρξαν ενδείξεις ότι άντλησαν στοιχεία από έναν εναλλακτικό λόγο, προσδιορίζοντας τη φύση των Μαθηματικών ως ένα αυστηρό και αφηρημένο πεδίο, που στην παρούσα εργασία προσδιορίζεται ως “συμβατικός λόγος”. Ο λόγος τους αντλεί στοιχεία από τη δική τους μαθηματική εκπαίδευση, καθώς και από την εμπειρία που απέκτησαν από το προηγούμενο Πρόγραμμα Σπουδών. Αυτή η μείξη της “συμμόρφωσης” στον επίσημο λόγο και ταυτόχρονα της αντίθεσης σε αυτόν εκφράστηκε άρρητα από τους εκπαιδευτικούς, οι οποίοι αντιστέκονται στους επίσημους λόγους (εκτός από μία εκπαιδευτικό), αν και φαίνεται να τάσσονται υπέρ του επίσημου λόγου σε πρώτο επίπεδο.

5.3.2.4 Η μεταγνωστική ενημερότητα

Ως προς τη μεταγνωστική ενημερότητα, οι εκπαιδευτικοί ανέφεραν ότι συνιστά μια σημαντική διεργασία και "ευχήθηκαν" να μπορούσαν να ενισχύσουν περισσότερο τις συνιστώσες της στα μαθήματά τους. Ωστόσο, από τον παιδαγωγικό λόγο που ανέπτυξαν, παρατηρήθηκε ότι για ορισμένους εκπαιδευτικούς δεν ήταν σαφές το τι περιλαμβάνει συγκεκριμένα η διεργασία αυτή. Όταν αναφέρθηκε από την ερευνήτρια ότι μια βασική λειτουργία αυτής της διεργασίας είναι ο αναστοχασμός του μαθητή σε σχέση με τη μαθηματική γνώση, τότε οι εκπαιδευτικοί συμφώνησαν για την αναγκαιότητα αυτή. Αναφέρθηκε επίσης ότι στο πλαίσιο αυτής της διεργασίας ελέγχεται από τους ίδιους τους μαθητές η ισχύς και το εύρος που έχουν οι λύσεις που προτείνουν με στόχο να αναθεωρήσουν, αν χρειαστεί, και γίνονται κατάλληλες ερωτήσεις που υποστηρίζουν την αναστοχαστική διαδικασία. Οι εκπαιδευτικοί συμφώνησαν για τη σημασία που έχουν όσα αναφέρθηκαν, δεν μπορούσαν ωστόσο να εξειδικεύσουν περαιτέρω, δηλαδή να αναφερθούν στις συνιστώσες της διεργασίας αυτής όπως είναι οι αναπαραστάσεις των μαθηματικών ιδεών και των σχέσεων, η μοντελοποίηση, η ερμηνεία πραγματικών καταστάσεων που θα αξιοποιηθούν για τη μεταγνωστική ανάπτυξη των μαθητών, η ικανότητα μετάβασης από μια μορφή αναπαράστασης σε μια άλλη, η κατανόηση και η ικανότητα "μεταφοράς" της γνώσης σε μη οικείες καταστάσεις. Ειδικότερα, σε σχέση με τη σημασία της διερεύνησης σε ατομικό και συλλογικό επίπεδο, η οποία συνιστά βασική υποστηρικτική δομή της συγκεκριμένης διεργασίας, οι εκπαιδευτικοί υποστήριξαν ένθερμα την ιδέα ότι είναι μια σημαντική στρατηγική μάθησης και ότι υποστηρίζει τη μεταγνωστική ενημερότητα. Αν και οι εκπαιδευτικοί φαινόταν να συντάσσονται με τον επίσημο λόγο, διαφοροποιήθηκαν ως προς την έκταση που μπορεί να λάβει η διερεύνηση και πόσο ανεξάρτητη θα μπορούσε να είναι. Ειδικότερα, αντιτέθηκαν στην ιδέα που υποστηρίζεται από τον επίσημο λόγο ότι οι μαθητές θα πρέπει να είναι κύριοι της μάθησής τους.

> *Έχουμε ακούσει πολλές φορές τον όρο μεταγνώση, αλλά για να σου πω την αλήθεια, δεν ξέρουμε στην πραγματικότητα τι πραγματικά σημαίνει. Εννοώ ότι δεν ξέρουμε ή τουλάχιστον εγώ δεν ξέρω τι να κάνω στην τάξη για να δημιουργήσω συνθήκες μεταγνώσης. Μπορεί με το Πρόγραμμα Σπουδών να μάθουμε*

κάτι περισσότερο, εννοώ συγκεκριμένα, όχι θεωρητικά, μεταγνώση είναι αυτό…σίγουρα είναι κάτι σημαντικό, θα βοηθήσει τα παιδιά, αλλά μπορεί και εμένα. Όμως εγώ πιστεύω ότι για να μάθουν τα παιδιά μου Μαθηματικά θα πρέπει να τους δίνω χρόνο. Το είδες και στο μάθημα, δίνω χρόνο, περιμένω με τις ώρες, στο τέλος δεν τελειώνω και την ύλη και έχω πρόβλημα με τους γονείς, αν και τώρα με έμαθαν και με εμπιστεύονται λίγο. Και δεν είναι μόνο οι γονείς όπως μπορείς να φανταστείς….για να επανέλθω, σημασία στη μάθηση για μένα έχει ο ρυθμός που μαθαίνει κάθε παιδί. Εμείς θέλουμε όλα τα παιδιά να αντιδράσουν το ίδιο και στον ίδιο χρόνο. Δεν στέκει αυτό, δεν γίνεται… (1η εκπαιδευτικός, 11 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Β τάξη)

Για μένα έχει σημασία αν οι μαθητές παίρνουν πραγματικά την πρωτοβουλία στη μάθηση, αν έχουν την επιθυμία να διερευνήσουν και τότε οι διδάσκοντες θα τους καθοδηγούν καλά. Σε τέτοια περίπτωση αυτές οι ιδέες θα είναι καλό να τεθούν σε εφαρμογή. Ωστόσο, για τους μαθητές που είναι λιγότερο ''άνετοι'' με αυτό, είναι μια μεγάλη πρόκληση, γι' αυτό είμαι απογοητευμένη … μόνο αν πληρούνται αυτές οι προϋποθέσεις, τότε είναι πολύ καλή ιδέα, αλλά μπορώ να πω ότι ειδικά για την τάξη που διδάσκω, για να είμαι ειλικρινής, είναι δύσκολο (2η εκπαιδευτικός, 16 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, ΠΤΔΕ, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Β τάξη)

Δεν είμαι σίγουρη πώς μπορώ να δουλέψω στην τάξη μου και να στοχεύω στο να καλλιεργήσω τη μεταγνώση στους μαθητές μου. Γιατί καταλαβαίνω ότι αυτό είναι κάτι που καλλιεργείται. Στα μαθήματα που κάνω με ενδιαφέρει ο μαθητής να διερευνήσει καλά τα Μαθηματικά γι' αυτό και δίνω ασκήσεις που είναι πιο ανοικτές, για να του επιτρέψω να σκεφτεί. Αυτό δημιουργεί ένα ευχάριστο κλίμα στην τάξη, τα παιδιά δεν στρεσάρονται, έχουν χρόνο και έχουν υλικό για να καταλάβουν τα Μαθηματικά, δεν χρειάζεται να αγχωθούν για να μάθουν μηχανικά κάτι που δεν καταλαβαίνουν (3η εκπαιδευτικός, 19 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Γ τάξη)

Επιλέγω δραστηριότητες τέτοιες που ο κάθε μαθητής να ενθαρρύνεται να εκφράζει τις ιδέες του, να συζητήσει, να ερμηνεύσει, να κάνει εκτιμήσεις, να κρίνει τις ιδέες των άλλων, να εξηγήσει τις δράσεις του, να τεκμηριώσει τις απαντήσεις του και γενικά να διαπραγματευτεί τις απόψεις του με τους άλλους. Γενικά επιλέγω δραστηριότητες όπου τα παιδιά διερευνούν τις έννοιες και προσφέρουν ευκαιρίες στους μαθητές να επικοινωνήσουν τις απόψεις τους. η επιλογή και ο σχεδιασμός των δραστηριοτήτων επιτρέπει τη μαθηματική δράση του μαθητή και αυτό σημαίνει ότι επιτρέπει και τον αναστοχασμό του πάνω σε αυτή τη δράση. Ο αναστοχασμός είναι πολύ σημαντικός γιατί δίνει σε κάθε μαθητή την ευκαιρία να σκεφτεί τι έκανε και γιατί το έκανε, πώς θα μπορούσε να το κάνει διαφορετικά (4η εκπαιδευτικός, 12 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, ΠΤΔΕ, ΑΕΙ, Μετεκπαίδευση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, Ε τάξη)

Πολλοί ερευνητές κατέληξαν ότι ίσως φταίει ο μηχανιστικός και μνημονικός τρόπος με τον οποίο προσφέραμε ως σήμερα τις μαθηματικές έννοιες. Προβάλλεται λοιπόν στο προσκήνιο εδώ και αρκετά χρόνια μια νέα προσέγγιση στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Είναι η ανακαλυπτική μέθοδος με την ενεργή συμμετοχή του παιδιού στην οικοδόμηση της νέα έννοιας, η οποία έρχεται να συμπληρώσει τις προϋπάρχουσες δεξιότητες που έχει ήδη αποχτήσει, μέθοδος η οποία βρίσκει εφαρμογή και σε άλλα γνωστικά πεδία. Το παιδί προχωρά διαισθητικά στην ανακάλυψη, για παράδειγμα επίλυση προβλήματος. Το ζητούμενο στην προσέγγισή μας ήταν η ουσιαστική και όχι η μηχανική μάθηση. Είναι βέβαιο πως η ανακαλυπτική μέθοδος συμβάλλει σε μεγάλο βαθμό στην κατάκτηση της ουσιαστικής μάθησης. Στο σημερινό πρωτοβάθμιο σχολείο η ανακαλυπτική μέθοδος εμποδίζεται από την πληθώρα της διδακτέας ύλης, το σφιχτό εβδομαδιαίο πρόγραμμα, και τις πολλές δραστηριότητες ανά διδακτική ενότητα. Μοιραία η διδασκαλία γίνεται δασκαλοκεντρική, η γνώση σερβίρεται έτοιμη από τον δάσκαλο ... δίχως ουσιαστικά την ενεργή συμμετοχή του παιδιού στην οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης. Εμείς δώσαμε στους μαθητές τον χρόνο να ψάξουν και να κατανοήσουν την έννοια των μαθηματικών εννοιών οπότε έχουν ουσιαστικά κερδίσει από τη συμμετοχική ομαδική εργασία. Επιπλέον «εξάντλησαν» την κάθε περιοχή πριν προχωρήσουν σε άλλη. Φάνηκε ότι ήταν ανάγκη να αναδιοργανωθεί η διδακτέα ύλη, ώστε να περιέχει πρακτικές μαθηματικές έν-

νοιες που θα έχουν σχέση με τις επιθυμίες του παιδικού νου και τα ενδιαφέροντά του. Έτσι, οι μαθητές λύνουν ένα μαθηματικό πρόβλημα σε μικρές ομάδες εργασίας, ανακοινώνουν τη λύση του προβλήματος και την εξηγούν, στη συζήτηση τα παιδιά αναλύουν την όλη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος και παρωθούνται να εκφράσουν τις απορίες τους και τις τυχόν ενστάσεις τους για τον συγκεκριμένο τρόπο επίλυσης έτσι ώστε μια κοινά αποδεκτή λύση ή εξήγηση να επικρατήσει, ανακαλύπτουν διάφορους τρόπους επίλυσης. Διδάσκοντας στους ίδιους μαθητές δύο συνεχόμενες χρονιές Ε΄και ΣΤ΄ Δημοτικού καταφέραμε να μετατρέψουμε την ώρα των μαθηματικών σε ευχάριστη απασχόληση. Απλοϊκά θα έλεγα ότι έφυγε το άγχος από τα παιδιά και από μένα ταυτόχρονα (5η εκπαιδευτικός, 21 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, εξομοίωση, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, ΣΤ τάξη)

Οι μαθητές εργάστηκαν πάνω σε δραστηριότητες που ήταν σχεδιασμένες ανάλογα με τους στόχους και χωρίς να χρησιμοποιήσουμε το σχολικό βιβλίο. Εγώ ήμουν επιφυλακτική, ειδικά στην αρχή. Για παράδειγμα, έπρεπε να κάνω πολλαπλασιασμό κλασμάτων και δεν θα έλεγα τίποτα, θα έδινα δραστηριότητα για να διερευνήσουν. Πολύ ξένο μου ήταν αυτό. Δεν δούλευα έτσι. Βέβαια, στην πορεία είδα ότι αυτό ήταν κάτι που τους απελευθέρωσε. Εργάστηκαν σε ομάδες, διαφώνησαν, συγκρούστηκαν, ενεπλάκησαν σε καταστάσεις διαφορετικές από τις συνηθισμένες. Ομολόγησαν τέλος ότι χαίρονται τις ώρες των μαθηματικών και καταλαβαίνουν καλύτερα. Ακόμη και τώρα όμως είμαι πεπεισμένη ότι ακόμη κι όταν οι μαθητές διερευνούν, χρειάζεται ο δάσκαλος για να συντονίζει. Δεν μπορούν οι μαθητές να είναι "κύριοι" της μάθησής τους (6η εκπαιδευτικός, 17 χρόνια διδακτικής εμπειρίας, διετής κύκλος σπουδών, συμμετοχή σε επιμορφωτικά προγράμματα, ΣΤ τάξη)

Συνοψίζοντας, η αντίθεση που παρατηρείται στη διερεύνηση σε ατομικό επίπεδο μπορεί να ερμηνευθεί στη βάση δύο συνθηκών: σύμφωνα με την πρώτη, καταγράφεται μια ανησυχία στους εκπαιδευτικούς σε σχέση με τον έλεγχο του ρυθμού των μαθημάτων τους, καθώς "φοβούνται να μην μείνουν πίσω από τους συναδέλφους τους". Οι φόβοι αυτοί μπορεί να θεωρηθεί ότι αντλούνται από τον τοπικό λόγο που διαμορφώνεται στο σχολείο και συνιστά μια πηγή με βάση την οποία οι εκπαιδευτικοί μπορούν να θεωρηθούν επιτυχημένοι "στα μάτια των συναδέλφων τους, στη διοίκηση του σχολείου, στους γονείς, αλλά και στους ίδιους τους μαθητές". Φυσικά, αυτός ο τοπικός λόγος είναι στενά συνδεδεμένος με λόγους που αρθρώνονται στο πεδίο της εκπαίδευσης, στις τρέχουσες συνθήκες και στην ευρύτερη κοινωνία. Επιπλέον, οι εκπαιδευτικοί δεν ήταν απόλυτα σίγουροι για την αποτελεσματικότητα της ατομικής διερεύνησης για την επίτευξη της επιθυμητής μάθησης. Ο σκεπτικισμός αυτός εκφράζεται αρκετά συχνά ως προς τις δυνατότητες των μαθητών. Χαρακτηριστικό παράδειγμα συνιστά ο λόγος της 2ης εκπαιδευτικού στην τάξη της οποίας υπάρχουν μαθητές που ανήκουν σε μειονοτική ομάδα και με αυτή την έννοια τίθεται ένα θέμα ως προς την επίδοσή τους. Αναφέρει χαρακτηριστικά ότι πρέπει να υπάρχουν ορισμένες προϋποθέσεις για να είναι αποτελεσματικές οι προσεγγίσεις αυτές (προσωπικό ενδιαφέρον, ανάληψη πρωτοβουλιών, "καλό" μαθησιακό επίπεδο κ.ά). Και σε αυτή την περίπτωση διαφαίνεται ότι ο λόγος που αρθρώνεται, διαμορφώνεται από τον τοπικό λόγο, αναδεικνύοντας αυτή τη φορά ως σημαντική παράμετρο τις ίδιες τις δυνατότητες των μαθητών.

Το γενικό συμπέρασμα που προκύπτει από τον παιδαγωγικό λόγο των εκπαιδευτικών είναι ότι η ουσιαστική μάθηση του μαθηματικού αντικειμένου συνιστά μια πολύπλοκη διαδικασία και για να επιτευχθεί πρέπει να πληρούνται ορισμένες προϋποθέσεις. Σύμφωνα με τους εκπαιδευτικούς οι βασικότερες, λοιπόν, αρχές, οι οποίες χρειάζεται να διέπουν τη διδασκαλία των Μαθηματικών, ώστε το αποτέλεσμά της να είναι η ουσιαστική μάθηση, συνοψίζονται στα παρακάτω: το παιδί, για να μπορέσει να μάθει, πρέπει να έχει θέληση και να δείχνει ενδιαφέρον προς το αντικείμενο μάθησης. Συνεπώς, πρωταρχική ευθύνη του εκπαιδευτικού είναι να προσαρμόσει το γνωστικό αντικείμενο των Μαθηματικών στις ανάγκες, στα ενδιαφέροντα και τις ικανότητες του μαθητή ώστε να τον παρακινήσει. Αν έχει νόημα για τον ίδιο, μπορεί να δημιουργηθεί ένα εσωτερικό κίνητρο για μάθηση. Επίσης, θα πρέπει να είναι ανάλογο προς τις πνευματικές και νοητικές ικανότητες του μαθητή, καθώς μαθαίνει ουσιαστικά, όταν η γνώση που καλείται να αποκτήσει βρίσκεται σε ισορροπία με το στάδιο της νοητικής του ανάπτυξης.

Η μάθηση είναι μια διαδικασία αναδιοργάνωσης της προηγούμενης γνώσης και κατασκευής της νέας γνώσης. Για να μάθει, λοιπόν, ο μαθητής είναι σημαντικό η διαδικασία της "τροποποίησης" της παλιάς γνώσης να γίνεται μέσα από εμπειρίες σχετικές με το αντικείμενο μάθησης. Απαραίτητο στοιχείο της ουσιαστικής μάθησης είναι η ενεργητική συμμετοχή του μαθητή. Για τον λόγο αυτό, πρέπει να υπάρχει ελευθερία σκέψης και έκφρασης, να καλλιεργείται και να ενθαρρύνεται η αυτενέργεια.

Η κατάλληλη ατμόσφαιρα μέσα στην τάξη είναι ένα ακόμη στοιχείο που συμβάλλει στη μάθηση. Έτσι, η ηρεμία, η άνεση, το ευχάριστο κλίμα και οι καλές σχέσεις μεταξύ συμμαθητών και εκπαιδευτικού πρέπει να εξασφαλίζονται από το σχολείο, προκειμένου να οδηγηθούν οι μαθητές στην απόκτηση γνώσεων. Μία αρχή, που συμβάλλει στην ουσιαστική μάθηση, είναι ο ατομικός ρυθμός μάθησης που πρέπει να λαμβάνεται υπόψη από τον εκπαιδευτικό, ο οποίος με τη σειρά του, θα τροποποιήσει και θα προσαρμόσει το μάθημά του στις "ταχύτητες" μάθησης των μαθητών.

Συνοψίζοντας, και σε αυτή τη διεργασία της μεταγνωστικής ενημερότητας, οι εκπαιδευτικοί του δείγματος ευθυγραμμίζονται καταρχήν με τον επίσημο λόγο, αναφερόμενοι στη σπουδαιότητά της. Αποκλίνουν ωστόσο από τον επίσημο λόγο, όταν αναφέρονται στις προϋποθέσεις που τίθενται για την αξιοποίηση της συγκεκριμένης διεργασίας στην τάξη. Στην κατεύθυνση αυτή, κινούνται σε μια παιδαγωγική αναπλαισίωση που συνίσταται από ανεπίσημους, τοπικούς παράγοντες (π.χ. η αποτελεσματικότητα της διεργασίας στη μάθηση των Μαθηματικών και η κάλυψη της ύλης) και ελάχιστα από επίσημους φορείς.

6^{ο} Κεφάλαιο: Συζήτηση και συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται συνθετικά τα ευρήματα της έρευνας που εκπονήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας και, στη συνέχεια, συζητιούνται με αναφορά στα αντίστοιχα βιβλιογραφικά δεδομένα σε μια προσπάθεια να δοθεί μια απάντηση στο ερευνητικό πρόβλημα που τέθηκε.

Όπως έχει αναφερθεί στο κεφάλαιο της μεθοδολογίας, το ερευνητικό πρόβλημα της παρούσας μελέτης ήταν η διερεύνηση των τρόπων με τους οποίους οι εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης που συμμετείχαν στην πιλοτική εφαρμογή του νέου Προγράμματος Σπουδών για ένα σχολικό έτος αναπλαισίωσαν τις καινοτομίες του ΠΣ στην τάξη, και ειδικότερα τις μαθηματικές διεργασίες, όπως αυτές παρατηρήθηκαν κατά τη διδασκαλία και ανιχνεύτηκαν στον παιδαγωγικό λόγο των εκπαιδευτικών.

Σε μια προσπάθεια συγκρότησης μιας απάντησης για το ερευνητικό πρόβλημα και από την ανάλυση που προηγήθηκε προκύπτει ότι οι εκπαιδευτικοί άντλησαν κυρίως από τους πόρους των επίσημων ή των επαγγελματικών επίσημων λόγων όταν αναφέρθηκαν στις τέσσερις μαθηματικές διεργασίες και ευθυγραμμίστηκαν με αυτούς τους λόγους, αλλά απέκλιναν από τους επίσημους λόγους στο σημείο που ερμήνευαν αυτές τις έννοιες σε σχέση με τις δικές τους τάξεις (είτε στην πράξη είτε μιλώντας για την πρακτική τους).

Όσον αφορά το παράδειγμα “πεποιθήσεων-πρακτικών” σε ατομικό επίπεδο, θα μπορούσε να υποστηριχθεί ότι οι εκπαιδευτικοί εμφανίζονται ασυνεπείς ως προς τις πεποιθήσεις τους σε σχέση με τις πρακτικές τους, ενώ οι πεποιθήσεις τους θα μπορούσαν να θεωρηθούν εμπόδιο στην επιτυχία μιας μεταρρύθμισης μέσω του νέου Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών. Ωστόσο, η ανάλυση της δομής του πεδίου αναπλαισίωσης και οι λόγοι που παράγονται στο πεδίο αυτό συνιστούν έναν εναλλακτικό “δρόμο” για να γίνει αντιληπτή αυτή η απόκλιση. Οι λόγοι των επίσημων επιμέρους πεδίων διαμορφώνουν το εύρος των τρόπων “ερμηνείας” του νέου Προγράμματος Σπουδών σε σχέση με τη διδασκαλία και τη μάθηση, ενώ οι συμβατικοί και οι τοπικοί λόγοι τροφοδοτούν τον παιδαγωγικό λόγο των εκπαιδευτικών με περαιτέρω πόρους για την κατανόηση του Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών και έχουν αντίκτυπο στην επιλογές που είναι “διαθέσιμες” στους εκπαιδευτικούς και υιοθετούνται στην πρακτική τους στη σχολική τάξη.

Απόκλιση στην εφαρμογή προέκυψε στις περιπτώσεις που υπήρχε σύγκρουση μεταξύ των λόγων των διαφόρων επιμέρους πεδίων αναπλαισίωσης ή όταν οι επίσημοι λόγοι ήρθαν σε σύγκρουση με τον συμβατικό λόγο για τη φύση των Μαθηματικών και με τους τοπικούς λόγους, οι οποίοι "παρείχαν" αφηγήσεις σχετικά με τη φύση των Μαθηματικών και τη νοηματοδότηση των μαθηματικών διεργασιών. Όταν συμβαίνουν τέτοιες συγκρούσεις, οι εκπαιδευτικοί γενικά, κλίνουν προς τον τοπικό επίσημο λόγο ή προς τους συμβατικούς και τους τοπικούς λόγους. Η διαπίστωση αυτή εγείρει το ερώτημα γιατί ορισμένοι λόγοι είναι πιο ισχυροί από άλλους όσον αφορά την επιρροή που ασκούν στους εκπαιδευτικούς. Σε ορισμένες περιπτώσεις, οι μορφές "ρύθμισης" των πρακτικών των εκπαιδευτικών προσφέρουν σε έναν βαθμό μια εξήγηση. Η ρύθμιση των πρακτικών των εκπαιδευτικών σε επίσημο επίπεδο μέσω των εξετάσεων που σχετίζονται με τις επιδόσεις των μαθητών, συνιστά στοιχείο της δράσης του Τοπικού Πεδίου Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης και αποτελεί εξαιρετικά σοβαρή αιτία για την υιοθέτηση λόγων που παράγονται σε αυτό το πεδίο. Η δύναμη του τοπικού λόγου του σχολείου, των άλλων εκπαιδευτικών, των γονέων και των ίδιων των μαθητών μπορεί, επίσης, να σχετίζεται με τη ρυθμιστική δράση που ασκείται από τη διοίκηση του σχολείου, η οποία απαιτεί ορισμένα στάνταρντς στις επιδόσεις των μαθητών. Ωστόσο, ο τοπικός λόγος έχει μια περαιτέρω σημαντική και άμεση σχέση με τις πρακτικές των εκπαιδευτικών. Ειδικότερα, καθώς οι επίσημοι λόγοι, όπως είναι ο λόγος ενός Προγράμματος Σπουδών, δεν "αναγνωρίζουν" τις δυσκολίες στην εφαρμογή των βασικών αρχών του ή τις αναπλαισιώσεις που επιδέχεται κατά την υλοποίησή του στην τάξη, σε διάφορους μαθητές ή σε ομάδες μαθητών, οι εκπαιδευτικοί χρειάζονται ένα "μέσο" για να αντιμετωπίσουν τις δυσκολίες που βιώνουν στην τάξη τους, ένα "μέσο" που φαίνεται να παρέχεται από τους πόρους του τοπικού λόγου.

Ο συμβατικός λόγος που αρθρώνεται για τα Μαθηματικά συνιστά μια ισχυρή εναλλακτική λύση απέναντι στους επίσημους λόγους που αναπτύσσονται και αφορούν τις μαθηματικές διεργασίες του νέου Προγράμματος Σπουδών, παρά το γεγονός ότι είναι εναρμονισμένος με ορισμένες πτυχές του επίσημου λόγου που παράγεται από τους θεσμικούς φορείς, όπως είναι το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (για την ελληνική εκπαιδευτική πραγματικότητα). Μια αιτία για τη "δύναμη" που έχει ο συμβατικός λόγος σε σχέση με τους επίσημους λόγους εντοπίζεται στις ασάφειες των επίσημων λόγων σχετικά με τη φύση των Μαθηματικών και με τους στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης, γεγονός που "αφήνει χώρο" στους "παλαιότερους" λόγους να υφίστανται ενεργά και οδηγεί τους εκπαιδευτικούς να ευθυγραμμιστούν με τους λόγους αυτούς.

Τα ευρήματα της παρούσας έρευνας είναι ανάλογα με ευρήματα άλλων ερευνών που αφορούν την εισαγωγή εκπαιδευτικών μεταρρυθμίσεων στο σχολικό πλαίσιο, όπου το Πρόγραμμα Σπουδών που υλοποιείται από τους εκπαιδευτικούς διαφέρει από αυτό που προτείνεται μέσω του επίσημου λόγου. Στο πεδίο της έρευνας στη μαθηματική εκπαίδευση η κατανόηση του φαινομένου αυτού έλαβε κοινωνικές διαστάσεις και λιγότερο ψυχολογικές με την έννοια ότι δεν αρκεί η μελέτη των εκπαιδευτικών ως ατόμων μόνο για να ερμηνευθούν ανάλογα φαινόμενα. Οι διαφορές που προκύπτουν μεταξύ του τι είχε προβλεφθεί από το νέο Πρόγραμμα Σπουδών και τι πραγματοποιήθηκε τελικά στην τάξη ερμηνεύεται ως αποτέλεσμα των ενεργειών αναπλαισίωσης που πραγματοποιούνται από τους αντιπροσώπους που λειτουργούν στα διάφορα πεδία και έχουν διαφορετικά ενδιαφέροντα και σχέσεις με τους εκπαιδευτικούς. Η έρευνα προχωρά πέρα από τη διερεύνηση των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών για τα Μαθηματικά, τη διδασκαλία και τη μάθηση προς την ανάλυση των δηλώσεων και των ενεργειών τους με βάση τους λόγους που αξιοποιούν και τις τοποθετήσεις τους σε σχέση με τους λόγους αυτούς. Οι αντιφάσεις ή οι αντιθέσεις-εντάσεις που παρατηρούνται στο εσωτερικό του λόγου και των πρακτικών των εκπαιδευτικών μπορούν να ερμηνευτούν ως ασυνέπειες εντός ή μεταξύ των ποικίλων λόγων που έχουν στη διάθεσή τους οι εκπαιδευτικοί. Η πρόκληση βρίσκεται στην κατανόηση των σχέσεων μεταξύ αυτών των λόγων και στον εντοπισμό των αιτίων για τα οποία ορισμένοι λόγοι αποδεικνύονται πιο ισχυροί σε σχέση με άλλους λόγους και υιοθετούνται από τους εκπαιδευτικούς. Σε κάθε περίπτωση οι τρόποι με τους οποίους οι εκπαιδευτικοί αντλούν στοιχεία από τους διάφορους λόγους και τοποθετούν τους εαυτούς τους στα ανάλογα πεδία αναπλαισίωσης επηρεάζονται σαφώς από την επίσημη φύση τους (με την έννοια αυτή οι εκπαιδευτικοί τείνουν να συμφωνούν με λόγους που προέρχονται από την Πολιτεία), η οποία διαμορφώνει τις δυνατότητες για χρήση εναλλακτικών λόγων.

Συνοψίζοντας, από τα αποτελέσματα της παρούσας μελέτης εγείρεται το ερώτημα γιατί ορισμένοι λόγοι (όπως αυτός που παράγεται στο Τοπικό Πεδίο Παιδαγωγικής Αναπλαισίωσης) είναι πιο ισχυροί σε σχέση με άλλους ως προς την επιρροή που ασκούν στους εκπαιδευτικούς. Ο τοπικός λόγος που αναπτύσσεται στο σχολείο μεταξύ των εκπαιδευτικών, των γονέων και των μαθητών αναδεικνύεται από τους πιο ισχυρούς και οφείλει πιθανώς τη δύναμή του στο γεγονός ότι σχετίζεται με την απαίτηση από θεσμικούς παράγοντες για «καλές» επιδόσεις των μαθητών. Ωστόσο, ο τοπικός λόγος έχει και μια περαιτέρω σημαντική και άμεση σχέση με την πρακτική. Ειδικότερα, καθώς οι επίσημοι λόγοι δεν αναγνωρίζουν τις δυσκολίες που συναντώνται κατά τη διαδικασία υλοποίησης των αρχών τους στην τάξη ή την ανάγκη μεταβλητότητας της εφαρμογής τους σε διαφορετικούς μαθητές, οι εκπαιδευτικοί χρειάζονται ένα μέσο για να αντιμετωπίσουν την πολυπλοκότητα της αξιοποίησης των μεταρρυθμίσεων στην τάξη τους - ένα μέσο που παρέχεται από τον τοπικό λόγο. Αυτός ο λόγος παρέχει μια ισχυρή εναλλακτική λύση απέναντι στον επίσημο λόγο (στη συγκεκριμένη περίπτωση αναφορικά με τις μαθηματικές διεργασίες που προωθούνται μέσω του νέου ΠΣ των Μαθηματικών). Μια αιτία για την επιρροή που ασκεί ο τοπικός λόγος μπορεί να είναι η συχνή ασάφεια των επίσημων λόγων, γεγονός που αφήνει χώρο σε άλλους λόγους να υφίστανται και στους εκπαιδευτικούς να μπορούν να υιοθετήσουν τους λόγους αυτούς. Επαγγελματικές ταυτότητες που δομούνται μέσα από μαθητεία σε διαδικασίες επίσημης αναπλαισίωσης ενδεχομένως να περιορίζουν τον χώρο ύπαρξης άλλων λόγων.

Στην ελληνική εκπαιδευτική πραγματικότητα είναι εμφανής η παράλληλη λειτουργία αναπλαισιωμένων πεδίων, μη συμβατών μεταξύ τους, τα οποία επηρεάζουν αντιφατικά τους τρόπους με τους οποίους οι εκπαιδευτικοί επιλέγουν και μετασχηματίζουν τον επίσημο λόγο. Οι εκπαιδευτικοί αξιοποιούν τους λόγους που παράγονται σε αυτά τα πεδία και τοποθετούν τον εαυτό τους σε σχέση με αυτούς, ενώ επηρεάζονται από την επίσημη ή μη φύση τους, η οποία διαμορφώνει τις δυνατότητες για αντίσταση και για χρήση εναλλακτικών λόγων.

Η προσέγγιση που περιγράφηκε παραπάνω (α) παρέχει εναλλακτικές γνώσεις-κατανοήσεις σχετικά με την εφαρμογή (από τους εκπαιδευτικούς) ενός Προγράμματος Σπουδών για τα Μαθηματικά, (β) συμβάλλει στην κατανόηση των τρόπων με τους οποίους οι εκπαιδευτικοί αντιλαμβάνονται το περιεχόμενο ενός νέου Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών και το υλοποιούν στην τάξη, καθώς και (στην κατανόηση) της «μετατροπής» των προβλεπόμενων από το Πρόγραμμα Σπουδών αλλαγών μέσω της υλοποίησής του από τους εκπαιδευτικούς.

Συνεπώς, η μελέτη της υλοποίησης ενός νέου Προγράμματος Σπουδών θα «ωφελούνταν» από την ανάλυση των δομών που διέπουν τα αναπλαισιωμένα πεδία και τους λόγους τους, έτσι ώστε να γίνουν κατανοητές (στην πραγματικότητα να προληφθούν) οι επιλογές και οι μετασχηματισμοί αυτών των λόγων στις διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών. Η προοπτική αυτή θα μπορούσε να συνιστά το αντικείμενο μελέτης ανάλογων ερευνών.

Βιβλιογραφικές αναφορές

Adler, J. (1996). Lave and Wenger's social practice theory and teaching and learning school mathematics. In L. Puig & A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 3-10). Valencia, Spain: Universitat de València, Dept. de Didàctica de la Matemàtica.

Alloway, N. (1995). Foundation Stones: *The Construction of Gender in Early Childhood*. Carlton, Curriculum Corporation.

Andrews, P., & Hatch, G. (1999). A new look at secondary teachers' conceptions of mathematics and its teaching. *British Educational Research Journal*, 25, 203-223.

Andrews, P. & Hatch, G. (2000). A comparison of Hungarian and English teachers' conceptions of mathematics and its teaching. *Educational Studies in Mathematics,* 43, 31-64.

Arbaugh, F., Lannin, J., Jones, D. L. & Park Rogers, M. (2006). Examining instructional practices in Core-Plus lessons: Implications for professional development. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9*(6), 517-550.

Askew, M., Denvir, H., Rhodes, V. & Brown, M. (2000). Numeracy practices in primary schools: Towards a theoretical framework. In T. Rowland & C. Morgan (Eds.), *Research in Mathematics Education Volume 2: Papers of the British Society for Research into Learning Mathematics* (pp. 63-76). London: British Society for Research into Learning Mathematics.

Barwell, R. (2003). Discursive Psychology and Mathematics education: Possibilities and challenges. *ZDM, 35*(5), 201-207.

Barron, B. (2007) "Video as a tool to advance understanding of learning and development in peer, family and other informal learning contexts", in Goldman, R., Pea, D., Barron, B. & Derry, S. J. (Eds) *Video research in the learning sciences*, Mahwah, NJ, Lawrence Erlbaum Associates, pp. 159-187.

Belenky, M.F., Clinchy, B.M., Goldberger, N.R. and Tarule, J.M. (1986). Women's Ways of Knowing. Basic Books, NY.

Bernstein, B. (1990). *Class, Codes and Control: The structuring of Pedagogic Discourse*. London: Routledge.

Bernstein, B. (1991). *Παιδαγωγικοί Κώδικες και Κοινωνικός Έλεγχος*. Εισαγωγή, μετάφραση και σημειώσεις Ι. Σολομών. Αθήνα: Αλεξάνδρεια.

Bernstein, B. (1996). *Pedagogy, Symbolic Control and Identity. Theory, Research, Critique*. London: Taylor & Francis.

Bernstein, B. (1999). Vertical and Horizontal Discourse: An Essay. *British Journal of Sociology of Education*, 20(2), 157-173.

Bernstein, B. (2000). *Pedagogy, Symbolic Control and Identity: Theory, Research and Critique* (revised ed.). Lanham: Rowman and Littlefield.

Brousseau, B. and Freeman, D. (1988). How Do Teacher Education Faculty Members Define Desirable Teacher Beliefs? *Teaching and Teacher Education,* 4, 267-278.

Brownlee, J. (2001). Knowing and learning in teacher education: A theoretical framework of core and peripheral epistemic beliefs. *Asia-Pacific Journal of Teacher Education and Development,* 4(1), 131-155.

Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C. A., Underhill, R. G., Jones, D. & Agard, P. C. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novice teachers and their instructors give up too easily? *Journal for Research in Mathematics Education,* 23(3), 194-222.

Buehl, M. M., Alexander, P. A., & Murphy, P. K. (2002). Beliefs about schooled knowledge: Domain general or domain specific? *Contemporary Educational Psychology,* 27*,* 415–449.

Burkhardt, H. (1988). National testing - liability or asset. *Mathematics Teaching,* 122, 33-35.

Burkhardt, H., Fraser, R. & Ridgway, J. (1986). *The dynamics of curriculum change. A Position Paper of the Mathematical Sciences Education Board Curriculum Frameworks Committee.* Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham.

Carr, M., McGee, C., Jonea, A., McKinley, E. et al (2005). The effects of curricula and assessment on pedagogical approaches and on educational outcomes. Report to Ministry of Education. New Zealand: Ministry of Education. Ανακτήθηκε από: http://www.educationcouts.govt.nz/_data/assets/pdf_file/0003/9273/The-Effects-of-Curticula-and-Assessment.pdf

Charalambous, C., Philippou, G. & Kyriakides, L. (2002). *Towards understanding teachers' philosophical beliefs about mathematics.* Paper presented at the 26th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Norwich, England.

Carrillo, J. & Contreras, L.C. (1994). "The relationship between the teachers' conceptions of mathematics and of mathematics teaching. A model using categories and descriptors for their analysis". In J.P. da Ponte and J.F. Matos (eds.), *Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* Lisbon (1994).

Chan, K. W. (2003). Preservice teacher's epistemological beliefs and conceptions about teaching and learning: Cultural implications for research in teacher education. *Paper presented at the NZARE AARE Conference 2003,* Auckland, New Zealand.

Chan, K. W. & Elliott, R. G. (2002). Exploratory study of Hong Kong teacher education students' epistemic beliefs: Cultural perspectives and implications on beliefs research. *Contemporary Educational Psychology,* 27, 392-414.

Chan, K. W. & Elliott, R. G. (2004). Relational analysis of personal epistemology and conceptions about teaching and learning. *Teaching and Teacher Education*, 20, 817-831.

Chouliaraki, L. & Fairclough, N. (1999). *Discourse in Late Modernity: Rethinking Critical Discourse Analysis*. Edinburgh: Edinburgh University Press. 25.

Edwards, D. (1997). *Discourse and Cognition*. London: Sage.

Clarebout, G., Elen, J., Luyten, L., & Bamps, H. (2001). Assessing epistemological beliefs: Schommer's questionnaire revisited. *Educational Research and Evaluation,* 7, (1), 53-77.

Clement, J. (2000). *Analysis of clinical interviews: Foundation and model viability*. In A. E. Kelly & R. Lesh (Eds.), Handbook of research design in mathematics and science education (pp. 547–589). New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Clements, D. & Sarama, J.H. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research. Learning Trajectories for Young Children*. Routledge.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2008). *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Cooney, T. J., Shealy, B. E. & Arvold, B. (1998). Conceptualizing belief structures of preservice secondary mathematics teachers. *Journal for Research in Mathematics Education,* 29(3), 306-333.

Cooper, B., & Dunne, M. (2000). *Assessing Children's Mathematical Knowledge. Social class, sex and problem-solving*. Buckingham: Open University Press.

Crawford, K., Gordon S., Nicholas, J. and Prosser, M. (1994). "Conceptions of mathematics and how it is learned: the perspectives of students entering university", *Learning and Instruction*, 14(4), 331-345.

Cuban, L. (1993). The lure of curriculum reform and its pitiful history. *Phi Delta Kappan,* 75(2), 182-185.

Curriculum of Excellence in action (Scotland).
http://www.scotland.gov.uk/Topics/Education/Schools/curriculum/ACE/cfeinaction

Daniels (2001). *Vygotsky and Pedagogy*. Routledge: London, UK.

De Villiers, M. (1994). The Role and Function of an Hierarchical Classification of Quadrilaterals. *For the learning of mathematics*, 14, 11-18.

Earl, L., Watson, N., Levin, B., Leithwood, K., Fullan, M. & Torrance, N. (2003). *Watching and Learning 3: Final report of the external evaluation of England's National Literacy and Numeracy Strategies*. Toronto: Ontario Institute for Studies in Education, University of Toronto.

Edwards, D. (1997). *Discourse and Cognition*. London: Sage.

Erickson, F. (2006) "Definition and analysis of data from videotape: Some research procedures and their rationales", J. Green, G. Camilli & P. Ellmore (Eds). *Handbook of complementary methods in education research,* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, pp.177-191.

Ernest, P. (1988). *The impact of beliefs in the teaching of mathematics*. Paper presented at ICME VI. Budapest. Hungary: ICME.

Ernest P. (1991) The Philosophy of Mathematics Education, London: Falmer Press.

Fang, Z. (1996). A review of research on teacher beliefs and practices. *Educational Research,* 38(1), 47 - 65.

Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R. & Empson, S. B. (1996). A Longitudinal Study of Learning to Use Children's Thinking in Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education,* 27(4), 403-434.

Fullan, M. (2001). *The new meaning of educational change - Third edition*. New York and London: RoutledgeFalmer.

Fullan, M. & Hargreaves, A. (1992). Teacher development and educational change. In M. Fullan & A. Hargreaves (Eds.), *Teacher Development and Educational Change*. London: Falmer Press.

Furinghetti, F. (2007). Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 66 (2). pp. 131-143.

Gellert, U. (2001). Research on attitudes in mathematics education: A discursive perspective. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 26-33). Utrecht, Netherlands: Freudenthal Institute, Utrecht University.

Gray, E. & Tall, D. (1994). Duality, Ambiguity and Flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. *The journal for research in Mathematics Education*, 26 (2), 115-141.

Greeno, J. G., Collins, A. M. & Resnik, L. B. (1996). Cognition and learning. In D. Berliner & R. Calfee (Eds.). *Handbook of educational psychology* (pp. 15-41). New York: MacMillan.

Goldberger, N.R. (1996). *Looking backward, looking forward*. In N.R. Goldberger, J.M. Tarule, B.M. Clinchy & M.F. Belenky (eds). Knowledge, difference and power: Essays inspired by women's ways of knowing. USA: Basic Books.

Handal, B. & Herrington, A. (2003). Mathematics teachers' beliefs and curriculum reform. *Mathematics Education Research Journal,* 15(1), 59-69.

Hardman, F., Smith, F., Bramald, R. & Mroz, M. (2002). *Whole class teaching in the literacy and numeracy hours* (Final report ESRC grant no. R000 239213). Newcastle: University of Newcastle.

Henry, J. (2001) *Maths in crisis as students drop out*, Times Educational Supplement.

Hofer, B. K., & Pintrich, P. R. (1997). The development of epistemological theories: Beliefs about knowledge and knowing and their relation to learning. *Review of Educational Research, 67,* 88–140.

Hofer, B. K. (2000). Dimensionality and disciplinary differences in personal epistemology. *Contemporary Educational Psychology, 25,* 378–405.

Hofer, B. K. (2004). Exploring the dimensions of personal epistemology in differing classroom context: Student interpretations during the first year of college. *Contemporary Educational Psychology,* 29, 129-163.

Hoyles, C. (1992). Illuminations and reflections - teachers, methodologies and mathematics. In W. Geeslin & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the 16th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 263-286). Durham, NH: University of New Hampshire.

ICME12 (2012). International Conference on Mathematics Education, July 8-15, 2012, Seoul, South Korea.

Jacobs, J. K., Hiebert, J., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Garnier, H. & Wearne, D. (2006). Does eighth-grade mathematics teaching in the United States align with the NCTM Standards? Results from the TIMSS 1995 and 1999 video studies. *Journal for Research in Mathematics Education,* 37(1), 5-32.

Jaworski, B. (2007). Theory and practice in mathematics teaching development: critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 9(2), 187-211.

Jones, S. & Tanner, H. (2002). Teachers' interpretations of effective whole-class interactive teaching in secondary mathematics classrooms. *Educational Studies,* 28(3), 265-274.

Kessler, R. J. (1985). *Teachers' instructional behavior related to their conceptions of teaching and mathematics and their level of dogmatism: Four case studies.* Unpublished doctoral dissertation. University of Georgia, Athens.

Khait, A. (2005). The definition of Mathematics: Philosophical and pedagogical aspects. *Science and Education,* 14, 137-159.

Korea's National Presentation, *12th International Congress of Mathematical Education* (ICME12), Seoul, South Korea, July, 2012.

Kuhs, T. & Ball, D. (1986). *Approaches to teaching mathematics: mapping the domains of knowledge, skills and dispositions*. Michigan State Univ. Center on Teacher Education. Lansing.

Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge: Cambridge University Press.

Leatham, K. (2006). Viewing mathematics teachers' beliefs as sensible systems. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 9(1), 91-102.

Lerman, S. (1990). Alternative perspectives of the nature of mathematics and their influence on the teaching of mathematics', *British Educational Research Journal* 16(1), 53–61.

Lerman, S. (2002). Situating research on mathematics teachers' beliefs and on change. In G. Leder, E. Pehkohnen & G. Törner (Eds.). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 233-243). Dordrecht: Kluwer.

Lewis, C. et al (2003). Lesson study and teachers' knowledge development: collaborative critique of a research model and methods. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, Chicago.

Maasz, J., & Schlöglmann, W. (Eds.). (2009). *Beliefs and attitudes in mathematics education: New research results*. Rotterdam: Sense Publishers.

Baxter Magolda, M. B. (1994). Post-college experiences and epistemology. *Review of Higher Education,* 18(1), 25-44.

Wideen, M., Mayer-Smith. J. & Moon. B. (1998). A critical analysis of the research on learning to teach: Making the case for an ecological perspective on inquiry. *Review of Educational Research,* 68(2), 130-178.

McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In A.D. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics learning and teaching (575-596). New York: MacMillan.

McGalliard, W. (1983). *Selected factors in the conceptual systems of geometry teachers*, Unpublished doctoral thesis, University of Georgia, Dissertation Abstracts International, 44, 1364A.

McNamara, O. & Corbin, B. (2001). Warranting practices: Teachers embedding the National Numeracy Strategy. *British Journal of Educational Studies,* 49(3), 260-284.

Morgan, C. (1998). *Writing Mathematically: the discourse of investigation.* London: Falmer.

Morgan, C., Evans, J. & Tsatsaroni, A. (2002) Emotion in school mathematics practices: A contribution from discursive perspectives, in *Proceedings of the Third International Mathematics Education and Society Conference***,** MES3, 2-7 April, Centre for Research in Learning Mathematics, Helsingor, Denmark.

Morgan, C., Tsatsaroni, A. & Lerman, S. (2002). Mathematics teachers' positions and practices in discourses of assessment. *British Journal of Sociology of Education,* 23(3), 445-461.

Morgan, C. (2010). Making sense of curriculum innovation and mathematics teacher identity. In C. Kanes (Ed.). *Elaborating Professionalism: Studies in Practice and Theory* (pp. 107-122). Dordrecht: Springer.

Morgan, C., Tang, S. & Sfard, A. (2013). *Studying the discourse of school mathematics over time: Some methodological issues and results.* In *Proceedings of the 8th European Research in Mathematics Education,* Antalya, Turkey.

Morgan (2013). Language and Mathematics: A field without boundaries. In *Proceedings of the 8th European Research in Mathematics Education,* Antalya, Turkey.

Mura, R. (1993). Images of mathematics held by university teachers of mathematical sciences. *Educational Studies in Mathematics,* 25(4), 375–385.

Murata, A. & Takahashi, A. (2002). Vehicle to connect theory research and practice: How teachers thinking changes in district level Lesson study in Japan. *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

NCTM (2006). National Council of Teachers of Mathematics. *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics*. Reston: Author. http://www.everydaymath.com/downloads/Correlations/nctm_focal_points.pdf

Nespor, J. (1987). The role of beliefs in the practice of teaching. *Journal of Curriculum Studies,* 19, 317-328.

Nimier, J. (1986). *Les Maths, le Français, les Langues ...a quoi ça me sert*?, Paris: Nathan.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research,* 62(3), 307-332.

Prawat, R. S. (1992). Are changes in views about mathematics teaching sufficient? The case of a fifth-grade teacher. *The Elementary School Journal,* 93(2), 195-211.

Perry, W. G. (1970). *Forms of intellectual and ethical development in the college years: A scheme*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Perry, W.G., Jr. (1981). Cognitive and Ethical Growth: The Making of Meaning, in Arthur W. Chickering and Associates, *The Modern American College*, San Francisco: Jossey-Bass, 76-116.

Perry, B., Way, J., Southwell, White, A. and Pattison, J. (2005). Mathematical beliefs and achievement of pre-service primary teachers. In Clarkson, P., Downton, A., Gronn, D., Horne, M., McDonough, A. Pierce, R. et al (Ed.). Building connections: Research, theory and practice. *Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. 2, pp. 625–632. Sydney: MERGA.

Ponte, J.P. (1994). *Mathematics teachers' professional knowledge*. In J.P. Da Ponte & J.F. Morais (Eds). *Proceedings of the eighteenth PME Conference*, Vol. 1, pp. 195-210. Lisbon, Portugal: The University of Lisbon.

Ponte, J.P. & Chapman, O. (2008). *Preservice mathematics teachers' knowledge and development*. In L.D. English (Ed), Handbook of Instuctional research in mathematics education (2nd ed), pp 223-261.

Powell, A. B., Francisco, J. M. & Maher, C. A. (2003). An evolving analytical model for understanding the development of mathematical thinking using videotape data. *The Journal of Mathematical Behavior,* 22(4), 405-435.

Raymond, A. M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education,* 28(5), 550-576.

Richardson, V. 1996. The role of attitudes and beliefs in learning to teach. In J.Sikula (Ed.), *Handbook of Research on Teacher Education*. New York: Macmillan.

Roth, W. M. & Lee, Y. J. (2007). Vygotsky's neglected legacy: Cultural historical activity theory. *Review of Educational Research*, 77(2), 186-232.

Ruthven, K. (1987). Ability stereotyping in mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 18(3), 243-253.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press Inc.

Schoenfeld, A. (2004). The Math Wars. *Educational Policy,* 18 (1), 253-286.

Schommer, M. (1990). Effects of beliefs about the nature of knowledge on comprehension. *Journal of Educational Psychology,* 82(3), 498-504.

Schommer, M. (1994). Synthesizing epistemic belief research: Tentative understandings and provocative confusions. *Educational Psychology Review,* 6, 293-320.

Schommer, M. (1998). The role of adults' beliefs about knowledge in school, work and everyday life. In M. C. Smith & T. Pourchot (Eds.). *Adult learning and development* (pp. 127-143). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Schommer-Aikins, M., Duell, O. K. & Barker, S. (2002). Epistemological beliefs across domains using Biglan's classification of academic disciplines. *Research in Higher Education,* 44 (3), 347-366.

Schommer-Aikins, M. & Easter, M. (2006). Ways of knowing and epistemological beliefs. *Educational Psychologist*, 3 (26), 411-423.

Schiralli, M. & Sinclair, N. (2003). A constructive response to 'where Mathematics comes from'. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 79-91.

Scott, J. (2001). The emerging of a novice teacher: the roles of his school mathematics images. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 3-28.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.

Singh, K., Granville, M. & Dika, S. (2002). Mathematics and science achievement: Effects of motivation, interest and academic achievement. *Journal of Educational Research*, 95(6), 323-332.

Skemp, R. (1989). Prologue: relational understanding and instrumental understanding. In R. Skemp, *Mathematics and Primary Education*. London: Routledge. (online) (ανακτήθηκε στις 28 Σεπτεμβρίου 2013).

Smith Senger, E. (1998). Reflective reform in mathematics: The recursive nature of teacher change. *Educational Studies in Mathematics,* 37(3), 199-221.

Speer, N. M. (2005). Issues of methods and theory in the study of mathematics teachers' professed and attributed beliefs. *Educational Studies in Mathematics,* 58(3), 361-391.

Steiner, H.G. (1987). 'Philosophical and epistemological aspects of mathematics and their interaction with theory and practice in mathematics education', *For the Learning of Mathematics,* 7(1), 7-13.

Stemler, S. (2001). An overview of content analysis. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 7(17). Ανακτήθηκε στις 10 Δεκεμβρίου 2013, http://PAREonline.net/getvn.asp?v=7&n=17.

Stipek, D. J., Givvin, K. B., Salmon, J. M. & McGyvers, V. L. (2001). Teachers' beliefs and practices related to mathematics instruction. *Teaching and Teacher Education,* 17, 213-226.

Stoll, L., Stobart, G., Martin, S., Freeman, S., Freedman, E., Sammons, P. & Smees, R. (2003). *Preparing for change: Evaluation of the implementation of the Key Stage 3 Strategy pilot - Executive Summary*. Nottingham: Department for Education and Skills.

Sztajn, P. (2003). Adapting reform ideas in different mathematics classrooms: Beliefs beyond mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 6(1), 53-75.

Tirri, K., Husu, J. & Kansanen, P. (1999). The epistemological stance between the knower and the known. *Teaching and Teacher Education,* 15, 911-922.

Thompson, A. (1984). 'The relationship of teachers' conceptions of mathematics teaching to instructional practice', *Educational Studies in Mathematic*s, 15, 105-127.

Thompson, A.G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D.A. Grouws (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 127-146. New York: MacMillan.

Tsatsaroni, A., Lamnias, K., Sakonidis, H. & Koulaidis, V. (1997). *Research communities, interpretive frames and power relations in education*. Paper presented in the 1997 Annual Conference of the British Sociological Association. University of York.

Lerman, S., Xu, G & Tsatsaroni, A. (2003) A sociological description of changes in the intellectual field of mathematics education research: implications for the identities of academics, *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, University of Oxford, Vol. 23, No.2, pp. 43-48.

Valero, P. & Gómez, C. (1996). Precalculus and Graphic Calculators: The Influence on Teachers Beliefs. In Puig, L., Gutiérrez, A. (Eds.). *Proceedings of the 20th PME Conference*. Valencia: Universidad de Valencia, pp. 4.363-4.370.

Van Zoest, L. R., Jones, G. A. & Thornton, C.A. (1994). Beliefs about mathematics teaching held by preservice teachers involved in a first grade mentorship program. *Mathematics Education Research Journal*, 6(1), 37-55.

Van Veen, K., Sleegers, P. & van de Ven, P. (2005*).* One teacher's identity, emotions and commitment to change: A case study into the cognitive-affective processes of a secondary school teacher in the context of reforms. *Teaching and teacher education,* 21, 917-934.

Wellington, J., (2000). *Educational Research. Contemporary Issues and Practical Approaches*. London: Continuum.

Wells, D. (1993). *Problem Solving and Investigations* (3rd ed.). Bristol: Rain Press.

Αγγελούδη, Α., Μπιλαδέρη, Μ. & Ρήγα, Β. (2013). *Οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης για τη φύση, τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών: ανιχνεύοντας το φύλο, τα χρόνια υπηρεσίας και το ισχύον Πρόγραμμα Σπουδών*. Πτυχιακή εργασία. Αλεξανδρούπολη: Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, ΠΤΔΕ.

Αλαχιώτης, Σ. (2002). Για ένα σύγχρονο εκπαιδευτικό σύστημα. *Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων*, 7, 7-18.

Ανδρέου & Παπακωνσταντίνου (1994). *Εξουσία και Οργάνωση και Διοίκηση του Εκπαιδευτικού Συστήματος*, Αθήνα, Εκδόσεις Νέα Σύνορα-Α.Α. Λιβάνη.

Βαϊνάς, Κ. (1990). Αρχιμήδης, Polya και ευρετικές στρατηγικές στη Διδακτική των Μαθηματικών, Σύγχρονη Εκπαίδευση, 55, Αθήνα.

Βέικου, Χ., Σιγανού, Α. & Παπασταμούλη, Ε. (2007). Σύντομη επισκόπηση του Παιδαγωγικού Πλαισίου του Ελληνικού Εκπαιδευτικού Συστήματος. Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων, 13, 55-68.

Βέικου, Χ., Βαρέση, Ε. & Πατούνα, Α. Παιδαγωγικό πλαίσιο: Περιεχόμενο Σπουδών και Διδακτική Πράξη. Ποιότητα στην εκπαίδευση. http://www.pischools.gr/download/programs/erevnes/ax_poiot_xar_prot_deft_ekp/poiot_ekp_erevn/s_89_196.pdf

Γερογιάννης, Κ. & Μπούρας, Α. (2007). Αναλυτικά Προγράμματα, Σχολικά εγχειρίδια: Σχεδιασμός Αναλυτικών Προγραμμάτων Σπουδών-Νέες τάσεις, στο *Πρακτικά Συνεδρίου: Η Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση και οι προκλήσεις της εποχής μας*. Ιωάννινα: Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Σχολή Επιστημών Αγωγής.

ΙΕΠ (2011). *Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση*. Αθήνα: ΙΕΠ/ ΕΣΠΑ 2007-13\ Ε.Π. Ε& ΔΒΜ\Α.Π. 1-2-3 «ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21ου αιώνα) –Νέο Πρόγραμμα Σπουδών, Οριζόντια Πράξη».

ΙΕΠ (2011). *Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση. Οδηγός για τον εκπαιδευτικό «Εργαλεία Διδακτικών Προσεγγίσεων»*. Αθήνα: ΙΕΠ/ ΕΣΠΑ 2007-13\ Ε.Π. Ε& ΔΒΜ\Α.Π. 1-2-3 «ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21ου αιώνα) –Νέο Πρόγραμμα Σπουδών, Οριζόντια Πράξη».

Ιωσηφίδης, Θ. (2003) Ανάλυση ποιοτικών δεδομένων στις κοινωνικές επιστήμες. Αθήνα: Κριτική.

Κατεφίδου, Σ. (2008). *Οι πεποιθήσεις των μαθητών του Γυμνασίου αναφορικά με τη φύση, τη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών*. Μεταπτυχιακή εργασία. Αλεξανδρούπολη: Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, ΠΤΔΕ.

Κλώθου, Ά. & Σακονίδης, Χ. (2001). Αντιλήψεις των δασκάλων για τα Μαθηματικά και τη μάθησή τους και πρακτικές διδασκαλίας και αξιολόγησης: μια πρώτη προσέγγιση. *5ο Πανελλήνιο Συνέδριο Διδακτικής των Μαθηματικών και Πληροφορικής στην Εκπαίδευση*. Μ. Τζεκάκη (επιμ.) Θεσσαλονίκη.

Κλώθου, Α., Σακονίδης, Χ. (2011), *Η νοηματοδότηση της αξιολογικής διαδικασίας στα μαθηματικά από τους εκπαιδευτικούς της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης: αντλώντας από τον παιδαγωγικό τους λόγο*, Στα πρακτικά του 4ου Πανελληνίου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών, Παιδαγωγικό Τμήμα Νηπιαγωγών, Ιωάννινα.

Κλώθου, Ά. & Σακονίδης, Χ. (2014). *Εκπαιδευτικοί και νέα Προγράμματα Σπουδών στα Μαθηματικά: όψεις αναπλαισίωσης*, Στα πρακτικά του 5ου Πανελληνίου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών, Φλώρινα.

Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και Πράξη στη Διδασκαλία των Μαθηματικών*. Αθήνα: Τόπος.

Κουλαϊδής, Β. & Τσατσαρώνη, Α. (2010) (επιμ.) *Παιδαγωγικές Πρακτικές: Έρευνα και εκπαιδευτική πολιτική*, Αθήνα: Μεταίχμιο.

Κυριαζή, Ν. (1999) *Η κοινωνιολογική έρευνα. Κριτική επισκόπηση των μεθόδων και των τεχνικών*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Κυρίτσης, Δ. (2009). Το Αναλυτικό Πρόγραμμα και οι αποδέκτες του. *Μέντορας*, 34-35, 112-125.

Λαΐνας, Α. (2000). Η Εκπαιδευτική Πολιτική στην Ελλάδα: Πρωταγωνιστές και Διαδικασίες, *Επιθεώρηση Διοικητικής Επιστήμης*, 6, σελ. 75-125.

Λάμνιας, Κ. & Τσατσαρώνη, Ά. (1999). Οι διαδικασίες αναπλαισίωσης στην πορεία παραγωγής της σχολικής γνώσης: προϋποθέσεις για την αλλαγή των σχολικών πρακτικών-2ο μέρος, Σύγχρονη Εκπαίδευση, 104, 70-77.

Mishler, E.G. (1996). *Συνέντευξη έρευνας.* Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Ρουμπέση, Ά. (2009). Τα νέα βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου και ο τρόπος αντιμετώπισής τους από τους καθηγητές. Μεταπτυχιακή εργασία. Διαπανεπιστημιακό-Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών. Αθήνα: ΕΚΠΑ, Τμήμα Μαθηματικών.

Σαΐτης, Χ. (2000). *Οργάνωση και Διοίκηση της Εκπαίδευσης*, Β' Έκδοση, Αθήνα: Ατραπός.

Ματσαγγούρας, Η. (2002). Διεπιστημονικότητα, διαθεματικότητα και ενιαιοποίηση στα νέα Προγράμματα Σπουδών: Τρόποι οργάνωσης της σχολικής γνώσης. *Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων*, 7, 19-36.

Μπαγάκης, Γ. (2004). *Ο εκπαιδευτικός και το αναλυτικό πρόγραμμα*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Μπιζά, Ε. (2003). *Διαφορετικές προσεγγίσεις της μαθηματικής γνώσης. Παραδείγματα αναφερόμενα σε έννοιες του απειροστατικού λογισμού με χρήση νέων τεχνολογιών*. Μεταπτυχιακή εργασία. Αθήνα: ΕΚΠΑ, Τμήμα Μαθηματικών.

Μπιλάλη, Ά. (2008). *Συγκριτική Προσέγγιση των Εκπαιδευτικών Συστημάτων Ελλάδας-Ουγγαρίας-Σουηδίας, στο παράδειγμα της Εκπαιδευτικής Αξιολόγησης, στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση*. Μεταπτυχιακή εργασία. Πανεπιστήμιο Πατρών, ΠΤΔΕ

Μπρίνια, Β. (2010). *Μελέτες περιπτώσεων εκπαιδευτικών μονάδων.* Αθήνα: Σταμούλης.

Πρόγραμμα Εκπαίδευσης Μουσουλμανοπαίδων (2005-2007). *Μαθηματικά σε περιβάλλον διαμορφωμένο για αυτόνομη μάθηση.* Παρουσίαση του εκπαιδευτικού υλικού για τα Μαθηματικά και Οδηγίες για την αξιοποίησή του στην τάξη. http://museduc.gr/el/σχολικα-βιβλια/βιβλία-για-το-γυμνάσιο/μαθηματικά/το-υλικό.

Προγράμματα Σπουδών Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης στις Θετικές Επιστήμες, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, ΥΠΕΠΘ, Αθήνα (2000).

Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά Παιδιά, Μεγάλα Μαθηματικά Νοήματα.* Αθήνα: Gutenberg.

Φιλίππου, Γ. & Χρίστου, Κ. (2001). *Κείμενα Παιδείας. Συναισθηματικοί παράγοντες και μάθηση των Μαθηματικών*. Αθήνα: Ατραπός.

Φιλίππου, Γ. & Χρίστου, Κ. (2002). *Διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Τυπωθήτω.

Φραγκουδάκη, Α. (2001). Η κοινωνική ανισότητα στην εκπαίδευση. Στο Θ. Δραγώνα, Ε. Σκούρτου & Α. Φραγκουδάκη. *Εκπαίδευση: πολιτισμικές διαφορές και κοινωνικές ανισότητες. Κοινωνικές Ταυτότητες/ Ετερότητες-Κοινωνικές Ανισότητες, Διγλωσσία και Σχολείο*. Τ. Α΄. Πάτρα: ΕΑΠ.

Χατζηγεωργίου, Γ. (2001). *Γνώθι το Curriculim*. Αθήνα, Ατραπός.

Υ.Π.Ε.Π.Θ. – Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. 2000. Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Ε.Π.Π.Σ), για την Πρωτοβάθμια και τη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Εισήγηση Π.Ι., β΄ έκδ., Αθήνα.

Fontana, D. (1996). *Ψυχολογία για εκπαιδευτικούς*. Αθήνα: Σαββάλας

Van de Walle, A.J. (2005). Μαθηματικά για το δημοτικό και το γυμνάσιο: Μια εξελικτική διαδικασία. Αθήνα: Τυπωθήτω.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΑΠΟΒΙΝΤΕΟΣΚΟΠΗΣΕΙΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΩΝ: ΚΕΙΜΕΝΑ

Στα κείμενα που ακολουθούν χρησιμοποιούνται οι συμβολισμοί:

Δασκ.: Δάσκαλος

Μ: Μαθητής ή το όνομα του μαθητή που εμπλέκεται στο διδακτικό επεισόδιο

Αποβιντεοσκόπηση διδασκαλίας 1ης εκπαιδευτικού: <u>Διερεύνηση</u> της έννοιας του κλάσματος με διαφορετικά μοντέλα

Δασκ. … Από την προηγούμενη εβδομάδα είχαμε ξεκινήσει να μιλάμε για τι …..(…..) … Αλεξάνδρα!

Αλεξάνδρα. Για τα κλάσματα! …

Δασκ. Για τα κλάσματα! Και τι είχαμε πει για τα κλάσματα; Τι σημαίνει αυτή η λέξη; Πώς την καταλάβαμε εμείς; ….Στέλλα…

Στέλλα. …. (….) πόσα πήραμε και πόσα ήταν στην αρχή!

Δασκ. Ωραία! …. Άλλος; Θέλει να προσθέσει κάτι; ……. Φωτεινή!

Φωτεινή……… (…) .. Πρώτα….

Δασκ. Πρώτα;

Φωτεινή. … Ο πρώτος αριθμός που χρησιμοποιήσαμε στην αρχαιότητα!

Δασκ. Α……!!! Γιατί όμως, θυμάστε; ….. (…..) αυτός ο τρόπος για τους αριθμούς μάλλον… Η Κική!

Κική! ….. (…..) ….

Δασκ. Γιατί όμως χρησιμοποιούμε αυτούς τους αριθμούς; Τα κλάσματα!

Μαθητής. Για να παίρνουμε όλοι το ίδιο! Για να είναι δίκαιο!

Δασκ. Για να είναι δίκαιο! Μάλιστα!!..... Τώρα εμείς θα αρχίσουμε να δουλεύουμε με κάτι πραγματάκια……. Ανά δύο θα τα χρησιμοποιήσετε …. Ανά δύο! (μοιράζει στα παιδιά το εποπτικό υλικό)………………Εντάξει! Πήραμε όλοι; …. Λοιπόν! Τι είναι αυτό που έχετε μπροστά σας; .. Ιωάννα!

Ιωάννα. Ένας κύκλος!

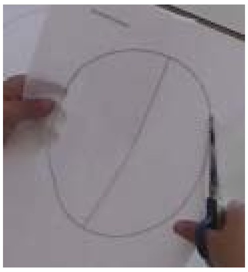
Δασκ. Ένας κύκλος! Αν αφήσουμε τη φαντασία μας, τι θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι για να μας αρέσει περισσότερο;..

Μαθητής. Μία μπάλα!

Δασκ. Μία μπάλα!!

Μαθήτρια. Μία πίτσα!

Άλλη μαθήτρια. Ένα μπισκότο!!

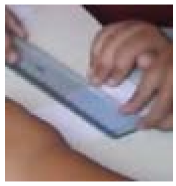


Δασκ. Ένα μπισκότο! Ένα μπισκότο τεράστιο!! Πολύ ωραία! Προσπαθήστε τώρα εσείς να μοιράσετε με διαφορετικούς τρόπους τα μπισκότα ή τις πίτσες, αυτές τις συγκεκριμένες…(μοιράζει κι άλλο υλικό) ………….. Ξεκινήστε να κόβετε πάνω στις γραμμούλες που σας έχω δώσει πάνω στις φωτοτυπίες, για να δούμε τι θα βγάλουμε! ……………… Όπως είναι η γραμμή ……. (τα παιδιά κόβουν τις πίτες) ………………………………………

(08:19)…… Ωραία! Τελειώσατε; ….. Πολύ ωραία το κόψατε!....... (09:35) Γιατί το κόβουμε σ' εκείνο το σημείο; …….. Γιατί το κόβουμε σ' εκείνο το σημείο; …. όλο τους ίδιους βλέπω να σηκώνουν τα χέρια τους! … Άρη! Γιατί το κόβουμε σ' εκείνο το σημείο;

Άρης…… Το κόβουμε σε εκείνο το σημείο γιατί πρέπει να είναι χωρισμένο στη μέση και ο ένας να φάει το ένα κι ο άλλος να φάει το άλλο!!

Δασκ. Δηλαδή, αυτά τα κομμάτια, έτσι όπως τα κόψαμε, είναι ίσα μεταξύ τους ή όχι; … Είναι δίκαιη μοιρασιά………(……) …… Να δοκιμάσουμε αν ταιριάζουν τα κομμάτια; Αν όντως είναι στη μέση;



Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Για δοκιμάστε!....... Ο Απόστολος προτίμησε να μετρήσει σε εκατοστά τα κομμάτια που έκοψε! Εσείς πώς μπορείτε να τα συγκρίνετε μεταξύ τους;

Μαθήτρια. ……(…..)……

Δασκ. Πάνω στον κύκλο μας ταιριάζουν; Για δεσ' τε!

Μαθ. Κυρία! Πώς να το βάλουμε;

Δασκ. Όπως θέλετε! Παίζει ρόλο; Ωραία! …… Δηλαδή, αν φάει η Αλεξάνδρα ένα κομμάτι και η Γεωργία το άλλο, θα έχουν φάει το ίδιο;

Μαθ. Ναι!

Δασκ. Ωραία! Δηλαδή τι μέρος από την πίτσα θα έχει φάει, ας πούμε, η Αλεξάνδρα;….. Εεε; Τι μέρος από το ολόκληρο; Ειρήνη.

Μαθ. Το μισό!

Δασκ. Θα έχει φάει λες το μισό. Σε πόσα κομμάτια έχουμε κόψει την πίτσα;

Ειρήνη. Σε δύο!

Δασκ. Σε δύο! Το μισό λέει έχει φάει η Ειρήνη…… Πώς αλλιώς μπορούμε να το εξηγήσουμε;

Ειρήνη! Το ½!

Δασκ. Το ένα;

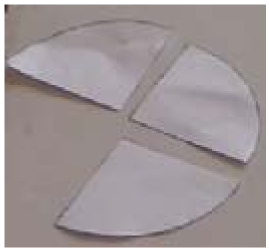
Ειρήνη. Το ένα από τα δύο!

Δασκ. Ωραία! … Τελειώσαμε όλοι; ……. Θα βάλετε στην άκρη τα κομματάκια που έχετε κόψει από το πρώτο μοίρασμα και να πάμε στο επόμενο……. (μοιράζει φυλλάδια) ………………

… Λοιπόν, τώρα θα κάνετε την ίδια δουλειά στο επόμενο μοίρασμα. (13:37)…………Όπου υπάρχουν γραμμές, θα κόβετε. Όπου υπάρχουν γραμμές!........ Πάρα πολύ ωραία Βασίλη! ……………………………………………….. (17:03) .. Τελειώνετε παιδιά;

Μαθ. Τελειώσαμε!

Δασκ. Ωραία! … Τώρα. Θέλω να μου πείτε, πώς μοιράστηκε τώρα η πίτσα;……………………. Ποιος θα μου πει, πώς έχει μοιραστεί τώρα η πίτσα; ……….. Όλο οι ίδιοι σηκώνουν το χέρι!



Μαθ. Κυρία, ξέρω! .. Στα τέταρτα!

Δασκ. Είπαμε όμως ότι περιμένουμε τη σειρά μας! Έτσι δεν είναι;

Μαθ. Εντάξει!!

Δασκ. …….. Στα πόσα έχουμε μοιράσει την πίτσα μας τώρα;……..

Μαθ. …. Στα τέσσερα!

Δασκ. Δηλαδή, αν θέλαμε να μοιράσουμε την πίτσα, πόσα μπορούσαμε να πάρουμε κι από πόσα;

……..(…….) ……. Είναι δίκαια μοιρασμένα; …… Λοιπόν…… Είναι, λοιπόν, μοιρασμένη στα τέσσερα!... Πόσοι θα μπορούσαν να μοιραστούν αυτή την πίτσα;…… Πόσοι θα μπορούσαν να τη μοιραστούν;…… Κυριακή;…… Πόσοι θα μπορούσαν να τη μοιραστούν, την ίδια πίτσα;;

Κυριακή……… Τέσσερις!

Δασκ. Τέσσερις; Ωραία! Από πόσα κομμάτια θα μπορούσε να πάρει ο καθένας;

Κυριακή. Από ένα!

Δασκ. Από ένα;

Κυριακή. Θα μπορούσαν να τη μοιραστούν σε λιγότερα άτομα……(…)..

Δασκ. Πάρα πολύ ωραία Κυριακή! Ακούσατε τι είπε η Κυριακή; Θα μπορούσαν να τη μοιραστούν λιγότερα άτομα την πίτσα αυτή και να πάρουν από πόσα κομμάτια;……

Μαθ. 2/4!

Δασκ. Μάλιστα, 2/4!!...... Δηλαδή, από πόσα κομμάτια θα πάρει ο καθένας;

Μαθ……. ¼ και ¼;

Δασκ. Μάλιστα! Πάρα πολύ ωραία! ¼ και ¼!

Μαθ. Ναι!!

Δασκ. ….. Μπορεί δηλαδή να φάνε ή τέσσερις άνθρωποι ή δύο άνθρωποι! ……… Αν έτρωγε ένας, πόσα κομμάτια θα έτρωγε;

Μαθ. Τέσσερα κομμάτια (χαμηλόφωνα)!

Δασκ. Αν έτρωγε ένας, πόσα θα έτρωγε;……..

Κάποια μαθ. Ένα!!

Δασκ. Τι ένα;

Μαθ. (Πολλοί μαζί) ………..(……)…….

Δασκ. …… 4/4 λέει η Φωτεινή!! …… Όλη την πίτσα λέει η Γεωργία! .. Συμφωνείτε;;

Μαθ. Εγώ, κυρία, συμφωνώ! …….

Άλλοι μαθητές. Ναι!!

Δασκ. Δηλαδή, αν προσπαθήσουμε να ταιριάξουμε τα τέσσερα κομμάτια, αυτά που κόψαμε πάνω στα μισά που κόψαμε, πόσα κομμάτια θα πήγαιναν πάνω στο κάθε κομμάτι; …. Πόσα κομμάτια θα αντιστοιχούσαν πάνω στο μισό κομμάτι της πίτσας, Πάρη;

Πάρης. ….. Κυρία, ξέρετε ότι έχω…..(…)..

Δασκ. Πάρη, δεν έχει σχέση όμως αυτό μ' αυτό που λέμε!...Ρώτησα κάτι!!

Πάρης. Τι ρωτήσατε;!

Δασκ. Ρώτησα, πόσα κομμάτια από αυτά τα τέσσερα που κόψαμε χωράνε στο μισό της πίτσας;; …. Εεε; …… Για προσπαθήστε λίγο να τα ταιριάσετε! ….. Ειρήνη, πόσα κομμάτια ταιριάζουν στο κάθε μισό που έχεις κόψει;…………. Μόνο η Αλεξάνδρα! … Πόσα κομμάτια ταιριάζουν σε κάθε μισό κομμάτι;;……. Πόσα κομμάτια ταιριάζουν, παιδί μου;

Μαθ. Δύο!

Δασκ. Δύο!! … Δηλαδή, αν ένα έχει φάει το μισό κομμάτι που κόψατε και φάει τα δύο τέταρτα, όπως είπατε, θα έχει το ίδιο, λιγότερο ή περισσότερο;……

Μαθ. Το ίδιο!

Δασκ. Το ίδιο θα έχει φάει! Συμφωνείτε;

Μαθ. Ναι!

Δασκ. Να μοιράσουμε κι άλλο να κάνουμε τη δουλειά μας;!

Μαθητές. Όχι!!

Δασκ. (μοιράζει τα φυλλάδια) ……..(24:40) …………(οι μαθητές αρχίζουν να κόβουν) ……………Απόστολε, να το κόψεις στη μέση και να πάρεις εσύ το μισό και εσύ το άλλο μισό….(26:17) ……………………………(27:54) ….. Πολύ ωραία! Εδώ τελειώσαμε; …………. Πάρα πολύ ωραία!!.......................(28:40) …..Πολύ ωραία! Είναι κανένας που δεν ολοκλήρωσε το κόψιμο; …. Πάρη, τώρα θέλω να μου πεις….. Να πάρεις αυτά τα κομμάτια…. Πόσα ήταν;…… Πόσα ήταν αυτά τα κομμάτια που κόψατε τώρα;

Μαθ. Έξι!

Δασκ. Πολύ ωραία! … Και θέλω να μου πεις………Θα φας τα δύο κομμάτια. Τι μέρος της πίτσας θα έχεις φάει;

Μαθ. ……Έξι!!!

Δασκ. Θα έχεις φάει και τα έξι;!

Μαθ. Όχι!!...... Θα πάρω τα δύο και ……(…..)..

Δασκ. Δηλαδή, θα πάρεις πόσα κομμάτια από το όλο; Πόσα κομμάτια θα πάρεις από ολόκληρη την πίτσα;

Μαθ. ……. Παίρνουμε δύο….. από τα … τέσσερα!....

Δασκ. Από τα;;; ……. Τέσσερα είπες!! …. Άλλος! …. Ουρανία!

Ουρανία. Δύο από τα έξι!

Δασκ. Δύο από τα έξι! Πάρα πολύ ωραία!! Και αν το λέγαμε έτσι όπως το λένε οι μαθηματικοί …. πώς θα το λέγαμε αυτό το κλάσμα; ………… Πώς θα το λέγαμε αυτό το κλάσμα; …… Εεε; … Βασίλη! ………… Ο Φάνης είπε ότι έφαγε τα δύο από τα έξι!......

Βασίλης. Πόσα έμειναν;

Δασκ. Όχι, πόσα έμειναν! … Πώς θα το λέγαμε όπως το λένε οι μαθηματικοί ας πούμε; …. Πώς θα το λέγαμε με τον τρόπο που μάθαμε …(…) … Πώς το λένε το δύο από τα έξι αλλιώς;… Δέσποινα!

Δέσποινα. 2/6!

Δασκ. 2/6! Πολύ ωραία!............... Δηλαδή, τι έχουμε καταλάβει μέχρι τώρα; Ο αριθμός που είναι πάνω στη γραμμούλα, μας δείχνει τι; .. Τι μας λέει; Κάτι ψιθυρίζει, αλλά τι μας λέει ο αριθμός που είναι πάνω στη γραμμή;;……… Βασίλη! Τι είναι ο αριθμός που είναι πάνω από τη γραμμή; ……

Άλλη μαθήτρια. Πόσα κομμάτια πήραμε!

Δασκ. Πάρα πολύ ωραία!! …. Χωρίσαμε κάτι και ο πάνω αριθμός μάς δείχνει πόσα κομμάτια πήραμε εμείς! Και ο κάτω αριθμός τι λέει; ….. Ο κάτω αριθμός τι μας λέει Κων/νε;

Κων/νος. Έξι!

Δασκ. Δηλαδή;

Κων/νος. ………(…..)…………………..

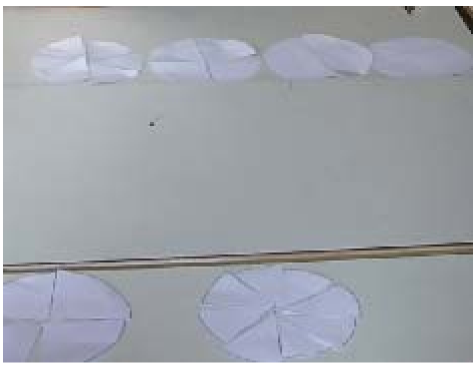
Δασκ. Νομίζω ξέρεις τι εννοεί;

Μαθ. …….. Από τα έξι κομμάτια ……. (…..)

Δασκ. Από τα έξι κομμάτια, πολύ σωστά!.... Ο κάτω αριθμός τι μας λέει, Κων/νε; Το έξι τι είναι; …

Κων/νος. ………. Τα κομμάτια……

Δασκ. Τα κομμάτια που……..;;;…… Τι είναι αυτό το έξι;;;; ……. Τα κομμάτια της πίτσας που;;……… Η μισή πίτσα είναι τα έξι κομμάτια;



Μαθ. Όχι!!

Κων/νος. Ολόκληρη! ..

Δασκ. Άρα, δύο φάγαμε, από τα πόσα; …. Από τα έξι (μαζί με τον μαθητή)….. Τώρα δείτε λίγο, πόσα κομμάτια από τα έξι, μπορούν να ταιριάσουν στη μισή πίτσα;……… Πόσα κομμάτια από τα έξι μπορούν να ταιριάσουν στη μισή πίτσα;; …….. Κυριακή! … Κυριακήηηη!!

… Πόσα κομμάτια από τα έξι μπορούν να ταιριάσουν στη μισή πίτσα; …….. Δείτε το λίγο…….. Λοιπόν θα δείτε;; …….. Ειρήνη, λοιπόν τι λες εσύ; .. Πόσα κομμάτια από τα έξι ταιριάζουν στη μισή πίτσα; ……………………………………………… Πες μας Γιάννη!

Μαθ. Τρία!

Δασκ. Τρία!! Για να τα πάρουμε από την αρχή. … Τα έχετε όλα μπροστά σας, έτσι δεν είναι; …….. Λοιπόν τώρα, χωρίστε το πρώτο μισό που κόψατε. Βάλτε το μπροστά σας το πρώτο μισό που κόψατε από το ολόκληρο…… Ωραία! … Δίπλα στο πρώτο μισό ταιριάξτε πόσα από τα τέσσερα που κόψατε ταιριάζουν. …………………………… Ωραία! …. Και μετά ταιριάστε, πόσα από τα έξι αντιστοιχούν πάλι στο μισό που είχατε κόψει. ….. Για να δω! ……. Ωραία! ……όπως σας βολεύει παιδιά!.................................... Τα ταιριάσατε όλοι;

Μαθ. Ναι!

Δασκ. Για να ακούσω Αλεξάνδρα, πόσα κομμάτια από τα έξι ταιριάζουνε στο μισό της πίτσας;

Αλεξάνδρα. Τρία!

Δασκ. Τρία κομμάτια λέει η Αλεξάνδρα! Συμφωνούμε;;

Μαθ. Ναι!

Δασκ. Για να δω, το κάνατε όλοι;

Μαθ. Εγώ κυρία, τα έβαλα το ένα πάνω στο άλλο! Πρώτα έβαλα το μισό από πάνω έβαλα τα τέταρτα και μετά έβαλα αυτά που ταιριάζουν από τα έξι!

Δασκ Ωραία! …. Αν σας έλεγα, ο ένας να πάρει τη μισή πίτσα. Ο άλλος να πάρει τα 2/4 και ο τρίτος τα 3/6, θα έχει πάρει το ίδιο;

Κάποιοι μαθητές. Όχι!

Δασκ. …. Εεε! …. Ακούσατε τι είπα; … Ειρήνη, τι λες;… Αν ο Πάρης έχει φάει τα τρία από τα έξι, ο Απόστολος έχει φάει το μισό και η Ευαγγελίτσα έχει φάει τα δύο από τα τέσσερα, έχουν φάει το ίδιο;

Ευαγγ. Όχι!

Δασκ. Όχι; Συμφωνείτε όλοι;

Μαθ. Όχι! ….. Ναι!

Δασκ. Ναι ή όχι; ….. Ποια θα ήταν η διαφορά μεταξύ τους;

Μαθ. Νομίζω ότι αν ο ένας πάρει ένα κομμάτι τέτοιο και δύο κομμάτια ο άλλος, θα είναι ίδιο αυτό!

Δασκ. Και τρία ο άλλος από τα έξι;

Μαθ. Α, και τα τρία;!

Δασκ. Τα τρία από τα έξι;… Θα έχουν φάει όλοι το ίδιο;

Μαθ. Όχι!

Δασκ. Να πω κάτι; …… Αν ο ένας έχει φάει τη μισή πίτσα, ο άλλος τα δύο από τα τέσσερα και η Γεωργία τα τρία από τα έξι, θα έχουν φάει όλοι το ίδιο;

Μαθ. Όχι!

Δασκ. Όχι, ε;! Για δοκιμάστε λίγο για να το δούμε. … Δεν τα ταιριάσατε; …

Μαθητής. …. Α! Θα έχουνε φάει όλοι το ίδιο!

Δασκ. Ποια θα είναι η διαφορά όμως;

Μαθητής. …. Η διαφορά θα είναι…….. ότι ένα τέτοιο κομμάτι χωρίζεται στα δύο και στα τέσσερα και στα έξι…… Μπορεί, επίσης, να χωριστεί και στα επτά!

Δασκ. Σε πολλά μπορεί να χωριστεί!......... Λέω εγώ τώρα…. Αν εσύ έχεις φάει τη μισή, η Αλεξάνδρα τα δύο από τα τέσσερα και η Ευαγγελίτσα τα τρία από τα έξι, θα έχουν φάει όλοι το ίδιο;

Μαθητές. Όχι!!!

Δασκ. Για να ακούσω, Αλεξάνδρα.

Αλεξάνδρα. Αν κυρία πάρω το μισό κομμάτι και το βάλω πάνω στα δύο από τα τέσσερα είναι ακριβώς το ίδιο! ….Και αν το βάλουμε πάνω από τα τρία από τα έξι, είναι πάλι ακριβώς το ίδιο!!

Δασκ. Ωραία! … Η διαφορά ποια είναι;

Μαθητής. …….. Η διαφορά είναι είτε πάρεις το μισό κομμάτι είτε πάρεις (ασάφεια σ' αυτά που λέει) (….) ……

Δασκ. Θα έχουν φάει το ίδιο, θα έχουν χορτάσει το ίδιο…. Λέμε τώρα! Αλλά ποια θα είναι η διαφορά, Απόστολε; ….. Ποια θα είναι η διαφορά μόνο; ………… Σαν ποσότητα είπαμε ότι θα είναι ή ίδια! …… Σαν κομμάτια θα είναι τα ίδια;…………. Μόνο η Αλεξάνδρα;! …. Κανένας άλλος;! ……… …….

Μαθήτρια. …… Η διαφορά θα είναι ότι στα τέσσερα κομμάτια θα φάει δύο ό καθένας, ενώ στα έξι θα φάει τρία!!

Δασκ. …. Άρα, ο τρόπος που είναι μοιρασμένο … ποιο;… Το ολόκληρο! Αυτό είναι το διαφορετικό. Δηλαδή, αυτό που έχει σημασία είναι το ολόκληρο; …… Για να συγκρίνουμε και να πούμε πόσα έφαγε ο ένας και πόσα έφαγε ο άλλος; ….. Εεε; ………………Τι λέτε; …….. Τι λέει αυτή η ομάδα;……. Τι είναι σημαντικό στη δίκαιη μοιρασιά; …… Κων/νε!!! …….. Τι είναι σημαντικό στη δίκαιη μοιρασιά;

Μαθήτρια. ……………………………………… (μιλά με πλάτη στην κάμερα. Αδύνατη ακρόαση) …………… ………………….

Δασκ. …… Ααααα, μάλιστα! Δεν πρέπει να είναι ίδιο πρέπει να είναι (….) και το ολόκληρο! Ας πούμε ….εεε…. εγώ κι η αδερφή μου φάγαμε από δύο πίτσες, τη μισή πίτσα, αλλά μαλώσαμε γιατί η αδερφή μου έλεγε ότι έφαγε λιγότερη από μένα! Γιατί; ….. Γιατί, Απόστολε;

Απόστολος. …. Γιατί μπορεί …. Το άλλο κομμάτι να είναι μικρότερο;!

Δασκ. Δηλαδή; Γιατί να είναι μικρότερο; Αφού από την ίδια πίτσα φάγαμε και ίδια ποσότητα φάγαμε! ….. Μαρίνα.

Μαρίνα. ….. (…..)…..

Δασκ. Το ένα μισό; …….. Έλενα! … Θέλεις να πεις κάτι; ….. Γιατί η αδερφή μου λέει ότι αυτή έφαγε λιγότερο και εγώ περισσότερο; Ήταν δύο οι πίτσες! Και εγώ έφαγα μισό και εκείνη έφαγε μισό! Λέει όμως ότι εγώ έφαγα περισσότερο…… Κωνσταντίνε!!! ….. Απόστολε, θες να πεις τίποτα;

Απόστ. Όχι!

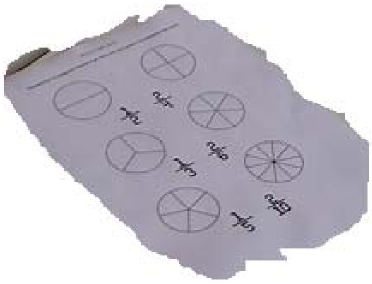
Δασκ. …. Μαρίνα!

Μαρίνα! …… Μπορεί η μία πίτσα να είναι μεγαλύτερη!

Δασκ. Μπορεί η μία πίτσα να είναι μεγαλύτερη! Συμφωνείτε;;

Μαθ. Ναι!

Δασκ. Ωραία! ………Μέχρι τώρα λοιπόν έχουμε πει… ότι είτε φάμε τρία από τα έξι, είτε δύο από τα τέσσερα, είτε τη μισή, έχουμε φάει όλοι το ίδιο! ……… Λοιπόν,….. βάλτε στην άκρη αυτά που χρησιμοποιήσαμε, βάλτε τα στην άκρη και πάρτε τώρα αυτό… (μοιράζει φυλλάδια)…………… Τώρα λοιπόν θέλω να κάνετε το εξής. Εγώ δεν θα σας πω τίποτα……Θέλω να διαβάσετε, με πολύ πολύ προσοχή τι ζητάει η εκφώνηση της άσκησης…… Δεν θα σας πω κάτι! Θέλω να το κάνετε ολομόναχοι!...... Για να δούμε τι καταλάβατε………Διαβάστε με προσοχή τι λέει η άσκηση…………Σσσς….. Διαβάστε προσεκτικά την εκφώνηση της άσκησης…………Απόστολε! Να διαβάσεις την εκφώνηση με προσοχή και να κάνεις αυτό που λέει η άσκηση… (03:02) ……………………………………… ………………………..(τα παιδιά εργάζονται πάνω στο φυλλάδιο και φωνάζουν το ένα μετά το άλλο ότι τελείωσαν)…. (07:13)…………. Τελειώσαμε;



Μαθ. Ναι!

Δασκ. Πολύ ωραία!! ……. Λοιπόν! ………. Θέλω να μου πείτε τώρα, ποιο από τα ζευγάρια αυτά, ποιο από τα ζευγάρια αυτά, που χρωματίσατε τις πίτσες………………. Αυτή η ομάδα. …. Θέλω να μου πείτε ……… (η κάμερα απομακρύνεται. Τα παιδιά κάνουν πολύ φασαρία. Η δασκάλα συνομιλεί με τα παιδιά της ομάδας. Η ακρόαση είναι σχεδόν αδύνατη) …..Θέλω να μου εξηγήσετε εδώ τον τρόπο .. (…..) …. Σσσσσς! …….. Ποιο; …….

Μαθ. ….. (…..)

Δασκ. Το ένα από τα δύο! Πολύ ωραία!! … Και στον δεύτερο κύκλο;

Μαθ. Τα δύο από τα τέσσερα!

Δασκ. Τα δύο από τα τέσσερα!! …. Δηλαδή, είναι ίδιο το μέρος του ολόκληρου που πήρατε;……… (…….) ……… Στον πρώτο κύκλο λέει πήρατε το μισό και στον δεύτερο τα δύο από τα τέσσερα! ….. Και λέει η Ειρήνη ότι πήραμε το ίδιο μέρος από το ολόκληρο και στη μία και στην άλλη περίπτωση! .. Συμφωνείτε; ….Εεεε; …….. Συμφωνούμε;

Μαθ. Ναι! (βαριεστημένα)

Δασκ. Πρέπει να μας πείτε όμως γιατί συμφωνούμε!

Μαθήτρια. Γιατί αν πάρουμε τα δύο αυτά και τα ενώσουμε, μας κάνει ένα μισό!

Δασκ. Ααααα! Πολύ ωραία! ….. Στο δεύτερο ζευγάρι τι γίνεται; …. Σσσς! …. Στο δεύτερο ζευγάρι τι γίνεται; …………. (κάνει προσωπική παρατήρηση σε κάποιον ανήσυχο μαθητή)…………. Τώρα! …. Ακούω παιδιά…… Σσς! …. Στο δεύτερο ζευγάρι…..

Μαθήτρια. 1/3!

Δασκ. Δηλαδή;

Μαθ. Πήραμε ένα από τα τρία!

Δασκ. Στον άλλο κύκλο;

Μαθ. …….. Πήραμε δύο από τα έξι!

Δασκ. Πήραμε το ίδιο μέρος από το ολόκληρο;

Μαθ…… Ναι!

Δασκ. Ωραία! Γιατί είναι εμφανές! …. Είτε πάρουμε το ένα από τα τρία είτε τα δύο από τα έξι, έχουμε πάρει το ίδιο;;

Μαθ. Ναι!

Δασκ Ωραία! … Για να πάμε και στο επόμενο….. Εδώ….. Στο τελευταίο ζευγάρι των κύκλων ……Από πού πήραμε και τι;

Μαθήτρια. Από τα δύο πήραμε τα δέκα! …. Εεε… Από τα δέκα πήραμε τα δύο! …..

Δασκ. Τον δεύτερο κύκλο λες; …….. Ναι! Πολύ ωραία! Από τα δέκα πήραμε τα δύο! Και εδώ, σ' αυτόν τον κύκλο;

Μαθήτρια. Από τα πέντε πήραμε το ένα!

Δασκ. Πήραμε το ένα!! Δηλαδή, φάγαμε το ίδιο;; …………Έλενα τι λες; Είναι το ί-διο; ….. Είτε φάμε ένα από τα πέντε είτε δύο από τα δέκα, είναι το ίδιο;….

Έλενα. Όχι!!

Δασκ. Όχι! … Είναι κάποιος που έχει άλλη άποψη από αυτό που λέει η Έλενα; … Δέσποινα;

Δέσποινα. ….. Αυτά είναι πιο μικρά, αλλά είναι το ίδιο (….)

Δασκ. Απλά έχουν χωριστεί σε περισσότερα κομμάτια ……. (κάνει παρατήρηση στον γνωστό μαθητή) ………Αυτό που καταλάβαμε μέχρι στιγμής είναι ………. Ποια πράγματα έχουμε καταλάβει μέχρι τώρα στα κλάσματα; …. Στη δίκαιη μοιρα-σιά…… Αλεξανδρα!

Αλεξάνδρα….. (……) Ποιος θα πάρει περισσότερο ή λιγότερο….

Δασκ. Και τι ρόλο παίζει στη δίκαιη μοιρασιά;

Αλεξάνδρα. Να μοιραζόμαστε όλοι μας το ίδιο!

Δασκ. Ναι! Αλλά τι όμως;

Αλεξάνδρα. Αυτό.. που έχουμε να μοιραστούμε…!

Δασκ. Δηλαδή, μπορώ εγώ να συγκρίνω πόσο έχω φάει μ' έναν φίλο μου, αν εγώ έχω φάει πίτσα και αυτός έχει φάει σοκολάτα;

Αλεξάνδρα. Όχι!

Δασκ. Άρα, τι πρέπει να είναι τα πράγματα;

Αλεξάνδρα. Πρέπει να είναι ίδια τα πράγματα!

Δασκ. Πρέπει να είναι ίδια τα πράγματα! Πολύ ωραία! … Επίσης, τι άλλο διαπιστώ-σαμε με τους κύκλους που κόψαμε και μετά με τα σχήματα που ζωγραφίσαμε;……

Εεε; … Δίκαιη μοιρασιά! Και τι άλλο διαπιστώσαμε; ….. Τι άλλο διαπιστώσατε Χάρη;

Χάρης. ………(…….) …….

Δασκ. Είπαμε ότι αν φάμε μισό ή δύο από τα τέσσερα κομμάτια μιας πίτσας, είναι διαφορετικό ή ίδιο; ………Είτε φάω αυτό το κομμάτι είτε φάω αυτά τα δύο, είναι διαφορετικό ή ίδιο;

Χάρης. … Ααα! ….. Ίδιο! ……… Και, επίσης, όταν είναι τέσσερα τα κομμάτια, πόσα κομμάτια θα πάρω για να συμπληρώσω ένα μισό; ………Παιδιάαα! …… Έχω μοιρασμένα τέσσερα κομμάτια σε μια πίτσα και άλλη μία την έχω κόψει στη μέση. Πόσα κομμάτια από τα τέσσερα πρέπει να πάρω για να συμπληρώσω ένα μισό; …….. Έχετε μπροστά σας και τα σχήματα!...Φωτεινή!

Φωτεινή. Τα δύο κομμάτια!

Δασκ. Τα δύο από τα πόσα;

Φωτεινή. Από τα τέσσερα για να συμπληρώσουμε τη μισή πίτσα! Θα χρειαστούμε τα 2/4!

Δασκ. Πολύ ωραία!......... Τώρα θα σας δώσω κάποια …………… (μοιράζει) …….

Μαθητής … Πότε χτυπάει κουδούνι; …….

Δασκ. ……… Θα σας μοιράσω κάποιες κάρτες και θέλω να αντιστοιχίσετε τα σχήματα με τα κλάσματα. Εντάξει; ……. Και μετά θέλω να μου πείτε……. Τα σχήματα τα αντίστοιχα και τα κλάσματα από αυτό το φυλλάδιο………Και αυτή η ομάδα έχει να κάνει το αντίστοιχο, είτε με κύβο είτε με σφαίρα… έχετε να κάνετε το αντίστοιχο με το φυλλάδιο αυτό! ……. Δείτε πρώτα αυτά… Δείτε πρώτα αυτά….. Εντάξει; ………………Καθίστε κάτω! Καθίστε κάτω! … Για να δούμε! … Τι μέρος από το ολόκληρο έχετε κάθε φορά πάρει………Δεν θα προλάβετε! ………….. (γίνονται κάποιοι μικροδιάλογοι. Πολύ φασαρία) …… (οι ομάδες εργάζονται). Η δασκάλα βοηθά την ομάδα με τα στερεά, αλλά η ακρόαση είναι αδύνατη) ……… Χωρίς φασαρία παιδιά! …. Τα βρήκατε; ……………….Να ξεκινήσουμε μία - μία τις ομάδες…………. Ένα λεπτό….. (πάρα πολύ φασαρία) ….. Δείξε μου, λοιπόν, τα 2/4 από αυτά που κρατάς………..(22:10) ….. (η δασκάλα εποπτεύει τις ομάδες. Κάνει κάποιους διαλόγους, αλλά η φασαρία είναι μεγάλη και η ακρόαση είναι αδύνατη) ………Από τα 2/4, πόσα κομμάτια κρατάς…………(μιλά στην ομάδα με τα στερεά) …… Βάλε, σε παρακαλώ, και το άλλο κομμάτι……. Τα 2/4 θέλω να μου δείξεις ……. Αυτά τα δύο είναι 2/4; ……Συμφωνείς εσύ, Κυριακή;

Κυριακή. Ναι!

Δασκ. .. Για να δω εσύ τι κρατάς….. ωραία! Αν σου πω να πάρεις τα 2/3, πόσα κομμάτια θα μου δείξεις; ……… (δείχνει δύο κομμάτια από τα τρία) ….. Πάρα πολύ ωραία!! …… (στην ομάδα με τις κάρτες) …… Για κοιτάξτε εδώ! …… Τα βλέπετε ό-λοι; ….. Συμφωνείτε με αυτά που επιλέξαμε;

Μαθ. .. Αυτό δεν είναι σωστό!

Δασκ. …… Αν σου πω να μου δείξεις ποιο σχήμα είναι τα 2/4; ……Το βρήκατε; ……. Αυτό τι είναι; ……… Πολύ ωραία! …. Κωνσταντίνε, εδώ! …… Βρες το εσύ και περιμένω να μου πεις ……. (πάει στην τρίτη ομάδα) …… Πόσες φορές θα πάρουμε το 1/6 για να συμπληρώσουμε το μισό;….. Δοκίμασε να δεις. … Δηλαδή, πόσες φόρες πήρες το 1/6

Μαθ. Τρεις φορές!

Δασκ. Δηλαδή, άμα πάρεις 1/6 και 1/6 και 1/6….. δηλαδή, τι θα κάνεις μεταξύ τους; …….. Τι θα κάνεις μεταξύ τους;

Μαθητής. ….. Κυρία, κουδούνι χτύπησε!!

Δασκ. …… Πόσες φορές θα πάρουμε το 1/6 και θα το βάλουμε εδώ (δείχνει το μισό)! …… Λοιπόν, παιδιά βγαίνουμε διάλειμμα!

1.2 Αποβιντεοσκόπηση διδασκαλίας 2ης εκπαιδευτικού: <u>Ερμηνείες</u> ενός κλάσματος με το μοντέλο των διακριτών ποσοτήτων

Δασκ. … Και τι άλλο θα αλλάξουμε εκτός από την ημερομηνία;

Μαθητής. Και τον μήνα!

Δασκ. Θα αλλάξουμε και τον μήνα!....... (γράφει στον πίνακα) …. 2 Απριλίου, λοιπόν, σήμερα …… Λοιπόν ……. Είσαστε έτοιμοι;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Είχα μια επίσκεψη σήμερα… Μετά απ’ αυτά που κάναμε ήρθε η μάγισσα «Ξυδού»….! Έφερε πράγματα πολλά, τα οποία, λέει η μάγισσα «Ξυδού», με τα οποία πρέπει, λέει η μάγισσα «Ξυδού», να κάνουμε το παιχνίδι της δίκαιης μοιρασιάς….. Τώρα εγώ δεν ξέρω και πολλά-πολλά, αλλά εσείς θα με βοηθήσετε!..... Θα μου πείτε… τι καταλαβαίνετε όταν λέμε δίκαιη μοιρασιά..! …. Γιατί για να παίξουμε το παιχνίδι πρέπει να ξέρουμε και τους κανόνες! … Για πες μου, Τάσο!

Τάσος. Κάνουμε δίκαιη μοιρασιά!

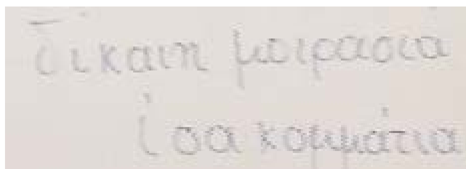
Δασκ. .. Μμμμμ!! Ναι, σωστά!

Μαθήτρια. ….. Ό,τι πάρει ο ένας, θα πάρει και ο άλλος…!

Δασκ. Πολύ ωραία! Άρα, δίκαιη μοιρασιά, μας λέει η μάγισσα «Ξυδού», να το γράψουμε εδώ για να μην το ξεχάσουμε…. (γράφει στον πίνακα)……… και αυτό πρέπει να το θυμόμαστε σε όλη τη διάρκεια του παιχνιδιού! …. Τι είπε η Ελένη; … Ό,τι θα πάρει ο ένας, θα πάρει και ο άλλος! …. Εντάξει; … Ό,τι δηλαδή έχουμε να μοιράσουμε, θα το μοιράσουμε σε τι κομμάτια; …

Μαθήτρια. Σε ίσα κομμάτια!

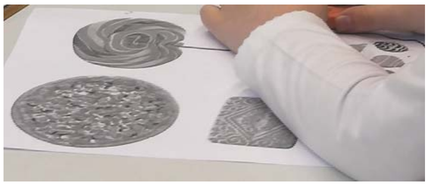
Δασκ. Σε ίσα κομμάτια!! Συμφωνείτε; … Άρα, γράφω άλλη μια λεξούλα… (γράφει στον πίνακα)



…… Σε ίσα κομμάτια!...... Μέχρι εδώ, είμαστε εντάξει; ….. Είναι κάτι που δεν καταλάβατε;

Μαθητές. Όχι!

Δασκ. Ωραία! .. Αυτό θα το θυμόμαστε! Δίκαιη μοιρασιά που σημαίνει ότι μοιράζω σε …. ίσα κομμάτια! … Αφού λοιπόν το λέτε αυτό, η μάγισσα «Ξυδού» έφερε κάτι πράγματα! .. Τα έχουμε εδώ σε φωτογραφία! … Θα πρέπει λοιπόν αυτά εδώ να τα δούμε… να τα γνωρίσουμε τι είναι……..



Δασκ. ….. Να τα είχαμε πάνω στα θρανία; Δε μας έφερε εδώ τα αντικείμενα να τα μοιράσουμε….. Θα ήταν πολύ καλό…… Θα είχαμε πολλή φασαρία… για αυτό δεν τα έφερα.. … Μήπως πει και το ξόρκι η μάγισσα «Ξυδού» …..δεν ξέρω, θα δούμε!! … (μοιράζει φυλλάδια στα θρανία)…… Η κασετίνα δεν χρειάζεται πάνω στο θρανίο … (πολύ φασαρία) …… Ακούστε να σας πω! Μπορεί ο καθένας…… Κάντε λίγη ησυχία όμως! ….. Ακούστε τι θα σας πω! Ο καθένας έχει μπροστά του μια φωτοτυπία, μπορείτε όμως να συνεργάζεστε! Μπορείτε να αποφασίσετε όλοι μαζί! .. Άσχετα αν δουλέψετε στο δικό σας, που θα σας δώσω, τετραδιάκι! ….. Μπορείτε να συζητάτε! …. Δέστε μόνο αν αναγνωρίζετε τα πράγματα που είναι εδώ πάνω. …Λέγε Δημήτρη!

Δημήτρης. Μια πίτσα!!

Δασκ. Βλέπει μια πίτσα ο Δημήτρης! …. Λέγε, Ευδοκία! ..

Ευδοκία. Ένα γλειφιτζούρι!

Δασκ. Ένα γλειφιτζούρι! Μεγάλο, μεγάλο!! .. Λέγε, Παναγιώτα!

Παναγιώτα. Ένα μπισκοτάκι!

Δασκ. Ένα μπισκοτάκι! Λέγε…..!

Μαθήτρια. Καραμελίτσες!

Δασκ. Ένα σακουλάκι με καραμελίτσες! .. Τι άλλο; …. Τι άλλο; .. Ιωάννα!

Ιωάννα. Ααα! Μία φραντζόλα ψωμί!

Δασκ. Μία φραντζόλα ψωμί!!

Μαθητής. Ψωμάκι είναι!

Δασκ. Ψωμάκι!! .. Είναι μία φραντζόλα ψωμί! .. Εντάξει μέχρι εδώ;……. Τι θα τα κάνουμε όλα αυτά;; … Θα τα δείτε καλά και θα μου πείτε αν μπορούμε να τα μοιράσουμε …(δείχνει στον πίνακα)… δίκαια! … Αν η μοιρασιά μας είναι σε ίσα κομμάτια… Αν μπορεί να γίνει αυτό το πράγμα μ' αυτά τα πράγματα που έχετε στη φωτοτυπία; Δέστε τα καλά, αποφασίστε και, στη συνέχεια, ο καθένας θα πάρει από ένα μικρό τετραδιάκι……. Θα κόψει αυτά που εσείς νομίζετε ότι μπορείτε να μοιραστείτε δίκαια!...... Μπορεί όλα, μπορεί και ένα! Δεν ξέρω! Εσείς θα αποφασίσετε! ….. Τα κόβετε και τα κολλάτε εδώ μπροστά! .. Σας μοιράζω όλους από ένα τετραδιάκι ………… (μοιράζει τα τετραδιάκια) …….. Να κάνουμε…… Για πες μας, Φωτεινή τι πρέπει να κάνουμε……. Μήπως κάποιος δεν κατάλαβε ……

Φωτεινή. Να κόψουμε πράγματα, τα οποία νομίζουμε ότι μπορούμε να μοιράσουμε….

Δασκ. Όποια από αυτά νομίζετε ότι μπορεί να μοιραστεί… το κόβετε με το ψαλιδάκι σας και το κολλάτε εδώ στην πρώτη σελίδα…. Εντάξει; …. Για διάβασέ μου εδώ τι γράφει, Μαρία..

Μαρία. (διαβάζει) «Κόβω ό,τι μπορεί να μοιραστεί δίκαια»

Δασκ. Εντάξει μέχρι εδώ; ….. Είναι κάποιος που δεν έχει ψαλίδι; …… (συνεχίζει να μοιράζει τα τετραδιάκια) …………… Ποιος δεν έχει ψαλιδάκι;

Μαθητές. …. Κυρία!!

Δασκ. Πολλοί είστε σήμερα που δεν έχετε ψαλίδι!!! ……. (μοιράζει ψαλίδια) ……Πόσοι ακόμη δεν έχετε; ….. Ιωάννα, το ψαλίδι γιατί το πήρες; Τι πρέπει να κάνεις; …… Ξεκινάμε!! …… Κόβετε και κολλάτε αυτό που νομίζετε ότι μπορείτε να μοιραστείτε δίκαια …. Με έναν φίλο σας ας πούμε! …… (τα παιδιά κόβουν τις εικόνες. 8:05 λεπτό) …… δε θα το μοιράσεις τώρα! .. Μετά θα το μοιράσουμε. Τώρα απλά το κόβεις και το κολλάς!......Ό,τι νομίζετε ότι μπορείτε να μοιραστείτε με τους φίλους σας το κόβετε και το κολλάτε ….

Μαθητής. Κυρία, το γλειφιτζούρι μοιράζεται;;

Δασκ. Δεν ξέρω! … Θα το συζητήσουμε και θα δούμε…… Δουλεύετε όμως!! … (τα παιδιά εργάζονται. Η δασκάλα εποπτεύει τις ομάδες). ………Βλέπω ότι τις καραμέλες μπορείτε να τις μοιράσετε;…..

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. … Και την πίτσα μπορείτε να τη μοιράσετε;;

Μαθητές. Ναι!!

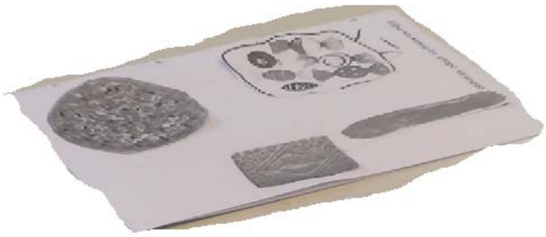
Δασκ. ……. Αααα! Και το μπισκοτάκι βλέπω μπορούμε να το μοιράσουμε;;

Μαθητής. Θα το κόψουμε στα δύο!!

Δασκ. Θα δούμε! Θα δούμε! …… Καλέ, καθίστε κάτω και δουλεύετε…!! Τώρα δε θέλω να τα μοιράσετε! Τώρα θέλω να κολλήσετε αυτά που μπορείτε να μοιράσετε! … Τα κόβετε και τα κολλάτε! Μετά θα τα μοιράσουμε! …………………………….

Γιώργος. .. Κυρία, που τα κολλάω;;

Δασκ. Στο τετραδιάκι που σου έδωσα! …… Εντάξει Γιώργο;; … Από εδώ, ό,τι νομίζεις ότι μπορείς να μοιράσεις, το κόβεις και το κολλάς (σε άλλον μαθητή) ………… Μπράβο, Γιώργο!! …. Δε θα το βάψεις όμως τώρα! Μετά θα το βάψεις! … Μόνο την πίτσα μπορείς να μοιράσεις; (σε άλλον μαθητή) …… Ο Δημήτρης τελείωσε! Μάλιστα!! (15:02) ……… Τελειώσατε; (15:42) … Τέλειωσες Τάσο; (16:33) .. Ωραία! … Τελειώσατε; Να δούμε τι έχετε κάνει! (18:18) Άντε τελειώνετε!! .. Μην πιάνετε τα λόγια!! ……(19:33) Μην βάφετε ακόμη! .. Βιαστικοί είστε!!...... Πετάξτε και τα σκουπίδια σας



…. και άντε να δούμε τι έχετε διαλέξει απ’ όλα!!! … Μαρίνα, τελείωσες; (20:00) ……… Τελειώνετε; (20:34)…… Μη βάφεις τώρα, Τάσο!! Μετά θα έρθει η ώρα και θα το βάψετε (20:51) …… Τελείωσες, Μπάμπη; (21:08) …… Τόσες κόλλες έχετε πάνω!!! …… Τελειώσατε κορίτσια; (21:40) ….. Τι άλλο νομίζεις ότι μπορούμε να μοιράσουμε Αναστασία; ….. Πετάξτε και τα σκουπίδια σας!! ……… Τελειώσατε;; (22:31)…. Για να μου πει κάποιος…… Είναι κάποιο παιδί που νομίζει πως μόνο ένα πράγμα μπορεί να μοιραστεί με τους φίλους του; ….. Μόνο ένα που μπορεί να μοιραστεί! …. Μόνο ένα να έχει κολλήσει στην πρώτη σελίδα! …….. Είναι κάποιος;; … Μπορεί να μοιραστεί μόνο ένα;; .. Είναι κάποιος; …. Όχι!! …… Είναι κάποιος που μπορεί να μοιραστεί μόνο δύο πράγματα;;

Μαθητές. Όχι!!

Μαθητής. Εγώ!!!

Δασκ. Τι μπορείς να μοιραστείς με τους φίλους σου, εσύ;

Μαθητής: .. Μόνο την πίτσα και το γλειφιτζούρι!!

Δασκ. Την πίτσα και το γλειφιτζούρι!! … Τι είναι αυτό που κόβεις τώρα;; Μπορείς να το μοιραστείς με τους φίλους σου;; (ψωμί)

Μαθητής. Μπορώ!! Αν το κόψω σε μικρότερα κομμάτια!!

Δασκ. Οπότε θα το βάλεις και αυτό με τα υπόλοιπα;;

Μαθητής. Ναι!

Δασκ. Είναι κάποιος που μπορεί να μοιραστεί μόνο δύο πράγματα;;…… Μόνο δύο πράγματα!!! .. Μόνο δύο!!!!! ……. Την πίτσα και το μπισκότο, ας πούμε! Μόνο δύο πράγματα!! .. (μαθητής σηκώνει το χέρι του) ……. Μα εσύ τα έχεις όλα τα πράγματα εδώ!!! …… Είναι κάποιος που μπορεί να μοιραστεί μόνο δύο πράγματα;; Όχι!!! Είναι κάποιος που μπορεί να μοιραστεί μόνο τρία;; … Από αυτά που σας έδωσα!! ….. Άννα Μαρία, τι νομίζεις ότι μπορείς να μοιραστείς;;

Άννα Μαρία. Την πίτσα και το μπισκότο!

Δασκ. Την πίτσα και το μπισκότο!! Και τι άλλο έχεις;;

Άννα Μαρία. .. Και τις καραμέλες:

Δασκ. Και τις καραμέλες!! Η Άννα Μαρία λέει, λοιπόν, ότι μπορεί να μοιραστεί με τις φίλες της την πίτσα, το μπισκότο και τις καραμέλες!... Έχεις αφήσει, δηλαδή, τι έξω Άννα Μαρία;

Άννα Μαρία. .. Το γλειφιτζούρι και το ψωμί!

Δασκ. Νομίζεις, δηλαδή, ότι τα άλλα δεν μπορούν να μοιραστούν; ….. Ωραία! … Άλλος που έχει διαλέξει μόνο τρία πράγματα;…. Δεν είναι άλλος που έχει διαλέξει μόνο τρία πράγματα; … Ααα.. Ο Γιωργάκης! ..Τι έχεις διαλέξει, Γιωργάκη;

Γιωργάκης. Την πίτσα, το γλειφιτζούρι και το ψωμί!

Δασκ. Ααα..! Μάλιστα!! Δηλαδή, τα υπόλοιπα, το μπισκότο και το ψωμί, δεν μπορείς να τα μοιράσεις;;

Γιωργάκης. Όχι!!

Δασκ. Είναι κάποιος που μπορεί να μοιραστεί τέσσερα αντικείμενα;; …. Λέγε, Ξανθή!

Ξανθή. Καραμέλες,.. ψωμί, μπισκότο,… πίτσα!...

Δασκ. Τι είναι αυτό που δεν μπορείς να μοιραστείς;

Ξανθή. Το γλειφιτζούρι!

Δασκ. Είναι κάποιος άλλος που δεν μπορεί να μοιραστεί το γλειφιτζούρι;……. Εσύ, Παναγιώτα, τι είναι αυτό που δεν μπορείς να μοιραστείς με τις φίλες σου;;

Παναγιώτα. Τίποτα!!

Δασκ. Εσύ, όλα μπορείς να τα μοιραστείς με τις φίλες σου;;

Παναγιώτα. Ναι!!

Δασκ. Είναι κάποιος άλλος που δεν τα έχει βάλει όλα στο χαρτί του;…….. Πες μου, Μανώλη! .. Τι δεν έχεις βάλει στο χαρτί σου;

Μανώλης. Το γλειφιτζούρι!

Δασκ. Το γλειφιτζούρι είναι που δεν έχει βάλει….. Κάποιος άλλος που δεν τα έχει χρησιμοποιήσει όλα;; …. Και είναι και οι περισσότεροι, ίσως, που θεωρείτε ότι μπορείτε όλα να τα μοιραστείτε….. Όπως για να ακούσω!! ….. Λέγε Τάσο!

Τάσος. Το ψωμί,… τις καραμέλες,.. το μπισκότο,.. την πίτσα…. και το γλειφιτζούρι!!

Δασκ. … Και το γλειφιτζούρι!!.. Ο Τάσος πάλι λέει ότι μπορείτε όλα να τα μοιραστείτε! Δεν ξέρω! Να το ελέγξουμε αν μπορούμε να τα μοιραστούμε όλα ή τελικά κάποια από αυτά; Εσείς τι λέτε, μπορούμε να το ελέγξουμε;; … Μπορούμε να το ελέγξουμε…. Γιατί εδώ μέσα στο καπέλο έχουμε πάλι τα ίδια πράγματα, αλλά αυτή τη φορά όμως είναι κομμένα! Αυτή τη φορά, θα γυρίσετε στην επόμενη σελίδα, .. θα πάρετε τα πράγματα αυτά και θα τα μοιράσετε στη μέση! Ότι έχετε στην πρώτη σελίδα, θα το μοιραστείτε με έναν φίλο σας. Εσείς κι ένας φίλος σας…..! Θα το μοιραστείτε στη μέση! … Δηλαδή, σε πόσα κομμάτια θα πρέπει να το μοιραστείτε; .. Σε πόσα κομμάτια;

Μαθητές. Σε δύο!!

Δασκ. Σε δύο! Σε δύο κομμάτια, λοιπόν, πρέπει να τα μοιράσουμε! .. Σας δίνω, λοιπόν, τα αντικείμενα, αυτά που έχετε στην πρώτη σελίδα…. Εντάξει;; Ο καθένας!! (μοιράζει τα αντικείμενα)…… Αυτά τα αντικείμενα που έχετε διαλέξει στην πρώτη σελίδα, την πίτσα, το μπισκότο, το ψωμί….. Μπορεί και τις καραμέλες…… Μπορεί και τι άλλο;…. Το γλειφιτζούρι! Πρέπει να αποδείξετε ότι μπορείτε να τα μοιραστείτε! .. Αυτή τη φορά θα τα μοιραστείτε με έναν φίλο σας! Θα πρέπει, λοιπόν, να τα μοιράσετε σε δύο κομμάτια. Πώς όμως;; Προσέξτε λίγο! .. Δίκαιη μοιρασιά!! … Σε ίσα κομμάτια! ………………………………………..

Μαθητές. Κυρία! Θα τα κόψουμε;; Κυρία…! Θα τα κόψουμε;;

Δασκ. … Ακούστε να σας πω για να μην μπερδεύεστε! … (σε μαθητή) …. Αυτά τα ίδια εδώ, την πίτσα, το γλειφιτζούρι και το ψωμί, τι θα κάνεις; Θα τα μοιράσεις στην επόμενη σελίδα!..... Μπορεί να σας δίνω όλα τα προϊόντα: Εσείς θα μοιράσετε μόνο αυτά που έχετε στην πρώτη σελίδα!

Μαθητής. Κυρία! Θα τα κόψουμε;;

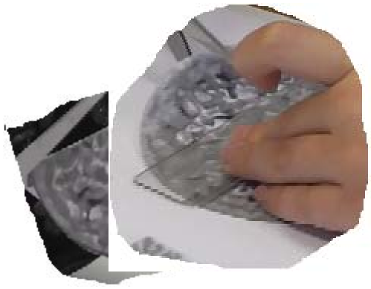
Δασκ. Αν δεν τα κόψετε, πώς αλλιώς θα τα μοιραστείτε;; Έτσι δεν είναι;; … Θα βρείτε έναν τρόπο να τα κόψετε… μην ξεχνάτε… (δείχνει στον πίνακα) .. σε ίσα κομμάτια!.......... Είναι κάποιος που δεν πήρε; …….. Κόβετε και κολλάτε! ..(29:19) ….. Κόβετε και κολλάτε! …….

Μαθητής. Κυρία! Τώρα τα κόβουμε;;

Δασκ. Τώρα τα κόβουμε και τα κολλάμε!! …… Και θα μας πείτε πώς τα κόψατε εεεε..;; … Ιωάννα!..... Τι είναι αυτό που έκοψες;

Ιωάννα. … Το ψωμί!

Δασκ. Το ψωμί, λοιπόν, πρέπει να το μοιραστείς εσύ και η Παναγιώτα! Σε πόσα κομμάτια πρέπει να το κόψεις; ….. Μήπως το έκοψες σε πολλές φέτες;; ….(αδύνατη ακρόαση). Ααα! Δεν την τρως εσύ πια;;; … Γιώργο! Κοίταξε με λίγο!! Αυτή την πίτσα, θα την φάτε εσύ κι Αρχοντία! Δύο είστε! ….



Άρα, θα πρέπει να την κόψεις σε πόσα κομμάτια;;

Γιώργος. Σε δύο!

Δασκ. Σε δύο!

Άλλος μαθητής. Έτσι Γιώργο! Κοίτα! (και δείχνει το τετράδιό του).

Δασκ. … (31:53) … Παναγιώτα! Εδώ, πουλάκι μου, τα κολλάμε αυτά! .... Αυτό εδώ το ψωμί θα το φας εσύ και η Ιωάννα! …. Αυτό λοιπόν το ψωμί…. Θα το φας εσύ και η Ιωάννα!! … .Άντε, σκέψου το λοιπόν! … Φωτεινή! Εντάξει;; … Ελενίτσα, τελείωσες; (33:45) Τελειώσατε; …. (35:17) … Γιώργο! Εκείνο το κομματάκι στην άκρη ποιος το τσίμπησε;

Γιώργος. Ένα ξένο παιδί!!

Δασκ. Αααα!! Ένα ξένο παιδί!! … (35:41)….Τελειώσατε;; …… (36:51) …Δε μου λέτε; Την πίτσα την έχετε μοιράσει όλοι;;

Μαθητές. Ναι!!!

Δασκ. Μπορείτε να την μοιράσετε όλοι;;

Μαθητές. Ναι!!!

Δασκ. … (37:39) … Ακούσατε τι είπε η Ελευθερία; Είπατε όλοι ότι μπορείτε να μοιράσετε την πίτσα… Για πες, Ελευθερία, τι είπες;

Ελευθερία. …. Θα πάρω ένα μικρούτσικό κομματάκι!! ….

Δασκ. Άρα, μπορούμε να την κόψουμε σε δύο κομμάτια, αλλά μπορούμε και σε περισσότερα!... Αλλά τι εννοεί η Ελευθερία όταν λέει ότι θα πάρει ένα μικρούτσικο κομματάκι;

Ελευθερία. Όσο πιο πολλές φορές την κόψουμε, τόσο μικρότερα κομματάκια θα έχει!

Δασκ. Αυτό μπορείτε να το καταλάβετε;; …. Θα το δούμε και αργότερα που θα σας δώσω πιο μικρά κομμάτια……. Αλλά τώρα θέλω να έρθει ένας και να μου δείξει πώς την έκοψε αυτή την πίτσα στη μέση…. Πώς, δηλαδή, πήρε αυτό το κομμάτι και το έκοψε;;….. Έλα Μπατίστα! ……… Όλοι την έχετε μοιράσει την πίτσα….. Για να μας δείξει η Μπατίστα πώς μοίρασε την πίτσα σε δύο ίσα κομμάτια!

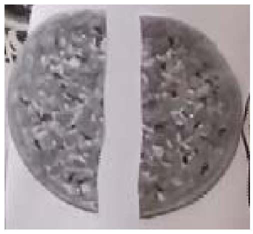
Μπατίστα. Το 'κοψα στη μέση!! (το τσάκισε στη μέση)

Δασκ. Ααα! Για να βρεις εύκολα τη μέση, τι έκανες …… Πήρες, λοιπόν, την πίτσα …..τη δίπλωσες ….. και έτσι, λοιπόν, έβγαλες δύο κομμάτια!!.... Είναι κάποιος άλλος που σκέφτηκε αλλιώς;;….. Λέγε, Τάσο ….

Δασκ. Δεν τη δίπλωσες στη μέση;

Τάσος. Όχι!

Δασκ. Περίπου με το μάτι;;….. Αν ήταν αληθινή πίτσα, δεν μπορούμε να τη διπλώσουμε στη μέση. Ο Τάσος φαντάστηκε ότι είναι αληθινή πίτσα και την έκοψε με το μάτι!..... Για να ξαναφτιάξουμε τα κομμάτια που έχεις κόψει……. Σήκω πάνω να τα δείξεις! … (Ο Τάσος σηκώνεται) ……… Για δείτε! Θεωρείτε ότι είναι δίκαιη η μοιρασιά; .. Όσο θα πάρει ο ένας θα πάρει κι ο άλλος;



Μαθητές. Ναι!!

Δασκ.. Το έκοψε καλά ο Τάσος! …. Η Μπατίστα ακόμη πιο δίκαια!! Το δίπλωσε ακριβώς στη μέση! Όσο ο ένας, τόσο ακριβώς κι ο άλλος! …… Τι άλλο μοιράσαμε στη μέση, εκτός από την πίτσα, Μαρία;

Μαρία. Μοιράσαμε το μπισκότο!

Δασκ. Μοιράσαμε το μπισκότο! .. Έλα να μας δείξεις πώς το μοίρασες! (η Μαρία σηκώνεται) … Να δούμε η Άννα Μαρία πώς το μοίρασε…….. Στους συμμαθητές σου! … Στους συμμαθητές σου! Εγώ βλέπω!! …….(η μαθήτρια δείχνει, αλλά μιλά πάλι χαμηλόφωνα προς τη δασκάλα)… Η Άννα Μαρία, λοιπόν, δίπλωσε το μπισκότο στη μέση και το έκοψε! .. Είναι κάποιος άλλος που σκέφτηκε διαφορετικά; … Λέγε, Φωτεινή! ….. Έλα εδώ να μας δείξεις! (η Φωτεινή σηκώνεται)… Λέγε, Φωτεινούλα, τι σκέφτηκες;

Φωτεινή. Πήρα τον χάρακα και το μέτρησα! Βρήκα πόσο είναι το μισό του!!

Δασκ. Δηλαδή, το μπισκότο πόσο είναι …… Πάρε πρώτα το μπισκότο ….. Να βλέπουν οι συμμαθητές σου… Έτσι όπως είναι το μπισκότο, τι μέτρησες; (δείχνει) …Ααα! Μέτρησες αυτή την πλευρά από πάνω!! Και πόσο έβγαλες ότι είναι το μπισκότο;

Φωτεινή. Δώδεκα εκατοστά!

Δασκ. Ααα! Έβγαλες ότι το μπισκότο είναι δώδεκα εκατοστά!

Φωτεινή. Το έκοψα στα έξι!!

Δασκ. Πήρες, λοιπόν, το μισό! Ααα! Λέει λοιπόν η Φωτεινή, το μισό μπισκότο είναι ….

Φωτεινή. Το έξι!!

Δασκ. Και έβαλες εκεί σημαδάκι;

Φωτεινή. Ναι!

Δασκ. Συμφωνείτε έτσι όπως το έκανε η Φωτεινή;;

Μαθητές. Ναι!!!

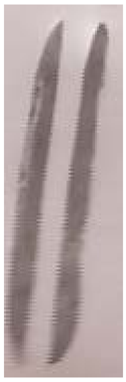
Δασκ. Καλή η σκέψη;;;

Μαθητές. Ναι!!!

Δασκ. Είναι κάποιος άλλος που σκέφτηκε διαφορετικά; …. Ναι, Γιώργο! … (δείχνει) .. Το έκοψες;….. Έτσι με το μάτι το έκοψες; … Όπως έκοψε και ο Τάσος την πίτσα; …… Αφού δεν το έκοψες το μπισκότο;;; ….. Λες για τα άλλα; …. Τελειώσαμε με το μπισκότο; Είναι κάποιος που έχει να πει κάτι; ….. Τι άλλο κόψατε εκτός από το μπισκότο;

Μαθητής. Ψωμί!

Δασκ. Ποιο παιδάκι θα μας πει πώς έκοψε το ψωμί;…. Έλα (………) (σηκώνεται)! .. Πάρε το ψωμάκι σου και δείξε μας ……



Μαθητής. …. Πήρα το ψαλίδι και ……(δείχνει στο περίπου) …

Δασκ. Ααα!!! .. Για φέρε, λοιπόν, το τετραδιάκι σου και δείξε μας πώς μοίρασες τη φρατζόλα σου!......... Γιατί δεν έχω δει πολλούς να τη μοιράζουν έτσι!!.......... Δείτε πώς τη μοίρασε ο Γιώργος τη φρατζόλα του!! Συμφωνείτε;;;

Μαθητές Ναι!!!

Δασκ. Τη μοίρασε σε δύο ίσα κομμάτια;;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. Κοιτάξτε!! Όσο θα φάει ο ένας, θα φάει κι ο άλλος!... Είναι κάποιος άλλος που την έκοψε διαφορετικά τη φρατζόλα και δεν την έκοψε έτσι κατά μήκος; Είναι κάποιος άλλος; … Λέγε, Γιώργο (άλλος) ….. Φέρε το τετραδιάκι σου να μας δείξεις πώς τη μοίρασες!....... (ο Γιώργος σηκώνεται) …. Ιωάννα! Σε πόσα κομμάτια έπρεπε να τη χωρίσουμε;

Ιωάννα. Σε δύο!

Δασκ. Σε δύο! Εσύ μαζί με την Παναγιώτα!!........ Για δείξε μας πώς μοίρασες τη φρατζόλα! Για δέστε πώς μοίρασε ο Γιωργάκης τη φρατζόλα! …….. Για πες μας! Πώς το έκανες αυτό; … Πάρε τη φρατζόλα ολόκληρη…. (του δίνει) …. Τι έκανες για να κόψεις τη φρατζόλα;…. Δείξε στους συμμαθητές σου! ….. Πώς την έκοψες;;

Γιώργος. … Πήρα το ψαλίδι και την έκοψα!

Δασκ. Έτσι, σε όποιο κομμάτι να ‘ναι;… Για πες μας! ….. Αν σου δώσω ένα ψαλιδάκι, θα μας δείξεις πώς την έκοψες; … Για κόψε να δούμε!....... Βλέπω το μετακινείς το ψαλιδάκι! … Τι σκέφτεσαι όταν το μετακινείς; … Για να δούμε! …Έπεσε κάτω! .. Δεν πειράζει! .. Είναι ίσα; .. Είναι ίσα; Σχεδόν ίσα είναι, Γιωργάκη! Μήπως έπρεπε να…. (τέλος κασέτας 45:35)… Εσύ μου φαίνεται θα φας λίγο παραπάνω! .. Όταν μετακινούσες το ψαλίδι αριστερά-δεξιά, τι σκεφτόσουνα; … Όσο θα πάρεις εσύ να πάρει και ο φίλος σου προφανώς … Ααα! Με δύναμη το έκοψες το ψωμί! (ο μαθητής κάνει κάποιες κινήσεις παντομίμας) ….για κάτσε..να δούμε, πώς θα γινόταν να το μοιράσουμε ώστε να πάρουν ακριβώς το ίδιο.. Το έκοψες στο περίπου, αλλά το ένα το κομμάτι το έκοψες λίγο μεγαλύτερο από το άλλο! Τι θα μπορούσαμε να κάνουμε ώστε να το μοιράσουμε ακριβώς στη μέση; Τι κάνατε εσείς για να το μοιράσετε ακριβώς στη μέση;; … Εσύ, Ελευθερία τι έκανες; … Πήρες ένα ψαλίδι και το έκοψες;;

Ελευθερία. Όχι! Το υπολόγισα πρώτα πόσο είναι ….

Δασκ. Με τι το υπολόγισες; … Ααα, με το μάτι το υπολόγισες!!!... Υπάρχει άλλος που το έκοψε με άλλον τρόπο; ….. Πες μου, Ιωάννα, εσύ πώς το έκοψες;

Ιωάννα. Εγώ έκοψα τις κόρες….

Δασκ. Ναι, γιατί δεν τις τρως αυτές!!!!

Ιωάννα. Ναι!! Και μετά το έκοψα στη μέση!

Δασκ. Πώς το έκοψες στη μέση;; …… Τι σκέφτηκες;; ……

Ιωάννα. … Το έκοψα!! …

Δασκ. Ααα, όπως ο Γιώργος! Πήρες το ψαλιδάκι και το έκοψες!! ..Μάλιστα! Κανένας άλλος; Υπάρχει άλλος τρόπος να το χωρίσουμε στη μέση;; … Λέγε, Παναγιώτα!

Παναγιώτα. Εγώ το έκοψα σε τέσσερα κομμάτια!!

Δασκ. Αυτό θα το δείξουμε μετά και θα δούμε αν όντως είναι στη μέση αυτά που μοίρασες! Εγώ θα ήθελα εδώ να δούμε πώς θα μπορούσαμε να το κόψουμε στη μέση! …. Εσύ, Φωτεινή, πώς το μοίρασες στη μέση το ψωμί σου;;

Φωτεινή. Το μέτρησα πρώτα και μετά το έκοψα!

Δασκ. Δηλαδή, τι ακριβώς έκανες;

Φωτεινή. Πήρα τον χάρακα και το μέτρησα!

Δασκ. Η Φωτεινή είναι γενικά του χάρακα!!! Χρησιμοποιεί πολύ τον χάρακα για να κάνει τη μοιρασιά! .. Είναι δίκαιη μοιρασιά αυτή;;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. Κόβει ακριβώς στη μέση τον αριθμό που έχει δει όταν μετράει το ψωμάκι της ή το μπισκότο της! Εσύ, πώς το έκανες;

Μαθήτρια. Εγώ δεν το έκανα έτσι! Το έκανα όπως η Μπατίστα! Το πήρα και το έκανα έτσι.. (δείχνει πώς το διπλώνει) ….

Δασκ. Δηλαδή, το διπλώνεις; Ναι, αυτό μπορούμε να το κάνουμε στη φωτοτυπία! Στην πραγματικότητα όμως ή με το μάτι θα το κάνουμε ή άμα θέλουμε δίκαιη, δίκαιη μοιρασιά θα χρησιμοποιήσουμε τον χάρακα! … Για έλα, Παναγιώτα, να δείξουμε τι έκανες! .. Η Παναγιώτα… γιατί βρε, Παναγιώτα, τα έβγαλες;;!! Η Παναγιώτα τα μοίρασε, αλλά τα μοίρασε σε δύο κομμάτια;;

Μαθητές. Όχι!!

Δασκ. Σε πόσα κομμάτια τα μοίρασες, Παναγιώτα;;

Παναγιώτα. Στα τέσσερα!

Δασκ. Είχε πολλές φιλενάδες και δεν ήθελε να τα μοιράσει μόνο στη μία. Τα μοίρασε στα τέσσερα!!...... Δεν πειράζει, μην τα βγάλεις! Παρόλα αυτά, τα μπισκοτάκια τα μοίρασες στα δύο… Έτσι όπως βλέπετε το ψωμάκι στα τέσσερα, το μοίρασε καλά; Το μοίρασε σε ίσα κομμάτια;;

Μαθητές. Ναι! Ναι!!

Δασκ. Όπως βλέπετε έτσι το γλειφιτζούρι, το μοίρασε σε τέσσερα ίσα κομμάτια;;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. Σε τέσσερα ίσα;;…. Αυτό δηλαδή με αυτό είναι ίσα;;

Μαθητές. Όχι!!

Δασκ. Όχι! Στο γλειφιτζούρι, Παναγιώτα, έκανες μοιρασιά, αλλά δεν ήταν πολύ δίκαιη! Μπορούμε να μοιράσουμε το γλειφιτζούρι σε τέσσερα κομμάτια, αλλά πιο δίκαια! Εντάξει, Παναγιώτα;…. Τι άλλο μοιράσατε στα ίσα, Ελένη;

Ελένη. Τις καραμέλες!

Δασκ. Έλα να μας δείξεις πώς μοίρασες τις καραμέλες! ….. Τι σκέφτηκες; …. (η Ελένη σηκώνεται)……… Πάρε και το τετραδιάκι σου να μας δείξεις…….. Τι έκανες για να τις μοιράσεις; Είχες πόσες καραμέλες;

Ελένη. Είχα τρεις και τρεις καραμέλες! Έξι καραμέλες!!

Δασκ. Και τι σκέφτηκες; Δείξε στους συμμαθητές σου! .. Πώς τις μοίρασες;

Ελένη. ….. Έκοψα το πάνω μέρος και το κάτω!.....

Δασκ. Ναι!

Ελένη. … Το δίπλωσα και το έκοψα!

Δασκ. Ααα! Το δίπλωσες και το έκοψες σε αυτή την περίπτωση! … Και έδωσες πόσες καραμέλες σε σένα;;

Ελένη. Για να τις μοιράσω τρεις και τρεις!

Δασκ. Εσύ, πόσες καραμέλες πήρες;

Ελένη. Τρεις!

Δασκ. Και η Αντωνία;

Ελένη. Τρεις!!

Δασκ. Τρεις και τρεις! Συμφωνείτε ότι έτσι θα τις μοιράσουμε τις καραμέλες;;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. Είναι κάποιος που σκέφτηκε διαφορετικά για να μοιράσει τις καραμέλες;; …. Κάποιος άλλος που σκέφτηκε διαφορετικά;; … Άρα, μετράμε πόσες είναι οι καραμέλες και μετά κόβουμε όπου χρειάζεται! … Μάλιστα! … Κάτι άλλο έχουμε μοιράσει; … Κάτι άλλο έχουμε μοιράσει;; …..

Τάσος. Το γλειφιτζούρι!

Δασκ. Ο Τάσος μοίρασε και το γλειφιτζούρι! Έλα, Τάσο, να μας δείξεις πώς το μοίρασες! ….. (ο Τάσος σηκώνεται)… Για να δούμε! Είναι δίκαιη η μοιρασιά; .. Είναι δίκαιη η μοιρασιά;;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Για πες μας, Τάσο, πώς το έκοψες;;

Τάσος. Πήρα το ψαλίδι μου και το έκοψα στη μέση!!

Δασκ. Και πώς βρήκες τη μέση;;

Τάσος. Είδα αυτό εδώ … και …..(δείχνει το ξυλάκι από το γλειφιτζούρι).

Δασκ. Θεωρείς ότι ό,τι είναι από τη μία μεριά είναι και από την άλλη; .. Μάλιστα! Είναι κάποιος άλλος που έχει κόψει το γλειφιτζούρι του με διαφορετικό τρόπο; ….. Έλα, Δημήτρη! … Είδαμε της Παναγιώτας που το είχε κόψει σε τέσσερα κομμάτια, αλλά δεν ήταν πολύ δίκαιη μοιρασιά!! Έλα, Δημήτρη, εσύ να μας δείξεις. …. (ο Δημήτρης σηκώνεται) … Διαφορετικά το έκοψες εσύ, Δημήτρη, το Γλειφιτζούρι σου;

Δασκ. Το ξυλάκι δεν μας πειράζει! Έτσι κι αλλιώς αυτό δεν θα το φάμε! …. Το έχεις μοιράσει διαφορετικά το γλειφιτζούρι σου; Ή το έχεις μοιράσει κι εσύ όπως ο Τάσος;;… Πώς το βλέπεις;

Δημήτρης. … Όπως ο Τάσος!!!

Δασκ. Είναι κάποιος που το έχει μοιράσει διαφορετικά το γλειφιτζούρι του;; ….. Που το έχει κόψει διαφορετικά για να το κολλήσει στο τετραδιάκι του;; … Άρα, για να κόψω το γλειφιτζούρι μου …(παίρνει τη φωτοτυπία από το γλειφιτζούρι) … Τι έκανες εσύ, Δημήτρη; Το δίπλωσες στη μέση; ……. Άρα, μπορώ να το μοιράσω το γλειφιτζούρι στη μέση; Ρωτάω αυτούς που στην αρχή είπαν ότι δεν μπορούν. … Μπορώ, λοιπόν;;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. Μπορώ, λοιπόν, να το μοιράσω στη μέση! … Είναι κάποιος που το έχει κόψει με διαφορετικό τρόπο; …. Όλοι το κόψατε έτσι;;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Κάτι άλλο έχει να μοιραστεί; .. Τα μοιράσαμε όλα; Και πίτσα και μπισκότο και γλειφιτζούρι… Άρα… Να σας ρωτήσω! Μπορούσαμε, τελικά, όλα αυτά τα πράγματα που είχαμε στην αρχή, να τα κόψουμε στη μέση και να τα μοιραστούμε;;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. Μπορούμε όλα;;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Την πίτσα μπορούμε;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Το ψωμί μπορούμε;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Τις καραμέλες μπορούμε;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Το μπισκότο μπορούμε;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Άρα, ότι είχατε, μπορείτε να το μοιραστείτε στη μέση;;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. Με τον έναν ή με τον άλλο τρόπο…. Είτε με το μάτι είτε μετρώντας το είτε διπλώνοντάς το … Με ποιους τρόπους, λοιπόν, μπορούμε να τα μοιράσουμε στη μέση (απευθύνεται σε κάποια μαθήτρια) ……

Μαθήτρια. Κάθετα;

Δασκ. Με ποιον άλλο τρόπο μπορούμε να το μοιράσουμε στη μέση;

Μαθήτρια. Μπορούμε να τα μοιράσουμε στα τέσσερα!!

Δασκ. Στη μέση. Στη μέση σημαίνει τα μοιράζω σε… σε δύο κομμάτια!.... Μπορώ, λοιπόν, διπλώνοντάς το να το μοιράσω στη μέση… Πώς αλλιώς μπορώ να τα μοιράσω στη μέση;

Μαθήτρια. Μετρώντας!

Δασκ. Και με ποιον άλλο τρόπο μπορώ να τα μοιράσω στη μέση;

Μαθήτρια. Κυρία! Έτσι!

Δασκ. Υπολογίζοντας με το μάτι περίπου. Εδώ, μπορεί να μας ξεφύγει λίγο. Μπορεί να μην είναι τόσο αντικειμενική η μοιρασιά….. Έδειξε κάτι προηγουμένως η Ξανθή! Έλα να δείξεις στους συμμαθητές σου τι έδειξες!

Ξανθή. Μπορούμε να το….

Δασκ. Δίπλωσέ το και δείξε! Μπορείτε να δείτε και να μου πείτε αν συμφωνείτε.

Ξανθή. Το διπλώνουμε κι έτσι!

Δασκ. Συμφωνείτε ότι αν το διπλώσουμε και το κόψουμε έτσι, θα είναι δίκαιη η μοιρασιά;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Δηλαδή, το πάνω κομμάτι θα είναι ακριβώς ίσο με το κάτω;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Εάν λοιπόν το κόψουμε έτσι, λέει η Ξανθή (κόβει το δίπλωμα της Ξανθής), είναι ίσα τα κομμάτια;

Μαθητής. Ναι!!

Δασκ. Για πες μας!

Μαθητής. Επειδή το κομμάτι ….. όπως είναι το γλειφιτζούρι…

Δασκ. Είναι ίδιο με αυτό! (ο μαθητής συμφωνεί). Είναι κάποιος που νομίζει ότι δεν είναι ίσα τα κομμάτια;… Έλα, Ελενίτσα!

Ελενίτσα. Από κάτω έχει και το ξυλάκι!

Δασκ. Ε, και;

Ελενίτσα. Δεν είναι δίκαιη μοιρασιά!

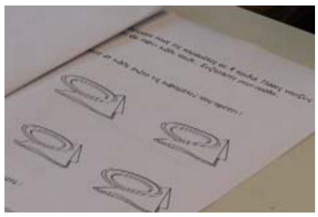
Δασκ. Η Ελενίτσα λέει ότι αυτό το κομμάτι δεν είναι ίδιο με αυτό! Τι διαφορά έχει; Έλα να μας δείξεις! (Η Ελενίτσα σηκώνεται).

Ελενίτσα. Αυτό το κομμάτι έχει από κάτω και το ξυλάκι του!

Δασκ. Άρα, είναι λίγο διαφορετικό! Ίσως είναι λίγο λιγότερο!! … Και αν τα βάλουμε και έτσι (το ένα πάνω στο άλλο), ίσως δεν είναι και ακριβώς ίσα!! Είναι το επάνω μεγαλύτερο ή μικρότερο;;

Μαθητές. Λίγο περισσότερο!

Δασκ. Λίγο περισσότερο! Άρα, αν το μοιράσουμε έτσι, θα κάνουμε δίκαιη μοιρασιά;



Μαθητές. Όχι!!

Δασκ. Όχι και τόσο δίκαιη! Άρα, η πιο δίκαιη μοιρασιά είναι να το μοιράσω κατά μήκος! Έτσι; .. Γιατί το επάνω μέρος είναι ακριβώς ίσο με το κάτω! Μάλιστα!!.... Άρα, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι μπορούμε όλα να τα μοιράσουμε με τους συμμαθητές.. με λίγο διαφορετικούς τρόπους! …. Εάν τώρα γίνουμε λίγο περισσότεροι… Δεν είμαστε μόνο δύο για να τα μοιράσουμε…..

Μαθητές. Οοοοοοοοοοοοοοοο!

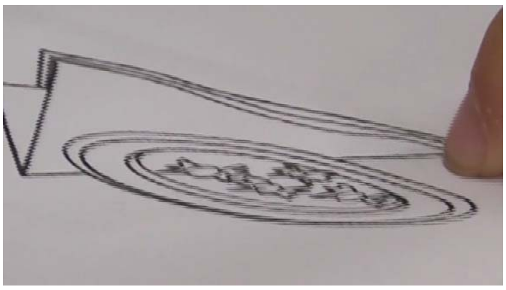
Δασκ. Για γυρίστε στο τετράδιό σας. … Τώρα θα φανταστούμε… τώρα θα φανταστούμε ότι έχουμε καραμέλες!!! Για διάβασε λίγο, Ξανθούλα!

Ξανθή. «Μοίρασε όλες τις καραμέλες σε τέσσερα παιδιά. Πόσες νομίζεις ότι θα πάρει το κάθε παιδί. Συζήτησε με την ομάδα σου».

Δασκ. Κάθε ομάδα θα πάρει τις καραμέλες της. Θα τις μοιράσετε μαζί σε τέσσερα παιδάκια….. Μετά θα πείτε πόσες θα πάρει το κάθε παιδί και πώς φτάσατε σε αυτό το αποτέλεσμα! …… (μοιράζει τις καραμέλες στις ομάδες) … Παναγιώτα και Φωτεινή! Όλες μαζί θα μοιράσετε τις καραμέλες σας!!!...... Παίζουμε το παιχνίδι της δίκαιης μοιρασιάς! .. Οι ομάδες πρέπει να είναι ίσες ……

Μαθήτρια. Κυρία! Ξέρετε πόσες καραμέλες έχει το σακουλάκι;;

Δασκ. Εγώ σας δίνω καραμέλες! Εσείς θα αποφασίσετε πώς θα τις μοιράσετε! … Όλοι μαζί! .. Όλοι μαζί θα τις μοιράσετε στα τέσσερα!........ (τα παιδιά αρχίζουν 14:58) ……… (πολύ φασαρία)…… Σε τέσσερα παιδιά τις μοιράζετε! …… Σε τέσσερα παιδιά! (15:55) ……… (16:48)



………………………
…… Εσείς τελειώσατε; (17:32) … Είπα να πάρετε όλοι;; Είπα σε τέσσερα!! (17:52) …… Τις καραμέλες θα τις μοιράσετε όλοι σε τέσσερα παιδιά! Για σκεφτείτε το! (18:12) …….. (20:38) Τελειώσατε;; Τις έχετε μοιράσει τις καραμέλες; … (21:22). Αφού έχετε τελειώσει, για να ξεκινήσουμε από την ομάδα … Για αφήστε κάτω τα μολύβια σας τώρα! .. Μετά θα ζωγραφίσετε. … Δημήτρη, μπορείς να μας πεις πώς μοιράσατε τις καραμέλες σας; … Παιδιά τελειώσατε λίγο!! .. Έλα, Δημήτρη!

Δημήτρης. Είχαμε καραμέλες που έπρεπε να τις μοιράσουμε σε τέσσερα παιδιά!

Δασκ. Πείτε μου, πώς το βρήκατε; Τι κάνατε για να τις μοιράσετε;

Δημήτρης…. Εεεεε!......

Δασκ. Πήρατε τις καραμέλες…… και μετά τι κάνατε;;

Δημήτρης. .. Βάλαμε σε κάθε πιάτο από ένα καπάκι!!

Δασκ. Εγώ δεν είπα να βάλετε από ένα καπάκι σε κάθε πιάτο!! Εγώ σας είπα, τις καραμέλες που σας δίνω να τις μοιράσετε σε τέσσερα παιδιά!

Μαθητής από την ομάδα. Τις μοιράσαμε!

Δασκ. Ποιος τις έχει πάρει τις καραμέλες;;

Μαθητής. Εγώ, ο Φίλιππος, η Τζενάλ και η Μουχρού!

Δασκ. Και πόσες καραμέλες θα πάρεις εσύ;;

Μαθητής. Τέσσερις!

Δασκ. Και ο Φίλιππος;

Μαθητής. Τέσσερις!!

Δασκ. Η Τζενάλ;;

Μαθητής. Τέσσερις!!

Δασκ. Και η Μουχρού;;

Μουχρού. Τέσσερις!!

Δασκ. Άρα, λοιπόν, Δημήτρη, το κάθε παιδί από πόσες καραμέλες πήρε;;

Δημήτρης. Τέσσερις!

Δασκ. Από τέσσερις!! Και πώς το σκεφτήκατε και πήρατε από τέσσερις;; … Εσύ γιατί πήρες τέσσερις;; .. Πώς την κάνατε τη μοιρασιά;;..

Άλλος μαθητής. Αφού είμαστε τέσσερα παιδιά, πρέπει να πάρουμε από τέσσερις!

Δασκ. Και τι σημαίνει αυτό;;… Και γιατί να πάρεις από τέσσερις;; Με ποιον τρόπο το αποφασίσατε αυτό; … Είχατε όλες τις καραμέλες εκεί και είπατε εσύ θα πάρεις τέσσερις και εσύ τέσσερις;;…

Μαθητής. Ναι!

Δασκ. Από την αρχή;; .. Πώς το σκεφτήκατε;;

Φίλιππος. Μετρήσαμε…

Δασκ. Ναι, για πες μας!!

Φίλιππος. Μετρήσαμε τις καραμέλες και είδαμε ότι ήταν είκοσι!!

Δασκ. Είκοσι ήταν;

Φίλιππος. … Ε! δεκάξι!

Δασκ. Ακούστε λίγο τι λέει ο Φίλιππος! Έλα, λέγε!

Φίλιππος. Μετρήσαμε τις καραμέλες και είδαμε ότι ήταν δεκάξι! Τέσσερις φορές το τέσσερα, δεκάξι!!

Δασκ. Ααααα! Αφού είναι δεκάξι οι καραμέλες και τέσσερα τα παιδιά, σκέφτηκαν ότι θα έπρεπε να πάρει ο καθένας από τέσσερις!! …. Και τις μοιράσανε τις καραμέλεςςςςςς…. Εσείς, εδώ, κορίτσια τι κάνατε; Για πέστε μας!

Μαθήτρια. (αδύνατη ακρόαση)….. και όποιος έμενε τελευταίος…..

Δασκ. Είχατε πρόβλημα ποιος θα πάρει τις καραμέλες αρχικά; Και αφού το λύσατε αυτό το πρόβλημα… μετά έπρεπε να μοιράσετε και τις καραμέλες!! Πώς τις μοιράσατε;;

Μαθήτρια. Εγώ ήμουνα και άλλα τρία παιδιά!

Δασκ. Και πώς τις μοιράσατε εσείς οι τέσσερις;

Μαθήτρια. .. Εγώ πήρα μία! Μετά έδωσα μία στην …

Δασκ. Είχατε, δηλαδή, τις καραμέλες μπροστά σας και μία, μία τις μοιράσατε….! Μέχρι να τελειώσουν όλες! Μάλιστα! .. Εσείς, παιδάκια, τις μοιράσατε τις καραμέλες σας;;

Μαθήτρια. Τις μοιράσαμε!

Δασκ. Για πέστε μας, με ποιον τρόπο; ….. Τρεις, τρεις πήρε ο καθένας;;

Μαθήτρια. Ναι! Πήρε και ο Γιώργος!

Δασκ. Ναι, αλλά είπαμε να τις μοιράσουμε σε τέσσερα παιδάκια!! Εσύ τις μοίρασες Γιώργο; .. Για πες μας πώς τις μοίρασες;; … Θα ακούσετε τον Γιώργο πώς μοίρασε τις καραμέλες του; …. Λέγε, Γιωργάκη……

Δασκ. Και πώς τις μοίρασες; Πόσες πήρε ο καθένας;

Γιώργος. …. Από τέσσερις…… από τρεις….;;;

Δασκ. Δεν ξέρω! Εσείς θα πείτε!.... Η Ελένη έχει πέντε στα χέρια της..! .. Η Αναστασία έχει… τρεις! Εδώ δεν βλέπω να έχει τίποτα….. Κι εσύ πόσες κρατάς στα χεράκια σου;;

Γιώργος. Τέσσερις!

Δασκ. Έχετε κάνει δίκαιη μοιρασιά;; Όσες πήρε η Ελένη πήρε και η Αναστασία; Ο Γιώργος πήρε τέσσερις! … Δεν τα μοιράσατε δίκαια! Συμφωνείτε ότι δεν τα μοιράσατε δίκαια;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Για να δούμε, εσείς τις μοιράσατε δίκαια! Ποιος θα μας πει;; .. Λέγε, Μπατίστα!

Μπατίστα. …….

Δασκ. Συγνώμη που διακόπτω! .. Θα ακούσετε πώς μοιράσανε τις καραμέλες τους; .. Για λέγε!

Μπατίστα. Πήραμε τέσσερα και τέσσερα και τέσσερα και τέσσερα!

Δασκ. Και πώς καταλήξατε και πήρατε από τέσσερα; Γιατί εκεί έχουμε ένα θέμα! Ο Γιώργος πήρε πέντε και τα κορίτσια πήραν από τρεις!! Είναι δίκαιη η μοιρασιά;

Μπατίστα. Όχι!

Δασκ. Εσείς πώς τα μοιράσατε δίκαια;

Μπατίστα. Εμείς μοιράσαμε δίκαια γιατί σε τέσσερα άτομα μοιράσαμε!

Δασκ. Και πώς το κάνατε αυτό;;

Μπατίστα. Μετρήσαμε τα καπάκια και είδαμε ότι ήταν δεκάξι….

Δασκ. Ακολουθήσατε, δηλαδή, τον τρόπο που ακολούθησε ο Δημήτρης με τον Φίλιππο! Ξεκινήσατε, λοιπόν, μετρώντας τις καραμέλες;

Μπατίστα. …….. (πολύ φασαρία μέσα στην τάξη) …… (δεν ακούγεται η Μπατίστα)

Δασκ. Για κάντε λίγη ησυχία, τώρα!! Έχετε την εντύπωση ότι χτύπησε διάλειμμα, αλλά δεν έχει χτυπήσει ακόμα!

Μπατίστα. Εγώ θυμήθηκα στην προπαίδεια του τέσσερα ότι τέσσερις φορές το τέσσερα κάνει δεκάξι! Οπότε από τέσσερις καραμέλες θα πάρει το κάθε παιδί!

Δασκ. Μάλιστα! Άρα, ο πολλαπλασιασμός μάς χρειάζεται στη μοιρασιά καμιά φορά! … Άρα, σε κάθε πιατάκι, πόσες καραμέλες θα βάλουμε;

Μαθητές Τέσσερις!!

Δασκ. Εσείς, λοιπόν, εδώ (ομάδα Γιωργάκη), θα πρέπει να ξαναμοιράσετε τις καραμέλες σας! Για βάλτε τες ξανά όλες εδώ στη μέση. Βαλ' τες, Γιωργάκη, ξανά εδώ στη μέση. Εδώ όλες μαζί. Και για σκεφτείτε τώρα πώς θα μπορέσετε να τις μοιράσετε σε τέσσερα παιδάκια!...... Εδώ είστε πέντε! Βρες τε έναν τρόπο να τις μοιράσετε, σε τέσσερα παιδιά όμως! …. Ένας θα μοιράσει! Διαλέξτε ποιος θα μοιράσει… Οι υπόλοιποι ζωγραφίστε τις καραμέλες στα τετράδια. Θα περάσω να τις δω!... Οι υπόλοιποι ζωγραφίζετε τις καραμέλες στα τέσσερα πιατάκια! (30:11) … (30:42) .. Γιωργάκη, άσε τις καραμέλες σε παρακαλώ! .. Ή να ξεκινήσεις εσύ και να συνεχίσει η Αρχοντία. Να το κάνουμε έτσι; … Ζωγραφίσατε τις καραμέλες στα πιατάκια όπως τις έχετε μοιράσει; (30:57) … (31:40) .. Πόσα παιδιά έχετε πάρει καραμέλες; …. Πόσα παιδιά έχετε πάρει καραμέλες;; Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε!! Πόσα παιδιά πρέπει να πάρετε καραμέλες;;

Μαθήτρια. Τέσσερα!

Δασκ. … Αύριο θα μοιράσουμε και σοκολάτα! … Ζωγραφίσατε; Τις μοιράσατε; Ζωγραφίστε τις στα πιάτα σας! (33:08) … Έχετε τελειώσει με τις καραμέλες;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ, Ακούστε τώρα τι θα σας πω! .. Αυτή τη σοκολάτα πρέπει να τη φάνε οχτώ παιδιά! … (κουδούνι) … Αφήστετα όπως είναι. Θα συνεχίσουμε μετά.

Αποβιντεοσκόπηση διδασκαλίας 3ης εκπαιδευτικού: <u>Η ισοδυναμία</u> κλασμάτων

Δασκ. Θα κάνουμε σήμερα το μάθημα το πρώτο δίωρο, όπως είπαμε .... Θα συνεχίσουμε να ξετυλίγουμε το κουβάρι μας ... το πολύπλοκο κουβάρι μας!

Μαθ. Ποιο κουβάρι;

Δασκ. Ποιο κουβάρι ξετυλίγουμε τον τελευταίο καιρό;..

Μαθ. Τα κλάσματα, τα κλάσματα.....

Δασκ. Το κουβάρι κλάσματα!! .... Το κουβάρι αυτό που λέγεται κλάσματα..... (γράφει «κλάσματα» στον πίνακα) ...... και να δούμε σήμερα τι θα ανακαλύψουμε!

Μαθ. Τι θα ανακαλύψουμε;

Δασκ. Εγώ δεν ξέρω τίποτα! .. Εγώ δεν ξέρω τίποτα μια ζωή!! ... Λοιπόν, κλάσματα... Πέστε μου δύο βασικά πράγματα που είπαμε γι' αυτά τα κλάσματα.. δύο βασικά πράγματα.... Λέγε, Χρυσούλα, το ένα..

Χρυσούλα. Ότι ο κάτω αριθμός είναι αυτά που έχουμε και ότι ο πάνω αριθμός είναι αυτά που θα πάρουμε.

Δασκ. Για ξαναπέστα λίγο...

Χρυσούλα. Ο κάτω αριθμός μάς λέει πόσα έχουμε κι ο κάτω αριθμός μάς λέει πόσα θα πάρουμε από αυτά που έχουμε!

Δασκ. Πες μας, Χρυσούλα, ένα κλάσμα, για να μπορούμε να μιλάμε γι' αυτό το κλάσμα.

Χρυσούλα. 2/4!

Δασκ. 2/4. Πολύ ωραία! Καλά το έγραψα; ... Τι μου λέει, δηλαδή, αυτό το κλάσμα;

Χρυσούλα. Ότι έχουμε ένα ολόκληρο, χωρισμένο σε τέσσερα κομμάτια.....

Δασκ. Πολύ ωραία! Ένα ολόκληρο.....

Χρυσούλα. .... Ένα ολόκληρο χωρισμένο σε τέσσερα κομμάτια ....και να πάρω τα δύο από αυτά!..

Δασκ. Πολύ ωραία! ... Και να πάρω τα δύο από αυτά... Τα δύο από τα τέσσερα κομμάτια!!; .. Είναι ίσα τα κομμάτια;

Χρυσούλα. Ίσα κομμάτια!

Δασκ. Ίσα κομμάτια!.. Ίσα κομμάτια!! ..... Άρα, κλάσμα είναι ένας αριθμός που μου εκφράζει σε πόσα κομμάτια χωρίζω ένα όλο και πόσα κομμάτια παίρνω από αυτό το όλο! .. Αυτό το όλο τι μπορεί να είναι;

Μαθ. Ένα ολόκληρο!

Δασκ. Ναι, ένα ολόκληρο! Ολόκληρο από τι;

Μαθ. Από ένα χαρτί!

Δασκ. Ναι, από ένα χαρτί, το οποίο το κάνω φύλλο και χαρτί!!.. Άλλο, τι μπορεί να είναι το ολόκληρο; Μαρία!

Μαρία. Μια πίτσα!

Δασκ. Μια πίτσα! Άλλο;

Μαθ. Μπορεί να είναι.. ένα ψωμί!

Δασκ. Μαρία.

Μαρία. Μία τούρτα!

Δασκ Μία τούρτα! ..... Πολύ ωραία μέχρι εδώ! ... Πάμε τώρα να δούμε εσείς πώς θα χωρίσετε τις πίτσες; (μοιράζει έντυπο υλικό)....Θα γράψετε τώρα, Ελένη! ... Γράψτε, λοιπόν, το όνομά σας, την ημερομηνία και να πούμε λίγα πράγματα. ... Μετά θα σας αφήσω μόνους σας ...... Μπράβο τον Νικόλα! .... Λοιπόν, θα διαβάσετε μήπως υπάρχει κάποια λεξούλα που δεν καταλαβαίνετε και μετά θα μου λέτε εσείς για να γράψουμε όλοι μαζί!!...... «Ο Κώστας καλεί τους φίλους του, ο Κώστας καλεί τους φίλους του, Μιχάλη κι Αντώνη στο σπίτι του και τρώνε την πεντανόστιμη πίτσα που έφτιαξε η μητέρα του. Ο Κώστας έφαγε το ½, ο Μιχάλης τα 2/4 και ο Αντώνης τα 4/8 της πίτσας. Ο Αντώνης, ο πιο γκρινιάρης της παρέας, διαμαρτύρεται ότι έφαγε τη λιγότερη πίτσα, ενώ κατηγορεί τον Κώστα και τον Μιχάλη ότι καταβρόχθισαν την περισσότερη». Εσείς συμφωνείτε;

Μαθ. Όχι!!

Δασκ. Πολύ γρήγορα την πήρατε την απόφαση!.. Γιώργο! Σε άκουσα! Τι σκέφτηκες και είπες αμέσως όχι; .. Διαφωνείς με τον Κώστα; .... Όποιος έχει κάποια άποψη σηκώνει το χεράκι του...

Μαθ. ... Ο Κώστας αφού.. έφαγε τη μισή πίτσα...

Δασκ. Ναι, τι έκανε;

Μαθ. Έφαγε τη μισή πίτσα!

Δασκ. Δηλαδή, διαφωνείς εσύ με τον Κώστα και λες ότι έφαγε τη μισή πίτσα;

Μαθητής. Ναι! Αφού έφαγε τη μισή πίτσα! Και αυτό δεν είναι δίκαιο!!

Δασκ. Μπορεί οι άλλοι να έφαγαν περισσότερη;

Άλλος μαθητής. Μα ο Κώστας έφαγε το ½!

Μαθ. Δύο κομμάτια έφαγε!

Δασκ. Δύο κομμάτια έφαγε!; Τι λες εσύ, Τάσο; Δικαιούται ο Κώστας άλλα κομμάτια;

Τάσος. Όχι!

Δασκ. Γιατί;;

Τάσος. Γιατί.... γιατί έφαγε μισό κομμάτι!

Δασκ. Γιατί έφαγε μισό κομμάτι!

Τάσος. Όχι! Όχι! ..Έφαγε το μισό από την πίτσα!

Δασκ. Έφαγε το μισό από την πίτσα! Άρα, έφαγε το περισσότερο από την πίτσα;;

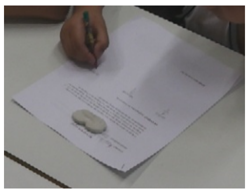
Μαθητές. . Ναι! ... Όχι! ..... Ναι!! .. Όχι !!!! Ο Κώστας έφαγε τη μισή πίτσα...

Δασκ. Έφαγε τη μισή πίτσα! ... Άρα, άδικα τη μοίρασε!...... Ο Κώστας έφαγε το ½ είπαμε......

Μαθ. Και ο Μιχάλης έφαγε τα 2/4!!

Δασκ. Ο Μιχάλης ... (και γράφει στον πίνακα) .... Ο Αντώνης τι έφαγε;

Μαθητές. ... 4/8. ....



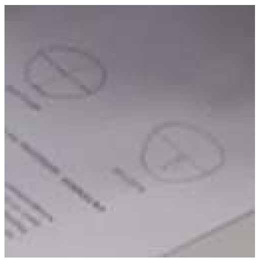
Μαθ. Ο Αντώνης έφαγε την πιο πολύ πίτσα απ' όλους!!

Δασκ. Ποιος;;

Μαθ. Ο Αντώνης!!

Δασκ. Εγώ μέχρι εδώ μιλάω....... Σχεδιάστε και θα δούμε ποιος έφαγε περισσότερη και ποιος λιγότερη.......

Μαθ. ....



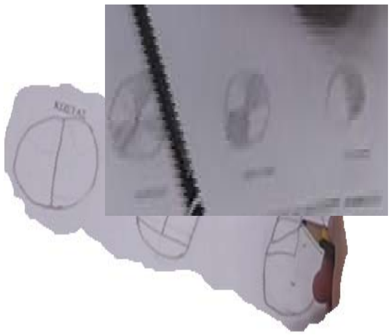
Δασκ. ......Όχι να μετρήσετε. Σχεδιάστε την άποψή σας!........... Σχεδιάστε την πίτσα που έφαγε ο καθένας. ... Θέλω να μου πεις να καταλάβω κι εγώ τι έφαγε ο καθένας! (9:29) …….. (τα παιδιά εργάζονται ατομικά) .... (κάποιοι μικροδιάλογοι μεταξύ της δασκάλας και των παιδιών ή μεταξύ των παιδιών χωρίς σημασία) .... (13:14) πολύ ωραία τη χωρίσατε την πίτσα! Δείξτε μου όμως και τι έφαγε! Τι έφαγε από αυτήν; .... Στο τέλος θα κόψετε τι έφαγε ακριβώς ο καθένας! Μην σας απασχολεί αν στρόγγυλο ή ολοστρόγγυλη η δική σας πίτσα....

Μαθ. Τι θα κάνουμε; Τι θα κάνουμε στο τέλος;;

Δασκ. .... Εξήγησε τι σκέφτηκες. ...... Εξήγησε μου τι έκανες, Μαρία.

Μαρία. Τι να εξηγήσω, κυρία;

Δασκ. Αυτό που σχεδίασες, εξήγησέ το! ... Αυτό εδώ που έκανες, Νικόλα θέλω να το εξηγήσεις.. Θέλω να το καταλάβω, γιατί πρωί – πρωί δε λειτουργώ!! .... (16:20) .... τι δεν σου άρεσε .... να το εξηγήσεις αυτό … γράψε τις σκέψεις σου... τι σκέφτηκες και έφτασες εκεί; ..... (17:56) ..... γράψε μου τις σκέψεις σου! Μη μου λες τι κάναμε! Θα το δούμε σε λίγο τι κάναμε.... Πώς ο ένας έφαγε το ½, ο άλλος τα 2/4 και ο τρίτος τα 4/8 ...... (19:49) .... Τι σκέφτηκες και έφτασες ως εκεί. Δε θα μου γράψεις ολόκληρη έκθεση! Τι σκέφτηκες! ... (22:14) ..... Είστε έτοιμοι;



Μαθ. Όχι!!

Δασκ. (23:04) ... Λοιπόν ολοκληρώστε τις σκέψεις σας .... Ολοκληρώστε τις σκέψεις σας .... (25:08) .... Θέλω τώρα να αφήσετε κάτω τα μολύβια σας .... Να δούμε τώρα τι κάναμε .....

Μαθ. Το ½, τα 2/4 και 4/8.....

Δασκ. Και είπαμε ότι τα κλάσματα κάτι μας λένε! Τι μας λέει το ½;

Μαθ. ..... Ότι ... χωρίζουμε ένα χαρτί.....

Δασκ. Μπορεί να είναι και χαρτί, αλλά στην προκειμένη περίπτωση τι είναι;

Άλλος μαθητής. .. Ένα ολόκληρο χαρτί!: ....

Δασκ. Χαρτί είχαμε να μοιράσουμε στην περίπτωσή μας;

Μαθ. Μία πίτσα!

Δασκ. Άρα, το ολόκληρό μας είναι μία πίτσα!

Μαθ. .. Χωρίσαμε την πίτσα σε δύο ίσα κομμάτια....

Δασκ. Μπράβο! .... Σε δύο ίσα κομμάτια ....

Μαθ. ..... Και πήρε ο Κώστας το ένα!

Δασκ Και πήρε ο Κώστας το ένα! Μπράβο! ... Μαρία, τα 2/4 τι μου λένε να κάνω;

Μαρία. .... Έχω ένα χαρτί ....

Δασκ. .... Ναι, είπαμε ότι τι έχουμε μπροστά μας τώρα;

Μαρία. Μία πίτσα .... και τη χωρίζουμε σε τέσσερα ίσα κομμάτια ...

Δασκ. .. Σε τέσσερα ίσα κομμάτια ..... και;;; .... και;; ...... Τελείωσε; Τι πρέπει να κάνω άλλο; ... Μιλάει το κλάσμα! ... Κάτι μου λέει!

Μαθ. Μιλάει!;

Δασκ. Ναι, μιλάει! Κάτι μου λέει!! .... Λέει 2/4! Χώρισες την ολόκληρή σου πίτσα, Μαρία, σε πόσα κομμάτια;

Μαρία. Σε τέσσερα!......

Δασκ. Τι πρέπει να κάνεις από δω και πέρα; ..... Τι πρέπει να κάνεις; ..... Τα χωρίζεις και τ' αφήνουμε; .... Πόσα κομμάτια δικαιούσαι να φας; Ο Μιχάλης, δηλαδή!

Μαρία. .... Δύο!

Δασκ. Δύο!!

Δασκ. Από τα πόσα;

Μαρία. Από τα δύο!

Δασκ. Μπράβο Μαρία!! ...... Και τελευταίο έμεινε....

Μαθητής. .. Κυρία, κυρία.... το 4/8 που σημαίνει ότι χωρίσαμε την πίτσα σε οχτώ κομμάτια και πήραμε τα τέσσερα!

Δασκ. Σε πόσα κομμάτια τη χωρίσαμε; Δεν άκουσα!

Μαθητής. Σε οχτώ!

Δασκ. Και πόσα κομμάτια πρέπει να φάει από αυτά;

Μαθ. Τα τέσσερα!

Δασκ. Τα τέσσερα!.... Έχετε πει πολύ σωστά πράγματα!! ..... Αφήστε τώρα αυτό που έχετε κάνει και γυρίστε στην επόμενη σελίδα και θέλω να εντοπίσετε ποια πίτσα έφαγε ο καθένας, να κόψετε την πίτσα του Κώστα και να την κολλήσετε στον Κώστα. Να κόψετε το κομμάτι που έφαγε ο Μιχάλης και να το κολλήσετε στον Μιχάλη! .... Βγάλτε, τώρα, το ψαλιδάκι σας και κόψτε......... (28:34) .... και μετά θα ενώσετε αυτό που κάνατε στην αρχική σας σελίδα .... που ρώτησε τι έφαγε ο Κώστας, ο Μιχάλης και ο Αντώνης. ... Ποια απάντηση είναι η σωστή; ...... Ποιος δεν έχει ψαλίδι; .... Θα εντοπίσετε τη σωστή πίτσα...... Θα εντοπίσεις τη σωστή πίτσα..... Ποια είναι χωρισμένη σε δύο, σε τέσσερα, σε οχτώ κομμάτια .... Θα την κολλήσετε στην πίσω σελίδα, εκεί που λέει Κώστας, Μιχάλης και Αντώνης. Δηλαδή στη σωστή θέση!

Μαθ. Θα την κόψουμε όλη;

Δασκ Αυτό που έφαγε ο καθένας! ...... Κι εσύ δεν έχεις ψαλίδι; Δεν έχω άλλο! Όποιος τελειώνει να δώσει το ψαλίδι του .... Κόλλα έχετε όλοι; .... Να υπάρχει μία τουλάχιστον σε κάθε ομάδα.......... (30:34) .... αυτό που έφαγε ο καθένας ....

Μαθητής. (σε άλλον μαθητή της ομάδας του) Πρέπει να κόψεις όποιο κομμάτι έφαγε ο καθένας! Όχι όποιο κομμάτι θες! .....

Δασκ. ...... Μετά θα κάνεις τον έλεγχό σου. .... Ο Μιχάλης τι έφαγε; (32:22).... ½ πολύ ωραία! ... Δίπλωσέ το, χρωμάτισέ το. Μπορείς να το κόψεις αρκεί να μου δείξεις το κομμάτι που έφαγε ο καθένας.... Τελείωσες; ...... Πού είναι του Μιχάλη; ..... Ο Μιχάλης έφαγε τα 2/4..... Πού φαίνεται το κομμάτι της πίτσας που έφαγε ο Μιχάλης;! .... (33:16) .... (33:46)

Μαθητής. Κυρία, ελάτε λίγο! Μπορώ να την κόψω σε κομμάτια;

Δασκ. Σε πόσα;

Μαθητής. Σε τέσσερα!

Δασκ. Βεβαίως!...Αλλά πρέπει να μου δείξεις με κάποιον τρόπο τι θα πάρει από τη σωστή πίτσα! .....

Όλη θα τη φάει; Πρέπει να μου δείξεις! Κοψ' την κομμάτι-κομμάτι, χρωμάτισέ την...... Απλά πρέπει να μου δείξεις τι θα φάει από τη σωστή πίτσα! ..... (35:53) ..... Δε μιλάμε μεταξύ άλλων ομάδων είπαμε!! ...... Κόλλησε και τα υπόλοιπα για να δείξεις τι έφαγε! .... Πολύ ωραία!! ..... Εδώ θα κολλήσεις και το άλλο; ... Του Μιχάλη νομίζω! Ωραία!! .... (σε άλλη ομάδα) .... Όλοι έφαγαν μια πίτσα ολόκληρη; ... Δείξε μου με κάποιο τρόπο τι έφαγε ο καθένας!....(39:35) .....Δεν είμαστε υποχρεωμένοι να κόψουμε την εικόνα! .... Να το εξηγήσουμε; Νικόλα, τους το εξήγησες αυτό;

Νικόλας. Ναι!!

Δασκ. Αλλά μάλλον δεν τον έπεισες; .... Και δεν τους έπεισες απ' ότι κατάλαβα! Θα το δούμε, Νικόλα, μετά! .... Θανάση, Αναστάση τελειώσατε; Κόψατε τις σωστές πίτσες; Τις εντοπίσατε; ... Μάλλον ο Θανάσης τις πήρε όλες! ...... Πιο πολύ από την κυρία αποκλείεται να πείνασε!! .... Για να τις κολλήσουμε και σωστά! Και να τις κολλήσουμε και σωστά! .... (41:56) ...... Νικόλα τελείωσες; .... Όποιος τελειώνει το κλείνει και περιμένει! .... (42:43) Όποιος τελειώνει θα κλείσει το φυλλάδιό του και θα περιμένει λίγο ακόμη.....(44:57) .... Γιώργο, ολοκληρώνεις;

Γιώργος. Όχι ακόμα!

Δασκ. Τελείωσες Μαρία από πίσω;....Ωραία! Ποιοι δεν ολοκλήρωσαν; Για να δω! .....(45:32). Γιάννη, τελείωσες; .... Τελειώσατε; .... (01:26) .... Λοιπόν! Τελειώσαμε όλοι; Θανάση, τελείωσες; ... (02:20) ...... Λοιπόν! Ακούστε με όλοι! Τώρα θέλω να γυρίσετε στην αρχική σελίδα και να δείτε την εκτίμηση που κάνατε! ... Είναι σωστή η αρχική εκτίμηση που κάνατε, με τη σωστή πίτσα που εντοπίσατε;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. Όλοι;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. Κανένας δε βρήκε κανένα λάθος;;!

Μαθητές. Όχι!!!

Δασκ. Δώρα, η εκτίμησή σου, με τον εντοπισμό της πίτσας συμβαδίζουν; ... Είναι το ίδιο;

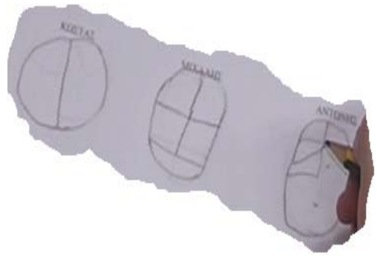
Δώρα. Όχι!

Δασκ. Όχι!! Αυτό λέμε!!

Μαθητής. .... Ο Κώστας έφαγε δύο κομμάτια, ο Μιχάλης τέσσερα.....

Δασκ. Και εδώ; Ο Αντώνης έφαγε όλη την πίτσα δηλαδή; .... Μισό λεπτό! .... Ο Κώστας έφαγε τη μισή πίτσα...... Τη χώρισε στα δύο κι έφαγε τη μισή. Την εντόπισες σωστά! ... Ο Μιχάλης ..... Αυτή πόσα κομμάτια έχει ...... (πολύ δύσκολη ακρόαση λόγω φασαρίας) .... Για κοιτάξτε όλοι της Μαρίας. Κοιτάξτε όλοι εδώ! Η Μαρία εντόπισε το λάθος της! ..... Τον Κώστα τον βρήκες σωστά, Μαρία; ..... Ναι, τον Κώστα τον βρήκες σωστά! .... Είναι χωρισμένη η πίτσα σε δύο κομμάτια και ο Κώστας έφαγε το ένα από τα δύο! .... Και η εκτίμησή της ..... αν και δεν το χρωμάτισες, Μαράκι ..... Επειδή σε ξέρω τι αγχώδης είσαι ..... καταλαβαίνω ότι αυτό ήθελες να μου δείξεις! ... Ναι; Αυτό που δεν μπορώ να καταλάβω, Μαρία, όμως, αν και είσαι αγχώδης, είναι του Μιχάλη! Ποιο ήταν το πιο σοβαρό λάθος που δεν το χρωμάτισες ακόμα. Ποιον κανόνα βασικό δεν ακολούθησες;

Μαρία. (Μιλά χαμηλόφωνα)...



Δασκ. Δεν ξεχωρίζουν τα κομμάτια λες; .... Σε πόσα κομμάτια είναι χωρισμένη η πίτσα; .... Αυτή εδώ η πίτσα του Μιχάλη! .... Ένα, δύο, τρία, τέσσερα.... Αυτό εδώ κάτω τι είναι; .... Εδώ σε πόσα κομμάτια τη χώρισες;

Μαρία . ... Σε οχτώ!

Δασκ. Και έπρεπε να χρωματίσεις πόσα; ..... Η εκτίμησή σου, .. ο χωρισμός σου ήταν σωστός, εκτός από του Μιχάλη! Τώρα, τι πρέπει εδώ να μου δείξεις; ... Να διορθώσεις τι; ..... Τι έφαγες; ... Δύο έφαγε; ..... Χρωμάτισέ το!! ..... Συμπέρασμα...... Συμπέρασμα..... Συμβαδίζει ο εντοπισμός με την εκτίμηση που κάνατε; Θανάση! ... Αναστάση.... Έχετε κάνει λάθος; .. Τα βρήκατε όλα σωστά; .... Γιάννη; ...... Μάλιστα! .... Εδώ; .... Νικόλα, σε βλέπω ακόμα κόβεις, ράβεις! Κάτι προσπαθείς να κάνεις! ... Για εξήγησέ μου, τι προσπαθείς να κάνεις; .... Θέλω να σε ακούσω, Νικόλα, γιατί μπερδεύτηκες. Να ξεμπερδέψουμε μαζί το κουβάρι! .... Γι' αυτό σας λέω από την αρχή ότι θα ξεμπερδέψουμε μαζί το κουβάρι! ... Σήμερα! .. Έτσι, Νικόλα! Για πες μου, λοιπόν, πού μπερδεύτηκες;

Νικόλας. Μπερδεύτηκα στον Μιχάλη και στον Αντώνη!

Δασκ. Γιατί;

Νικόλας. Κυρία, τι γιατί! .... Γιατί έβαλα δύο κομμάτια που δεν ήταν ίσα στον Μιχάλη .... στον Μιχάλη.......... Και στον Αντώνη ...... Δεν έβαλα τη σωστή πίτσα!

Δασκ. Δηλαδή, ποια πίτσα έβαλες; Σε πόσα κομμάτια ήταν χωρισμένη;

Νικόλας. Σε τέσσερα!

Δασκ. Ενώ του Αντώνη η πίτσα, σε πόσα κομμάτια ήταν χωρισμένη;

Νικόλας. Σε οχτώ!

Δασκ. Άρα, εντόπισες ότι βασική προϋπόθεση είναι να είναι χωρισμένη η πίτσα σε ίσα κομμάτια και μετά σε πόσα κομμάτια είναι χωρισμένη! Σωστά;

Νικόλας. Ναι!

Δασκ. Μερικοί .... διαφωνήσατε με τον Κώστα ότι αυτός έχει τη λιγότερη και οι άλλοι την περισσότερη...... Τι συμπέρασμα βγάλατε, Γιάννη; Βγάλατε κανένα συμπέρασμα; ..... Συμφωνείς, δηλαδή, με τον Κώστα ότι έφαγε τη λιγότερη;

Μαθητής Όχι! ... Όλοι το ίδιο έφαγαν!!

Δασκ. Όλοι το ίδιο έφαγαν! Δηλαδή; .... Γιώργο, συμφωνείς με τη γκρίνια του Κώστα....

Μαθητές. Ο Αντώνης !!!! ..... Ο Αντώνης!!!!

Δασκ. Ο Αντώνης γκρίνιαξε; ..... Μάλιστα! ... Ο Αντώνης! .... Έχετε δίκιο!! ... Είστε καλοί!! ..... Έφαγαν, δηλαδή, όλοι το ίδιο; .... Και πώς ο ένας έφαγε το ½, ο άλλος τα 2/4 και ο τρίτος τα 4/8, αφού είναι ίσα;;

Μαθητής. Ο Κώστας έκοψε τη δική του πίτσα σε δύο μεγάλα κομμάτια και έφαγε το ένα, ο Μιχάλης σε μικρότερα κομμάτια.....

Δασκ. Σε πόσα κομμάτια;

Μαθητής. Σε τέσσερα! ..... Και έφαγε τα δύο .... και ο Αντώνης σε οχτώ κομμάτια ....

Δασκ. Ναι! Και έφαγε πόσα;

Μαθητής. Κι έφαγε τα τέσσερα! .... Γι' αυτό νόμιζε ότι έφαγε τη λιγότερη πίτσα!

Δασκ. Αααα! Μάλιστα! Γιατί νόμιζε ότι έφαγε τη λιγότερη πίτσα; Γιατί;;

Μαθητής. Γιατί .... έφαγαν τρεις πίτσες κι αυτή και ήταν ....

Δασκ. Τι ήθελες, Τάσο, να πεις;

Τάσος. Γιατί το ½ ήταν μισό και ήταν ίσο κομμάτι!!

Δασκ. Και πώς ήταν το ½ σε σχέση με τα άλλα κομμάτια;

Τάσος. Τα 2/4 ήταν δύο κομμάτια. Τα 4/8 ήταν τέσσερα κομμάτια! Και το ½ ήταν ένα κομμάτι!

Δασκ. Μάλιστα! ... Μάλιστα! ... Αν τα συγκρίνουμε αυτά τα κλάσματα....

Τάσος. Τα έχω εδώ όλα!

Δασκ. Τα έχεις εκεί όλα! Αν τα συγκρίνουμε αυτά τα κλάσματα, ποιο σύμβολο θα βάζατε ανάμεσα; ... Δηλαδή, είναι κάποιο μεγαλύτερο ή μικρότερο απ' αυτά; ....

Μαθήτρια. Όχι! Είναι ίσα!

Δασκ. Ίσα!! Για σήκω, λοιπόν, να μου τα βάλεις! Ποιο σύμβολο θα βάλουμε ανάμεσα;.... Το ½ είναι.... Τα μαθηματικά παιδιά διαβάζονται!! ...... (η μαθήτρια γράφει το σύμβολο >).... Μεγαλύτερο είναι;;! ..... (σβήνει με το χέρι) ...... Έχουμε και σφουγγάρι! ..... (η μαθήτρια γράφει =) ... Το ½ είναι ίσο με τα 2/4, αφού ο Κώστας έφαγε την ίδια ποσότητα πίτσας με τα 2/4 που έφαγε ο Μιχάλης! Συμφωνείτε;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. ... Και ο Μιχάλης; ..... (η μαθήτρια γράφει =) ...... Μάλιστα! Άρα, έχουμε δύο κλάσματα διαφορετικά γραμμένα που σημαίνει τι; ...... Τι σημαίνει;

Μαθητής. Τα κλάσματα είναι ίσα!

Δασκ. Άρα, το ½, τα 2/4 και τα 4/8 είναι κλάσματα ίσα! Έτσι θα τα πούμε; Ίσα κλάσματα;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Έτσι θα τα πούμε, ίσα κλάσματα; Ξέρει κάνεις καμία άλλη λέξη, να δώσουμε ένα επίθετο στα ίσα κλάσματα;

Μαθητές. Ισοδύναμα!

Δασκ. Άκουσα κάποια άλλη λέξη .....

Μαθητές. Ισοδύναμα!

Δασκ. Ισοδύναμα κλάσματα! Μου άρεσε αυτό! Ισοδύναμα κλάσματα! ... Δηλαδή όταν λέμε ισοδύναμα κλάσματα τι εννοούμε;

Μαθήτρια. Ίσα!

Δασκ... Είναι σύνθετη λέξη.... Ίσα... Ίσα...;;

Μαθ. Ίσα στη δύναμη!

Δασκ. Έχουν ίση δύναμη! ... Άρα;

Μαθ. Είναι ίσα!

Μαθητής. Άρα, όλοι έφαγαν ίσα κομμάτια πίτσα!!

Δασκ. Λοιπόν ½, 2/4, 4/8.... Για να δω εδώ τους έξυπνους! Άλλη δραστηριότητα! Ένα λεπτό! Εδώ στον πίνακα! Ένα λεπτό μόνο! .... ½, 2/4 ίσα ακούγονται, ισοδύναμα... 4/8.... Ναι;; ...... Μπορείς να μου πεις ένα διαφορετικό κλάσμα που να μου δείχνει ότι έφαγες την ίδια ποσότητα πίτσας με τους άλλους τρεις;

Μαθητές. Κυρία, κυρία, κυρία........

Δασκ. Ένα διαφορετικό κλάσμα που να φανερώνει ίση δύναμη με τα άλλα! Ποιο μπορεί να είναι; Δε θα το σχολιάσουμε! Έτσι, μήπως ξέρετε!.... Τι λες, Τάσο, εσύ;

Τάσος. 3/6!

Δασκ. 3/6! (γράφει)

Άλλος μαθητής. 8/16!

Δασκ. 8/16!!

Μαθητής. Αυτό θα έλεγα..... και 3/6.

Δασκ. Και 3/6! .. Μάλιστα! Κλείνει η παρένθεση! .... Βάλτε τη δραστηριότητα αυτή κάτω από το θρανίο....και αφού φάγατε και αφού ήπιατε... πάμε να μάθουμε ιστορία! (μοιράζει νέα φυλλάδια στους μαθητές) .... και είπαμε, αφού φάγαμε την πίτσα, τώρα δουλειά! Ποιος από τους τρεις χρειάζεται περισσότερο χρόνο για να μάθει την ιστορία από τους τρεις; ... Ο Κώστας;

Μαθητές. Κανείς!!

Δασκ..... Δεν ξέρω και..... δε θα εξηγήσω άλλο ..!! .. Μία φορά θα το πω!!!! ... Ωραία!! ..... Ο Κώστας χρειάστηκε το 1/3 της ώρας για να μάθει την ιστορία. .... Ο Μιχάλης χρειάστηκε τα 2/6 της ώρας και ο Αντώνης τα 4/12 της ώρας. Ωραία! .... Σας διευκολύνω γιατί είναι πρωί-πρωί, αν και δεν έπρεπε να σας το δώσω, ότι η ώρα έχει πόσο;;..

Μαθητές. Εξήντα λεπτά!!

Δασκ. Ωραία! .. Μοιράζω, .. χρωματίζω σωστά, ελέγχω σωστά... και μετά συμπέρασμα!....... (18:17) ...... Θέλετε να συνεργαστείτε;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. Συνεργαστείτε!

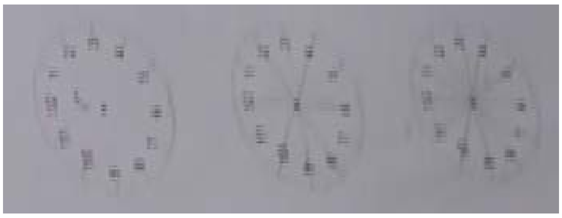
Μαθητές. Ωραία, κυρία!!

Δασκ. .... Μαζί όλοι! Όχι ένας! Μαζί όλοι!!!.... Χωρίστε το ρολόι σωστά, για να δούμε ποιος χρειάστηκε περισσότερη ώρα για να μάθει την ιστορία! (19:20) .... Όχι με μαρκαδόρο! Πρώτα με μολυβάκι, μήπως κάνω λάθος να το σβήσω!

Μαθ. Κυρία, μπορώ να το χωρίσω.....

Δασκ. Μα δε θα το χωρίσεις σε δύο...... Έπρεπε να το σκεφτείς πιο νωρίς! ....Όταν μοιράζω, μοιράζω σε ίσα κομμάτια. Το 2/6, μπορεί να μου βγει κάτι άλλο μετά! Μέχρι εκεί μιλάω! ..... (εποπτεύει τις ομάδες) ... Πρέπει να είναι ίσα τα κομμάτια! ..... Για να δω! ... (22:19) ... Αναστάση. Εσύ τι κάνεις;

Αναστάσης. Όλοι σκεφτόμαστε!!......



Δασκ. .... (24:03) Ωραία! .... Το εξήγησες πως το έκανες; ....

Μαθητές. (25:58).Κυρία! Εδώ τελειώσαμε! ...

Δασκ. (26:52) Λοιπόν......

Μαθητές. Κυρία! Περιμένετε λίγο!!

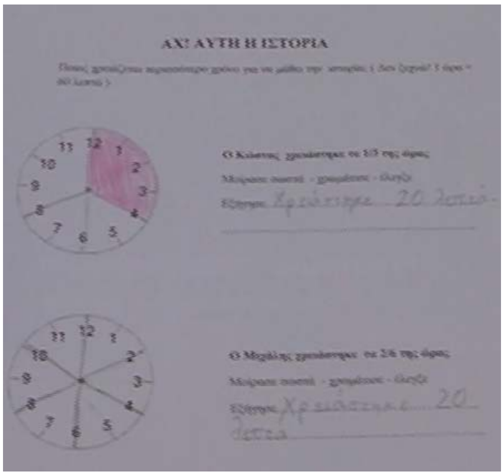
Δασκ. Λοιπόν!.... Και είδα διάφορα!

Μαθητής. Κυρία! Πέντε λεπτά!! Δεν τελειώσαμε ακόμη!!

Δασκ. Και θέλω να πω κάποια πράγματα.....

Μαθητής ...... Κυρία! Κανείς δεν τελείωσε ακόμα!! ...

Δασκ. Τουλάχιστον μπορείτε να μου πείτε πόσα λεπτά χρειάστηκε ο καθένας για να διαβάσει;



Μαθητές. Κυρία, κυρία!!

Μαθητής. Όλοι είκοσι λεπτά!!

Δασκ. Όλοι είκοσι λεπτά!! Μάλιστα!...... Για να ακούσουμε τον Γιώργο. Γιώργο, τι σκέφτηκες και είπες ότι όλοι χρειάζονται είκοσι λεπτά;

Γιώργος. Να μιλήσουν οι υπόλοιποι για μένα!

Δασκ. Να μιλήσουν οι υπόλοιποι για σένα; ..... Για να ακούσουμε όλοι προσεκτικά τον Νικόλα!

Νικόλας. ..... Γιατί ο Κώστας...... ο Κώστας .... Χωρίσαμε την ώρα σε τρία κομμάτια ....

Δασκ. Δηλαδή την ώρα; ... Όταν λέμε ώρα, τι εννοούμε;;

Νικόλας. Μία ώρα έχει εξήντα λεπτά....

Δασκ. Άρα, μοίρασες το εξήντα....

Νικόλας. Μοίρασα το εξήντα σε τρία κομμάτια και πήρα το ένα.... Άρα, είκοσι λεπτά!!

Δασκ. Μάλιστα! Εξήντα είπε ο Νικόλας δια τρίτα, τρία, άρα το 1/3 έχει εξήντα λεπτά, Τάσο! ... Παρακάτω!

Νικόλας. ... Ο Μιχάλης..... Χωρίσαμε την ώρα στα .... έξι.....

Δασκ. Δηλαδή, πόσο έχει μέσα;

Νικόλας. Έχει δέκα λεπτά!

Δασκ. Μπράβο! Εξήντα λεπτά, είναι έκτα, ο Νικόλας το χώρισε σε έξι και το καθένα έχει μέσα δέκα λεπτά!

Δασκ. Άρα;;

Νικόλας. 2/6! Άρα, δέκα και δέκα, είκοσι!!

Δασκ. Και στον Αντώνη, πάλι χώρισες, Νικόλα, σε δώδεκα και βρήκες ότι έχει μέσα, πόσα λεπτά;;

Νικόλας. Πέντε λεπτά!

Δασκ. Άρα;;

Νικόλας. Είκοσι λεπτά! .... Αφού πήραμε τέσσερα! Πέντε και πέντε δέκα και πέντε δεκαπέντε και δέκα, είκοσι λεπτά!!

Δασκ. Άρα, τι είναι αυτά τα κλάσματα, Νικόλα;

Νικόλας. Ισοδύναμα!

Δασκ. Ποια κλάσματα να γράψω, Νικόλα;

Νικόλας. ... 1/3...2/6 και... 4/12.....!!

Δασκ. Μάλιστα! ..... Μαρία, πες μου! Πού σε δυσκόλεψε;

Μαρία. Εδώ πάνω!

Δασκ. Πού; Ο Κώστας;

Μαρία. Ναι!

Δασκ. Να μοιράσεις το ρολόι σε τρίτα;

Μαρία. Ναι!

Δασκ. Αν ήταν σε τέταρτα, θα σου ήταν ευκολότερο; .... Αν ήταν τέταρτα, τι θα έβαζες σε κάθε κομμάτι; .. (δείχνει στο φυλλάδιο) ... Τι θα έβαζες σε κάθε κομμάτι; ...... Αν ο Κώστας χρειαζόταν ένα τέταρτο για να μάθει ιστορία, πόσα λεπτά θα έβαζες στο ένα τέταρτο;

Μαρία ...... (μετρά) ..... Δεκαπέντε!

Δασκ. Γιατί; Τι έκανες; Τι μέτρησες; Η ώρα έχει.....

Μαρία. Εξήντα λεπτά......

Δασκ. Και τη μοίρασες σε....τέταρτα....Ενώ έπρεπε να τη μοιράσεις σε....τρίτα! ..... Λοιπόν, ευχαριστώ πάρα πολύ!!!! Διάλειμμα!!

Αποβιντεοσκόπηση διδασκαλίας 4ης εκπαιδευτικού: <u>Σχέση</u> μέρους προς όλο/ Διαπραγμάτευση μαθηματικού νοήματος/ Διαχείριση λάθους
1η Διδασκαλία

-**Δασκ**. …Ακούστε λίγο…θα τραβήξει βίντεο από το μάθημα, το οποίο όμως θα το χρησιμοποιήσουμε εμείς οι δάσκαλοι, δεν θα δημοσιοποιηθεί, γι'αυτό δεν ζητήσαμε και άδεια, θα το χρησιμοποιήσουμε εμείς οι δάσκαλοι για να συζητήσουμε μετά για το μάθημα…Γι'αυτό είναι κι οι φοιτητές κι η κυρία (……) για να συζητήσουμε πάνω στο μάθημα…Εντάξει; ……Κατέβασε την τσάντα σου σε παρακαλώ κάτω …Ευχαριστώ…… Τα βιβλία δεν τα χρειαζόμαστε. Αυτό που χρειαζόμαστε είναι τα μολύβια σας και …θέλω ένας από κάθε ομάδα, αποφασίστε ποιος, να πάρει μόνο αυτός τους μαρκαδόρους, ….για να μη σηκωθούμε μετά … (ακολουθούν διευκρινήσεις και κινητικότητα των μαθητών ώστε να εφοδιαστούν όλες οι ομάδες τους μαρκαδόρους… «απλούς μαρκαδόρους…. Θα αποφασίσει η ομάδα …Λοιπόν, ωραία, εντάξει Μαρία»…Η δασκάλα κινείται και εποπτεύει τις ομάδες …………Δεν χρειάζεσαι πολλούς. Δύο, τρεις. ….. Μαρκαδόρους όχι ξυλομπογιές…………..

-Δασκ. Λοιπόν,…. Για πείτε μου λιγάκι…….. εε….. είχαμε μιλήσει………

-**Μαθ**. …..Κυρία εμείς δεν μπορούμε …. (τα κουτιά τους είναι κάτω από άλλα και δεν μπορούν να εφοδιαστούν μαρκαδόρους)…….

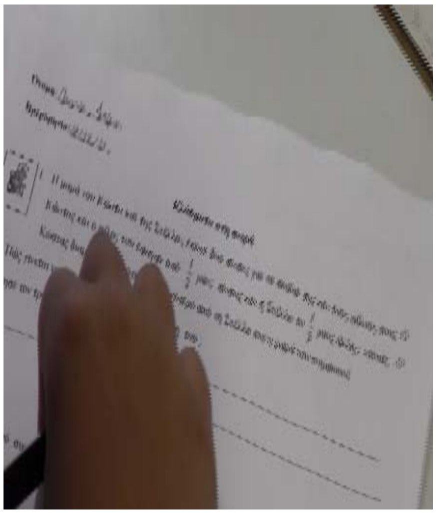
-**Δασκ**. Δεν πειράζει, θα πάρετε από τους άλλους…Προσεκτικά γιατί θα πέσουν τα κουτιά…(η δασκάλα κινείται προς τα κουτιά……)…

-**Δασκ**. Για πείτε μου λιγάκι, για ποιο θέμα συζητάμε στα μαθηματικά αυτή την περίοδο; (τα παιδιά σηκώνουν τα χέρια)…… Για ποιους αριθμούς συζητάμε; …… Παντελή;

-**Παντελής**. Για τους ακέραιους!

-**Δασκ**. Για τους ακέραιους συζητάμε ή για τα κλάσματα;

-Παντελής. Και τα δύο!!!!



-**Δασκ**. Και τους ακέραιους και τα κλάσματα; ……. Συμφωνείτε;….. (Αμηχανία….) … Ας πούμε ναι, ότι συζητάμε και για τα δύο……. Ναι δεν ξέρω!..... Τι λέτε ; Συμφωνείτε;……

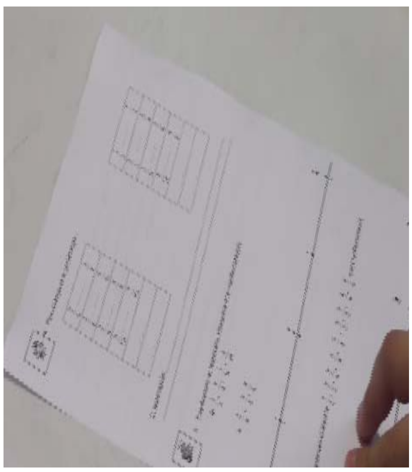
-Μαθητές. Για τους κλασματικούς…….. για τα κλάσματα…… για τα ισοδύναμα……..

-**Δασκ**. Ναι, για τα ισοδύναμα, είπαμε την προηγούμενη φορά…. Δε μου λέτε, πώς τους λένε αυτούς τους αριθμούς, όχι τους κλασματικούς….. Αυτούς τους αριθμούς που τους συναντάμε στη φύση;…..

-**Μαθητής**. Φυσικούς αριθμούς!

-**Δασκ**. Φυσικούς αριθμούς! Δε μου λέτε; Ποια διαφορά έχουν οι κλασματικοί από τους φυσικούς; … Σε τι διαφέρουν; … Είναι ίδιοι αριθμοί;….. Αρτέμη;

-Αρτέμης. Οι κλασματικοί αριθμοί…….. δηλαδή, μπορούν να ξεχ…, δηλαδή έχουμε μια τούρτα και τη χωρίζουμε σε έξι κομμάτια και παίρνουμε το ένα.. Αυτό είναι το 1/6. Οι φυσικοί αριθμοί είναι το 1,2,3……. Μέχρι το άπειρο!...



-**Δασκ**. Ωραία! Ακούστε τι πρόβλημα έχουμε….. «Έχουμε δύο πίτσες. Η μαμά του Κώστα και της Στέλλας κάλεσε τους φίλους τους στο σπίτι. Η μαμά έκανε δύο πίτσες..

-**Μαθητής**. Πόσοι είναι αυτοί;!

-**Δασκ**. Λοιπόν, θα σας το δώσω και θα το βρείτε…. (δίνει στις ομάδες έντυπα)….Θα δουλέψετε μόνοι σας….

Μαθητής. Μόνοι μας;

-**Δασκ**. Εκεί που έχει, λοιπόν, το ανθρωπάκι.. θα δουλέψετε μόνοι σας… και εκεί που έχει ένα αστεράκι με πολλά παιδιά, θα δουλέψουμε όλοι μαζί. .. Θα το σκεφτείτε λιγάκι να μου πείτε τι γίνεται…..

- **Μαθητής**. Πρώτα όλοι μαζί;

-**Δασκ**. Όχι, πρώτα μόνοι σας. Θα το διαβάσετε, θα το κουβεντιάσουμε όλοι μαζί και μετά θα δουλέψετε στην ομάδα… Θα σας πω εγώ! ….. Όπου βλέπετε έναν μαθητή, θα δουλέψετε μόνοι σας…Για διαβάστε το λιγάκι……(τα παιδιά διαβάζουν το έντυπο…… μετά από 1΄περίπου……)

-**Δασκ**. Μην ξεκινάτε να το συμπληρώνετε. Θα το συζητήσουμε πρώτα…(… άλλα 40’’…..)

-**Μαθητές**. Κυρία, εγώ το διάβασα….. Και εγώ……..

-**Δασκ**. Θα το διαβάσουμε τώρα όλοι μαζί…… Ποιος θα το διαβάσει; … Διάβασέ το, Χρήστο…

-**Χρήστος** « Η μητέρα του Κώστα και της Στέλλας έκανε δύο πίτσες για τα παιδιά της και τους φίλους τους. Ο Κώστας και ο φίλος του έφαγαν το ½ μιας πίτσας και η Στέλλα το 1/3 από μια άλλη πίτσα. Ο Κώστας και ο φίλος του διαμαρτύρεται ότι έφαγαν λιγότερο από τη Στέλλα και η μαμά τους συμφωνεί. Πώς γίνεται να έφαγε λιγότερο από την αδερφή του;»….

-**Δασκ**. Καταρχήν, το καταλάβατε;

- Μαθητές. Ναι!!.....

-**Δασκ**. Έχετε κάποια ιδέα για αυτό ν' ακούσω;… (κάποιοι μαθητές σηκώνουν χέρι)…..

-**Δασκ**. … Για ν' ακούσω Πέτρο!

-**Πέτρος**. .. Αφού .. ο Κώστας… Ναι, αφού ο Κώστας έφαγε το ½ μαζί με τον φίλο του…..!!

-**Δασκ**. Όχι και οι δύο…. Ο καθένας…

-**Πέτρος**…. Ναι, το ½ ο καθένας… ενώ η Στέλλα έφαγε το 1/3……. Πιο πολύ έφαγε η Στέλλα….!

-**Δασκ**. Πιο πολύ έφαγε η Στέλλα; … Για να ακούσω, Χριστινάκι……

-**Χριστινάκι**. Ο Κώστας έφαγε περισσότερο γιατί το ½ το χωρίζουμε στη μέση, ενώ το 1/3 το χωρίζουμε σε πιο λίγα κομμάτια!!!!

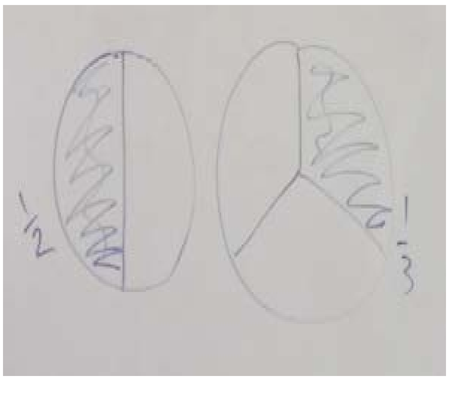
- **Άλλος μαθητής**. Σε πιο πολλά κομμάτια … (Χριστινάκι …αμηχανία..)

-**Χριστινάκι**. Η πρώτη είναι πιο μεγάλη ποσότητα..

-**Δασκ**. Ποια είναι πιο μεγάλη ποσότητα;

-**Χριστινάκι**. Αυτή που έφαγε ο Κώστας και ο φίλος του!

-**Δασκ**. Το ½ είναι, δηλαδή, μεγαλύτερο από το 1/3…. Πώς γίνεται όμως ο Κώστας να επιμένει… Ο



Κώστας τη βλέπει την πίτσα και λέει ότι είναι μικρότερο το κομμάτι που έφαγε και η μαμά του συμφωνεί…… Τι λέτε να έχει συμβεί;

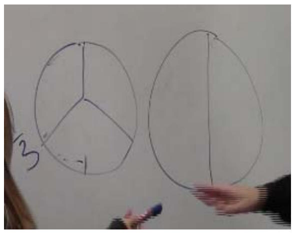
-**Μαθητής**. … Όχι κυρία! Μεγαλύτερο κλάσμα είναι αυτό που έχει μεγαλύτερο παρονομαστή, κυρία!

-**Δασκ**. Μεγαλύτεροι αριθμοί είναι αυτοί πού…….

-**Μαθήτρια** . Μεγαλύτερο κλάσμα…!!!

-**Δασκ**. Αααα! Μάλιστα! …Θέλετε όμως να…… εδώ όμως κάτι συμβαίνει!..... Εδώ κάτι συμβαίνει! … Ο Κώστας κάνει λάθος επομένως;.. Έτσι λέτε; ….. Θέλει να το σχεδιάσει κάποιος στον πίνακα; Ποιος θέλει να το σχεδιάσει στον πίνακα; Θέλεις Χριστίνα να σηκωθείς;.. (Η Χριστίνα συμφωνεί και σηκώνεται στον πίνακα)…… Θα μπορούσατε .. και εδώ έχω πίτσες (χάρτινες) να δούμε τι γίνεται…. (η Χριστίνα σχεδιάζει..)… Εδώ πέρα όμως ποιο κομμάτι είναι το ½; Μπορείς να του βάλεις μια σκιά.. κάτι να το δούμε; (Η Χριστίνα το σκιάζει)… Και το1/3; (Η Χριστίνα σκιάζει).. Εδώ πέρα συμφωνείτε ότι αυτός που έφαγε το 1/3 έφαγε λιγότερο;
-**Μαθητής**. Ο Κώστας, κυρία, έφαγε περισσότερο! Τη μισή πίτσα σχεδόν έφαγε!!

-**Μαθήτρια**. Κυρία, τη δεξιά πίτσα την έκανε λίγο πιο μεγάλη, για αυτό φαίνεται….



-**Δασκ**. Ααα! Μάλιστα! Μας λέει μέσα ότι η μαμά έκανε τις πίτσες με τον ίδιο τρόπο; Η μαμά στο σπίτι τις πίτσες τις κάνει πάντα με τον ίδιο τρόπο;

-**Μαθητές**. Όχι, όχι…

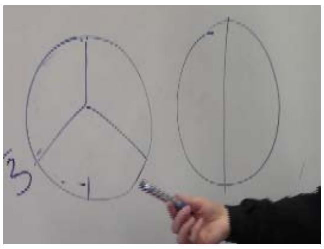
-**Δασκ**. Άλλες φορές τις κάνει πιο μεγάλες και άλλες πιο μικρές. Υπάρχει, λοιπόν, περίπτωση το 1/3 να είναι πιο μεγάλο από το ½;.. Γεωργία..

-**Γεωργία**. Όχι! Γιατί πάλι μεγαλύτερο είναι………

-**Μαθητής**. Πάλι μεγαλύτερο βγαίνει !!!

-**Δασκ**. Λέτε, λοιπόν, ότι είναι ίδιες οι πίτσες; (Η Χριστίνα σβήνει από μόνη της..) Α, για να δούμε τι θα κάνει;

-**Δασκ**. Ααα!! Μάλιστα!!! Πολύ ωραία!!!... Να το κάνουμε … (σβήνει τον κύκλο δεξιά).. εσύ θέλεις το ίδιο να γίνει….. Όμως, αυτό μας το λέει το πρόβλημα;…… Εντάξει, ίδιο είναι περίπου…. Όμως, μας το λέει το πρόβλημα; Θέλει κάποιος να το διαβάσει άλλη μια φορά να δούμε τι λέει; … Έλα, Γιάννη.



-**Γιάννης**. «Η μητέρα του Κώστα και της Στέλλας, έκανε δύο πίτσες για τα παιδιά της και τους φίλους τους. Ο Κώστας και ο φίλος του έφαγαν το ½ μιας πίτσας και η Στέλλα το 1/3 από μια άλλη πίτσα. Ο Κώστας και ο φίλος του διαμαρτύρεται ότι έφαγαν λιγότερο από τη Στέλλα και η μαμά τους συμφωνεί. Πώς γίνεται να έφαγε λιγότερο από την αδερφή του;»

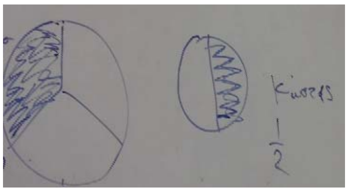
-**Δασκ**. Γίνεται αυτό το πράγμα; .. Έτσι όπως το έκανε η Χριστίνα… γράψε το όνομα .. α, το έγραψες,… του Κώστα είναι σίγουρα πιο μεγάλο από της Στέλλας…. Εντάξει; Πώς θα γίνει όμως το κομμάτι της Στέλλας, που λέει το πρόβλημα να είναι πιο μεγάλο. Τι πίτσα είναι αυτή;

-**Μαθητές**. (Μιλούν πολλοί μαζί)..

-**Δασκ**. Δεν άκουσα!

-**Μαθητής**. Μπορεί η πίτσα του Κώστα να είναι πιο μικρή!

-**Δασκ**. Πιο μικρή την έφτιαξε για να έφαγε ο Κώστας ή η Στέλλα πιο πολύ;… Για κάν' την πιο μικρή (απευθύνεται στη Χριστίνα) .. Της περίσσεψε λίγο ζυμάρι και την έκανε πιο μικρή….. (οι μαθητές σχολιάζουν)…. Γιατί δεν γίνεται στο σπίτι αυτό καμιά φορά; … (Η Χριστίνα έκανε έναν κύκλο χωρίς εμφανή διαφορά από τον πρώτο. Η δασκάλα τον σβήνει)… Για κάν' την πιο μικρή ……… (Η Χριστίνα το κάνει) …Χρωμάτισε και το ½. Εδώ…..



-**Μαθητές**. Το ίδιο είναι, κυρία! – Τι το ίδιο είναι, ρε…… -Όχι το ίδιο είναι…..!!!!

-**Δασκ**. Άρα, τι κομμάτια είναι αυτά; Είναι από ίδιες πίτσες. Συγκρίνουμε κομμάτια από την ίδια πίτσα; Αρτέμη!

-**Αρτέμης**. … (Κάτι λέει ένας άλλος μαθητής)..

-**Δασκ**. Αρτέμη, συγνώμη! Κάτι είπε… Τι είπες;..

-**Άλλος μαθητής**. …(αμηχανία. Κοιτά τον πίνακα)…….

-**Δασκ**. Τι πίτσες έχουμε εδώ; Ίδιες; … Να σε βοηθήσει ο Πέτρος; Για πες, Πέτρο!

-**Πέτρος**. Η μία πίτσα είναι οικογενειακή και η άλλη ατομική!!

-**Δασκ**. Ααaa! Μάλιστα!! Θα μπορούσε η μία να είναι οικογενειακή και η άλλη ατομική;!!.. Μπορούμε να συγκρίνουμε κομμάτια από διαφορετικού μεγέθους πίτσες;

-**Μαθητές**. Όχι!!!

-**Δασκ**. Όταν λέμε ότι έφαγα περισσότερο ή λιγότερο, τι προσέχουμε να είναι οι πίτσες;

-**Μαθητές**. Ίδιες!

-**Δασκ**. Πώς το λέμε στα μαθηματικά αυτό, ίδιες πίτσες; Πώς το λέμε; ….. Το έχουμε ξαναπεί!! .. Πώς το λένε; ….. Τα κλάσματα για να τα συγκρίνουμε πρέπει να είναι κομμάτια από…… Από…

Μαθητής. Ίδιο αριθμό!

-**Δασκ**. Ίδιο αριθμό! Πώς τον λέμε αυτόν τον ίδιο αριθμό;!

Μαθητής. Κλάσμα!!!!

-**Δασκ**. Κλάσματα! Ναι, είναι κομμάτια από ίδιο ….όλο …..Ολόκληρο! Δηλαδή, το ολόκληρο που μας δίνει το κομμάτι… Το ολόκληρο τι πρέπει να είναι…;

_**Μαθητής**. Το ολόκληρο μπορεί να είναι και πιο μικρό!!

-**Δασκ**. Μπορεί να είναι και πιο μικρό! Τι πρέπει όμως να είναι οι πίτσες για να συγκρίνουμε τα κομμάτια……;;

-**Χριστίνα**. Ίδιες!

-**Δασκ**. Ίδιες! Αυτό το ολόκληρο, το όλο πρέπει να είναι ίδιο. Να είναι ίσο. …Σ' αυτές τις πίτσες που έχω εγώ εδώ, μπορούμε να κάνουμε σύγκριση; (βγάζει χάρτινες πίτσες)…. Εδώ που είναι ίδιες οι πίτσες, μπορούμε να συγκρίνουμε τα κομμάτια;……. Μισό λεπτό να βρω το κομμάτι που δείχνει το ½ (ψάχνει) … Να το ½ της πίτσας. ….Και να το 1/3….. Εδώ φαίνεται ότι είναι τι οι πίτσες;..

-**Μαθητές**. Ίσες!!

-**Δασκ**. Ίσες! Άρα, συμφωνούμε ότι…. Τι είπες, Πέτρο;

-**Πέτρος**. Και πάλι αυτή φαίνεται να είναι λίγο πιο μεγάλη!!!!

-**Δασκ**. Το 1/3 είναι πιο μεγάλο;;!!

-**Πέτρος**. Όχι! Το χαρτί είναι λίγο πιο μεγάλο!! Είναι μεγαλύτερο αυτό το κομμάτι ή αυτό; (δεν φαίνεται στη βιντεοσκόπηση) …… Όχι, η πίτσα ολόκληρη!

-**Δασκ**. Νομίζω ότι τις έκανα ίδιες! Ε, εντάξει! Έχει μια μικρή διαφορά!!.... Πάντως συγκρίνουμε αριθμούς, κλασματικούς, όταν έχουν το ίδιο μέγεθος!

-**Μαθητής**. Ο Πέτρος νόμιζε ότι δεν ήταν ίδιες οι πίτσες γιατί θα ήταν ψευδαίσθηση του ματιού..!!...

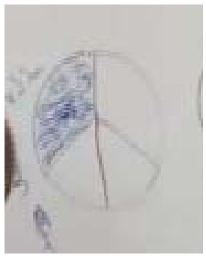
-**Δασκ**. Αν ήταν ίδιες οι πίτσες, λέτε ότι δεν θα ήμασταν σίγουροι ότι το 1/3 … (διακόπτει ένας μαθητής)

-**Μαθητής**. Όχι κυρία, εγώ νομίζω ότι θα ήταν ψευδαίσθηση του ματιού!!

-**Δασκ**. Δεν θα έπρεπε τότε το ½ να είναι μεγαλύτερο από το 1/3….;;

-**Μαθητής**. Ναι, θα έπρεπε!... Αλλά……

-**Δασκ**. Συμφωνείτε με τον Γιάννη ότι το ½ είναι ψευδαίσθηση του ματιού, ότι είναι μεγαλύτερο από το 1/3;



-**Μαθητές**. Όχι!!..

-**Δασκ**. Για να ακούσω ιδέες τώρα εδώ. Ποιοι συμφωνούνε με τον Γιάννη ότι μπορεί το 1/3 να είναι ψευδαίσθηση. Να μην είναι πράγματι πιο μικρό από το ½; Συμφωνείτε; …. ναι ή όχι; Εδώ, όμως, έχουμε μαθηματικά και πρέπει να το αποδείξουμε το ναι ή όχι ! Μπορούμε να το αποδείξουμε ότι το 1/3 είναι μικρότερο! Πώς θα το αποδείξουμε;

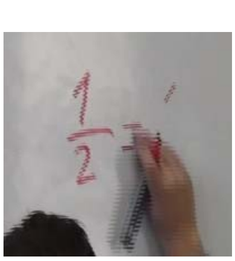
-**Μαθητες**. Κυρία, κυρία…..

-**Δασκ**. Πώς θα αποδείξουμε ότι το 1/3…… Γεωργία!

-**Γεωργία**. Μόνο που το ακούμε, το ½ είναι μικρότερο από το 1/3!!

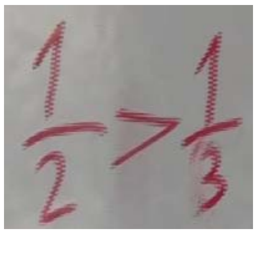
-**Δασκ**. Μόνο που το ακούμε! Έλα, Χριστίνα. Τράβηξε μια γραμμή. (Η Χριστίνα τραβά τη γραμμή). Είναι ψευδαίσθηση, επομένως; Όχι, έτσι; Αυτό είναι απόδειξη! Αυτό το κομμάτι που λείπει είναι αυτό το κομμάτι που έχει το ½ και είναι επομένως πιο……

Μαθητές. Μεγάλο!!



-**Δασκ**. Πώς θα γράψουμε τώρα ότι το ½ είναι μεγαλύτερο….. Θέλει κάποιος να σηκωθεί να το γράψει; Θυμάστε στους φυσικούς όταν τους βάζαμε στη σειρά… Δε γράφαμε ότι ο ένας είναι μεγαλύτερος από τον άλλον; Μπορούμε να το κάνουμε αυτό και στα κλάσματα; …. Σήκω, Χρήστο. (Ο Χρήστος) Έχουμε δύο κλάσματα εδώ. Το 1/2 και το 1/3… είναι ίσα;!!! … Να τον προλάβω γιατί έβαλε….. Συμφωνείτε; …. Τέταρτο; ……Τρίτο… Λοιπόν, συμφωνείτε με τον Χρήστο;

-**Μαθητές**. Ναι!!!!!

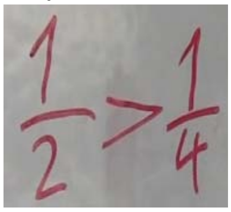


-**Δασκ**. Όταν, λοιπόν, συγκρίνουμε κλάσματα βάζουμε το σημαδάκι της σύγκρισης…… Για να πάμε να δούμε, λοιπόν, το επόμενο…… Εδώ, λοιπόν, στο δύο, που θα το δουλέψετε όλοι μαζί στην ομάδα…… ποιος θα το διαβάσει το δύο…. Διάβασέ το, Αρτέμη…

Αρτέμης. «Αφού συγκρίνετε τα κλάσματα ½, 1/3, 1/4, 1/6 και 1/8 μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις κάρτες κλασμάτων….»

Δασκ. …Θα σας τις δείξω εγώ ποιες είναι οι κάρτες κλασμάτων….

Αρτέμης. ….. «να τα βάλετε στη σειρά από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο….»



Δασκ. Να τα βάλουμε στη σειρά από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο…. Όταν έχουμε πολλά κλάσματα, πώς τα συγκρίνουμε;… Πώς θα τα συγκρίνουμε τόσα πολλά κλάσματα που έχουμε τώρα;….. Καταρχήν, τι κλάσματα είναι αυτά; … Για παρατηρήστε τα λιγάκι!...... Για πείτε μου, λοιπόν, τι κλάσματα είναι … Τι χαρακτηριστικό έχουν; ….. Αυτά τα κλάσματα….. Τι έχουν…….!

Μαθητής. Ακέραια!

Δασκ. Ακέραια είναι;;!!

Άλλος μαθητής. Φυσικοί!

Δασκ. Φυσικοί είναι αυτοί οι αριθμοί;

Άλλος μαθητής. Κλασματικοί!

Δασκ. Κλασματικοί! … Κλασματικοί είναι! Αυτά τα κλάσματα που σας έδωσα, για παρατηρήστε τα… Κάτι έχουνε κοινό! Ποιο είναι το κοινό τους; …

Μαθητής. …Είναι όλα ….. το 1/3, το ¼, το 1/6 …

Δασκ. Δηλαδή, πώς αλλιώς μπορούμε να το πούμε;….. Χρύσα!

Χρύσα. Έχουν ίδιο αριθμητή!

Δασκ. Ίδιο αριθμητή! Ποιος είναι αυτός ό ίδιος αριθμητής;

Μαθητές. Το ένα!!

Δασκ. Το ένα! Πώς λέμε τα κλάσματα, θυμόσαστε, που έχουν αριθμητή το ένα;..

Μαθήτρια. Ακέραια μονάδα!!!!

Δασκ. Α, μπα!!!!! (Γέλιο αμηχανίας). Ακέραια μονάδα τι σημαίνει;

Μαθήτρια. Το ένα!

Δασκ. Πώς τα λέμε, λοιπόν, τα κλάσματα που έχουν αριθμητή το ….. Παντελή.

Παντελής. Ισοδύναμα…..!!

Δασκ. Ισοδύναμα;; Τα κλάσματα, καθένα από τα κλάσματα, που έχουν αριθμητή τη μονάδα, πώς τα λέμε;; ……… Πες, Τάσο…..

Τάσος. Κλασματικές μονάδες!

Δασκ. Τέλεια! Κλασματικές μονάδες! ..Γιατί τα λέμε κλασματικές μονάδες; Τι σχέση έχουν με τη μονάδα; Στους κλασματικούς αριθμούς ποια είναι η μονάδα;

Μαθητής. Το ένα!

Δασκ. Το ένα! ..Πώς φτιάξαμε τους φυσικούς αριθμούς;…..

Μαθήτρια. Με το ένα…….

Δασκ. Με το ένα φτιάξαμε…..;;;

Μαθήτρια. …Το δέκα!!!

Δασκ. Πώς φτιάξαμε το δέκα;

Μαθήτρια. Με το ένα και το μηδέν….

Δασκ. Όχι…!!!

Άλλος μαθητής. Με το ένα και το εννιά!

Δασκ. Με το ένα και το εννιά! Για να τα πάρουμε με τη σειρά. Το δύο πώς το φτιάξαμε;

Μαθητής. Με το ένα και το ένα!

Δασκ. Με το ένα και το ένα! Το τρία πώς το φτιάξαμε;

Άλλος μαθητής. Με το ένα και το δύο…..

Δασκ. Λοιπόν, με το ένα φτιάξαμε τους αριθμούς τους φυσικούς;….. Μπορούμε με το ένα να φτιάξουμε όλους τους φυσικούς αριθμούς;

Μαθητές. (χαμηλόφωνα) Ναι!!

Δασκ. Δεν ακούω τίποτα!

Μαθητές. (Δυνατά) Ναι…..!!!!!

Δασκ. Ναι, μπορούμε!... Αυτά εδώ γιατί να τα λέμε κλασματικές μονάδες;

Μαθήτρια. Γιατί είναι στα κλάσματα!

Δασκ. Γιατί είναι στα κλάσματα!

Μαθητής. Το ένα με το ένα…….

Δασκ. Το ένα με το ένα μάς κάνει δύο…

Μαθητής. Το προηγούμενο το ένα με το ένα……

Δασκ. Πώς προέκυψε το ένα εννοείς;

Μαθητής. Ναι!

Δασκ. Αποφασίσαμε πως το ολόκληρο το λέμε ένα…. Εντάξει;.. Και με αυτό φτιάξαμε αυτούς τους αριθμούς, που τους ονομάσαμε…;; … Φυσικούς!! .. Εδώ τι αποφασίσαμε, ότι το ½ θα το ονομάσουμε κλασματική μονάδα και άρα με αυτή την κλασματική μονάδα μπορούμε να φτιάξουμε κλασματικούς αριθμούς;

Μαθητής. Όχι!.....

Άλλος μαθητής. Ναι!

Δασκ. Ποιους;

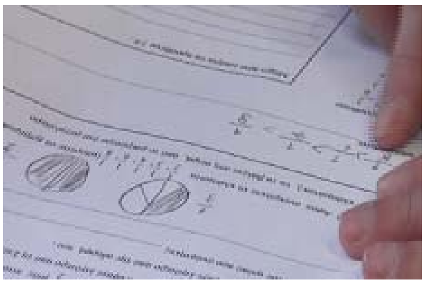
Μαθητής. Πολλούς!!

Δασκ. Πολλούς αριθμούς λέτε! Για να δούμε ποιους αριθμούς θα φτιάξουμε! .. Θα τους δούμε στην πορεία. .. Θέλω τώρα να μου πείτε…… Να συγκρίνουμε καταρχήν αυτές τις κλασματικές μονάδες. …… Θα σας δώσω σε κάθε ομάδα, θα έρθει ένας και θα πάρει το υλικό της ομάδας….. Να σας τα δώσω εγώ;… Έλα, Παντελή…Έλα, Αντωνία να πάρεις κι εσύ … Αυτά μπορεί να σας βοηθήσουν. Να δουλέψετε ομαδικά τώρα …… Λοιπόν, έχετε ακριβώς…..

Μαθητής. Κυρία……

Δασκ. Μισό λεπτό.. Να πούμε ότι έχετε πέντε λεπτά να το συζητήσετε και μετά να το … Λοιπόν, να το ξεκινήσετε…. (στην τάξη κυριαρχεί μικροαναστάτωση…..) … Να πω κάτι; Αν είδατε, σας έδωσα κάποια που είναι κενά. Σε αυτά μπορείτε, λοιπόν, με τον μαρκαδόρο σας να γράψετε το κλάσμα που σας βολεύει ή που θέλετε ούτως ώστε να μπορέσετε να… (Τα παιδιά εργάζονται ομαδικά. Η δασκάλα επιτηρεί και συμβουλεύει…) … Λοιπόν, πώς θα τα βάλετε εδώ στη σειρά; (Σε ομάδα και όχι στην τάξη)….. Δεν ξέρω, τι λέτε… Από το μικρότερο στο μεγαλύτερο… Δεν ξέρω αν είναι στη σειρά…(Σε όλη την τάξη) Και θέλω να μου πείτε και γιατί. Από κάτω που έχει κενό να γράψετε τι παρατηρήσατε……(σε ομάδα)… Αν θέλετε μπορείτε να βάλετε και αυτά…… και θα μου πείτε και τι παρατηρείτε……Αντωνία…. Τι λέτε; Πώς θα τους βάλουμε τους αριθμούς;………. Ποιος αριθμός είναι αυτός;……. Δεν τον χρειάζεσαι! … Μπορεί να τον χρειαστείς σε άλλη άσκηση παρακάτω…… Λοιπόν, πώς θα βάλουμε τους αριθμούς στη σειρά; ….. Τι λέτε;……Τελειώνει ο χρόνος σας….. Και θέλω να γράψετε και την παρατήρηση… (συνεχίζονται ίδιου ύφους διάλογοι και με τις υπόλοιπες ομάδες) …… (Η δασκάλα επιμένει ότι θέλει την παρατήρηση. Προειδοποιεί για το τέλος του χρόνου) … (σε ομάδα) Άρα, θα βάλατε στη σειρά όπως είπαμε; Συμφωνήσατε στην ομάδα για την παρατήρηση; ……(σε άλλη ομάδα που δεν έχει κατανοήσει την άσκηση) Αυτά που έχετε εδώ τα κλάσματα, πρέπει να τα βάλετε εδώ στη γραμμούλα στη σειρά……Αυτά που γράφει η δραστηριότητά σας! Ποιο είναι το μικρότερο από αυτά τα κλάσματα; Το μικρότερο, Αντωνία;

Αντωνία. Το ½!!



Δασκ. Το ½ είναι το μικρότερο;;! Για δες, συμφωνεί η ομάδα σου; Το ½ είναι το μικρότερο, λέτε;

Μαθητής. Ναι, κυρία!

Άλλος μαθητής. Το 1/3 είναι!

Δασκ. Το 1/3 είναι;……. Το ½ είναι μικρότερο; Εσύ, όμως, άλλο πράγμα μου γράφεις εδώ (στο φυλλάδιο).. Το ½ είναι μεγαλύτερο.. (Ο μαθητής διορθώνει)…… (Η δασκάλα πάει σε άλλη ομάδα) …… Δε θα βοηθήσετε εδώ τον Σπύρο; … Τα έβαλες τα κλάσματα στη σειρά, Σπύρο! Ποιο είναι το μικρότερο;

Σπύρος. Το ½!

Δασκ. Το ½! Τι παρατηρούμε όταν τα βάζουμε στη σειρά; Τη συζητήσατε την παρατήρηση ή ο καθένας την έγραψε μόνος του;…… Δύο λεπτά! Τι παρατηρείτε όταν τα βάζετε στη σειρά;… Συζητήστε εδώ τι παρατηρείτε!! … Χρύσα, πες στον Σπύρο τι παρατηρείς … (μιλά η Χρύσα… Δεν ακούγεται) ….

Δασκ. Δείξτε στον Σπύρο με τις κάρτες τι συμβαίνει!...... Εσύ συμφωνείς; (σε άλλο μαθητή της ίδιας ομάδας) …… «Παρατηρούμε ότι το 1/8 είναι μικρότερο από το 1/6» … αυτή είναι η παρατήρηση; Σ’ αυτή την ομάδα δεν κουβεντιάσατε… Για να δούμε, Παντελή … Βοηθήστε τον λίγο … Παντελή, πήγαινε κάθισε κοντά τους για να σε βοηθήσουν… (η δασκάλα φεύγει).

Δασκ. (Σε άλλη ομάδα) Τι παρατηρήσατε; (πολλές φωνές). Παρατηρήσατε ότι το ένα 1/8 είναι μικρότερο!! Μόνο αυτό;;!! Συμφωνείς μ' αυτό, Ρετζέν; … Πρέπει, όμως, να το συζητήσετε!.......

Μαθητές. Το συζητήσαμε!

Δασκ. Είναι σωστό αυτό που έγραψε ο Ρετζέν;

Μαθητές. Κυρία, και αυτό σωστό είναι!!

Δασκ. Είναι σωστό. Αλλά εμείς κοιτάμε όλα τα κλάσματα και κάνουμε την παρατήρηση … Ποιο είναι το αμέσως μικρότερο;

Μαθητής. Το 1/9!

Δασκ. Πάρα πολύ ωραία!! Το αμέσως μικρότερο;

Μαθητής. Το 1/10!

Δασκ. Πάρα πολύ ωραία! Βάλτε, λοιπόν, τα σημαδάκια και γράψτε την παρατήρηση …

Δασκ. (σε άλλη ομάδα) Τι παρατηρήσατε με αυτά τα κλάσματα που τα βάλατε στη σειρά;

Μαθητής. Ότι είναι στη σειρά!

Δασκ. Ναι, είναι στη σειρά…Τι γράψατε εδώ πέρα; .. Το ½ είναι μικρότερο από το 1/3! Το επιβεβαιώσατε;

Μαθητής. Στα νούμερα είναι, αλλά στην ποσότητα όχι!

Δασκ. Στα νούμερα είναι, αλλά στην ποσότητα όχι…

Άλλος μαθητής. Όλα είναι ίσα!

Δασκ. Όλα τα κλάσματα είναι ίσα; Είναι όλα τα κλάσματα ίσα;!....Τι λέτε, ότι το 1/8 είναι το πιο μικρό;……. Εδώ, όμως, αλλιώς τα έγραψες, Γιάννη! … Για να δούμε τι έγραψες, Αντωνία; … Το ½ είναι πιο μικρό από το 1/3; Για να το δούμε; … Αντωνία, πριν το σβήσεις μπορείς να βρεις ½ από εδώ .. Αυτό είναι 1/2 ; Ωραία!.... 1/3 από δω …

Δασκ. (σε όλους) αποφασίστε ποιος θα σηκωθεί από τις ομάδες… Θέλω να δώσουμε λίγο χρόνο στη μεσαία ομάδα… αλλιώς θα το σταματήσουμε…. Θέλω να μου πείτε ποιος θα σηκωθεί από κάθε ομάδα … Θα παρουσιάσει τον τρόπο που σκεφτήκατε….. Και τις κάρτες σας … (η δασκάλα βοηθά την τελευταία ομάδα για να ολοκληρώσει) … Δεν έχετε χρόνο! Οι άλλοι σας περιμένουν!

Δασκ. (σε άλλη ομάδα) Ποιος θα σηκωθεί από εδώ;… Θέλω να παίρνετε μαζί σας και ότι χρειάζεται για να το δείξετε στους άλλους … (ξαναγυρνά στην καθυστερημένη ομάδα) … Γιάννη, παρατηρήσατε κάτι; … Σταματάμε τώρα! … (ξαναγυρνά στην καθυστερημένη ομάδα) .. Για παρατηρήστε τι παθαίνει ο παρονομαστής…Αντωνία, τι παθαίνει ο παρονομαστής; Μεγαλώνει-μικραίνει; Τι κάνει;…Όσο μεγαλώνει ο παρονομαστής, τι παθαίνει το κλάσμα; … Τι γίνεται το κλάσμα; … Εδώ έχουμε ½, εδώ 1/3….μικραίνει το κλάσμα όσο μεγαλώνει ο παρονομαστής;

Δασκ. (σε όλη την τάξη) Λοιπόν, ξεκινάμε, λοιπόν, ξεκινάμε….. Τέλος χρόνου, τέλος χρόνου…. Αρτέμη, είστε έτοιμοι; Έτσι …Αφήστε όλες τις κάρτες…Σταματάμε λίγο… Θα σηκωθούν από κάθε ομάδα δύο άτομα να μας δείξουν τι έχουν διαπιστώσει.

Λοιπόν, ποιοι θα σηκωθούν από την πρώτη ομάδα; …. Να σηκωθούν η Χριστίνα με την… Οι υπόλοιποι δεν μιλάνε!!! … (τα παιδιά κάνουν φασαρία.)…Κορίτσια και αγόρια!! Κορίτσια και αγόρια!!!! …. Είχαμε λοιπόν… Ησυχία! Δεν πειράζει που δεν τελειώσατε! Έπρεπε να ήσασταν πιο γρήγοροι…Θα μας πείτε μετά τι συνέβη και δεν ολοκληρώσατε…. Λοιπόν … όχι, δεν χρειάζεται να σχεδιάσετε τίποτα. Έχω Blue tack και ότι χρειάζεστε θα το κολλάτε. Καταρχήν θέλω να μου πείτε τι σκεφτήκατε στην ομάδα… …..

Μαθητές. Εμείς κυρία σκεφτήκαμε….

Δασκ. Όχι κυρία! Στα παιδιά!

Μαθητές. Εμείς παιδιά σκεφτήκαμε ότι … είδαμε πρώτα τις πήχες…

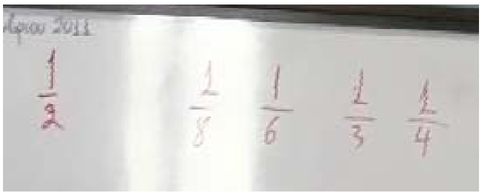
Δασκ. Δηλαδή σας βοήθησε που είχατε τις πήχες;

Μαθητές. Ναι! Και μετά…….. ΄

Δασκ. Όταν σηκώνεται κάποιος από μία ομάδα να παρουσιάσει οι άλλοι ούτε σχολιάζουν ούτε τίποτα, γιατί γίνεται πολύ φασαρία και δεν ακούμε! Είμαστε πολλά άτομα σήμερα! Εντάξει; Ξεκίνα Χριστινάκι..

Χριστινάκι. ….(μιλά η άλλη μαθήτρια) Είδαμε από τις πίτες ότι το 1/8 είναι πολύ μικρότερο από το ½……..

Δασκ. Δηλαδή ξεκινήσατε από το ½…. Πήρατε δηλαδή τις δύο άκρες…. Από τα



κλάσματα που είχαμε, (γράφει στον πίνακα) .. ……ξέχασα κανένα; ………. Πήρατε λοιπόν, ποια κλάσματα πήρατε; Πήρατε το ½ και το 1/8, δηλαδή το μικρότερο και το μεγαλύτερο……. (τα παιδιά κολλούν τις πίτες

κάτω από το κάθε κλάσμα) ……. Και τι είπατε λοιπόν; ….. Και μετά τι κάνατε;

Μαθήτρια. Μετά τα συγκρίναμε……

Δασκ. Όταν τα συγκρίνατε, τι γράψατε;

Χριστινάκι. Μετά γράψαμε το 1/8….. και είχαμε να συγκρίνουμε το 1/8 με το 1/6 ………. Και μετά το αμέσως επόμενο…..

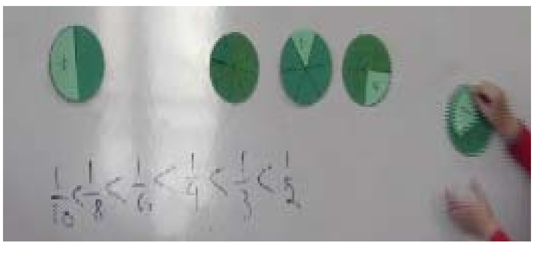
Δασκ. Το αμέσως επόμενο ποιο ήταν;

Χριστινάκι. Το 1/4! Και μετά το 1/6 με το ¼…… και ήταν και αυτό πιο μεγάλο από το 1/6 …….. (γράφει ταυτόχρονα…) ……. Και μετά βάλαμε και το 1/3…..

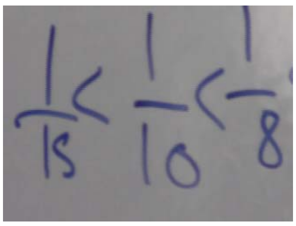
Δασκ. Δηλαδή βάλατε τους δύο ακριανούς στην αρχή; Για τι μου είπες ότι συγκρίνατε τους δύο ακριανούς….

Χριστινάκι. Στην αρχή συγκρίναμε το ½ με το 1/8, αλλά μετά καταλάβαμε ότι όποιο έχει μεγαλύτερο παρονομαστή είναι το μικρότερο..

Δασκ. Από δω και πέρα ξέρατε…..! Δηλαδή αν βάζατε εδώ ένα μικρότερο κλάσμα, ποιο θα βάζατε; .. (η μαθήτρια γράφει)



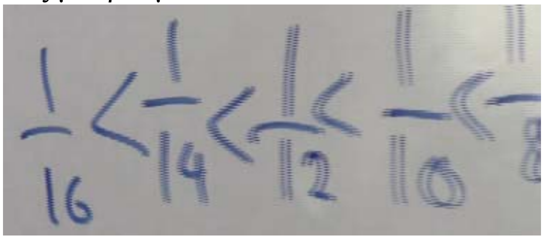
Δασκ. 1/10! Μπορείτε να βάλετε ακόμη πιο μικρό;



Χριστινάκι. Ναι! (γράφει)

Δασκ. Συμφωνεί η ομάδα σου; Μπορούμε να βάλουμε ακόμη πιο μικρό; Μπορούμε να γράψουμε και άλλο κλάσμα πιο μικρό;

Χριστινάκι. Αν έχουμε και άλλες πίτες μπορούμε!!



Δασκ. Έχουμε κι άλλες πίτες! Μπορούμε να γράψουμε κι άλλο κλάσμα πιο μικρό; (Η Χριστίνα γράφει) …… Συμφωνείτε οι υπόλοιποι; Εδώ η ομάδα συμφωνεί ότι όσο ……για πες Χριστίνα τι είπες;

Χριστίνα. Ότι όσο μεγαλώνει ο παρονομαστής, τόσο μικραίνει το κλάσμα!........

Δασκ. Βέβαια! Συμφωνείτε εσείς; Αντωνία; Χρήστο; Συμφωνείτε εσείς; …… λοιπόν, για να σηκωθεί η ομάδα εδώ ………… ……………………………………………………………………… Λοιπόν, εσείς είχατε άλλο υλικό κορίτσια;…… Σας βοήθησαν οι κάρτες;

Κορίτσια. Ναι!

Δασκ. Πώς ξεκινήσατε να δουλεύεται;

Μαθήτρια. Σκεφτήκαμε κυρία…

Δασκ. Όχι, κυρία…!

Μαθήτρια. Σκεφτήκαμε κυρία ότι αν χωρίσουμε μια πίτσα στη μέση, θα φάμε μεγαλύτερο κομμάτι. Οπότε μεγαλύτερο κλάσμα είναι το ½. …. Και μικρότερο κλάσμα είναι το 1/8 γιατί παίρνουμε μικρότερο μέρος.

Δασκ. Δηλαδή πήρατε το μεγαλύτερο και το μικρότερο και συγκρίνατε;

Μαθήτρια. Και μετά συνεχίσαμε με όλους τους αριθμούς και τους βάλαμε στη σειρά!

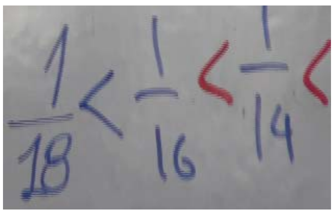
Δασκ. Με ποια σειρά πήρατε τους υπόλοιπους αριθμούς Μαρία;

Μαρία. Από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο.

Δασκ. Από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο. Και τι παρατηρήσατε; …. Τι παρατηρήσατε;..

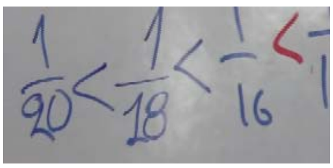
Μαθήτριες. … Ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο παρονομαστής, τόσο μικρότερο είναι το κλάσμα!

Δασκ. Το ίδιο πράγμα λοιπόν παρατηρήσατε! Σας βοήθησαν οι κάρτες; Κ¨ανατε γρήγορα με τις κάρτες;



Μαθήτριες Ναι!

Δασκ. Αν δεν είχατε τις κάρτες, μπορείτε να γράψετε εσείς ένα κλάσμα μικρότερο από το 1/16; (γράφει η μαθήτρια) Υπάρχει άλλο κλάσμα μικρότερο από το 1/18; Μπορείτε να βάλετε; (η μαθήτρια γράφει)….. Να ρωτήσω; Αυτό σταματάει πουθενά; Υπάρχει κάπου που τελειώνει; Υπάρχει τελευταίο κλάσμα που να τελειώνει αυτό; Σε όλους απευθύνομαι …… Ρωτάω λοιπόν; Υπάρχει άλλο κλάσμα μικρότερο από το 1/20;



Μαθητής. Το 1/21!

Δασκ. Το 1/21! Άλλο;

Μαθητής. Το 1/22; ……. Το 1/23

Δασκ. Το 1/23! .. Μέχρι που φτάνει αυτό; ..

Μαθητής. Άπειρο κυρία!

Δασκ. Άπειρο!!!! Τι είναι αυτό;.. Μπορούμε να βάλουμε 1/100;

Μαθητής. Ναι μπορούμε! Αυτό όμως δε γίνεται στην πίτσα!!!!

Δασκ. Αаааа! Όταν έχουμε πίτσα, αυτό είναι δύσκολο να το κάνουμε….! Τι κομματάκι θα ήταν αυτό;

Μαθητές. Πολύ μικρό!

Δασκ. Аааа! Πολύ μικρό!! …. Καθίστε…….. Για να σηκωθεί………… Σηκωθείτε εσείς……… Θέλω να ρωτήσω την ομάδα του Γιάννη και του Πέτρου…… Καθυστερήσατε….. Για ελάτε…. …. Θέλω να έρθετε και να πείτε γιατί καθυστερήσατε;…… Για να ακούσω Γιάννη….. Οι άλλοι τελείωσαν πολύ γρήγορα. Εσείς γιατί καθυστερήσατε;

Γιάννης. ….. Γιατί είχα ένα πρόβλημα με τη σβήστρα…….!!!!!!!

Δασκ. Η σβήστρα ήταν το πρόβλημα;;!!

Γιάννης. …… Μετά ήταν πάρα πολλά τα κομμάτια και μπερδευτήκαμε!!

Δασκ. Аааа! Ήταν πάρα πολλά τα κομμάτια! Να ρωτήσω κάτι; Ξεκινήσατε να χρησιμοποιείτε το υλικό ή ξεκινήσατε αλλιώς και πώς;

Πέτρος. Γράφοντας!

Δασκ. Ааа! Ξεκινήσατε χωρίς να το υλικό;

Πέτρος. Ναι, αλλά μετά χρησιμοποιήσαμε το υλικό…..

Δασκ. Σας βοήθησε το υλικό;

Γιάννης. Αρκετά!

Δασκ. Αρκετά!

Πέτρος. Πάρα πολύ! Έτσι μπορέσαμε και τελειώσαμε την άσκηση!!....

Δασκ. Ωραία καθίστε! . Φέρτε το υλικό….. Να σας ρωτήσω εδώ σας έδωσα αριθμούς, που ο αριθμητής είναι κάθε φορά ποιος;; …….. Ποιος είναι ο αριθμητής; …..

Μαθητής. Είναι ίδιος!

Δασκ. Είναι ίδιος! Και ποιος είναι είπαμε;

Μαθητής. Το ένα!

Δασκ. Το ένα! Και λέγονται κλασματικές μονάδες! … Γιατί λοιπόν λέγονται κλασματικές μονάδες;… Τι είναι αυτές οι κλασματικές μονάδες; Τι κάνουν αυτές οι κλασματικές μονάδες; … Εδώ έχω ½… Τι χρειάζομαι για να έχω ολόκληρη την πίτα;….. Να σας τα πάρω, γιατί σας αποσπούν την προσοχή..οι πίτσες; …Τα υλικά να τα πάρω… γιατί δε βλέπω να συγκεντρώνεστε εδώ. ….. Το ½ λοιπόν, είναι το ένα από τα δύο…. Για να φτιάξω ολόκληρη την πίτσα, πόσα κομμάτια χρειάζομαι;…

Μαθητή. Οχτώ!!

Δασκ. Οχτώ κομμάτια χρειάζομαι εδώ;;!! ….

Μαθήτρια. Άλλο ένα τέτοιο!

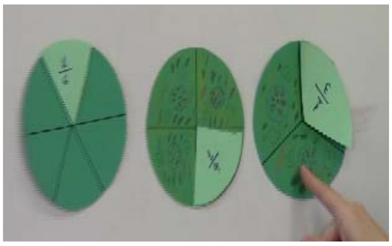
Δασκ. Άλλο ένα τέτοιο! Δηλαδή, πόσα χρειάζομαι σύνολο;

Μαθητρια. Δύο!

Δασκ. Δύο! Εδώ πόσα κομμάτια χρειάζομαι για να φτιάξω ολόκληρη την πίτσα; Το 1/8 είναι το ένα κομμάτι. Πόσα χρειάζομαι για να φτιάξω ολόκληρη την πίτσα;

Μαθητής. Οχτώ!

Δασκ. Οχτώ! Εδώ πόσα κομμάτια χρειάζομαι για να φτιάξω ολόκληρη τη πίτσα;



Μαθητής. Έξι!

Δασκ. Έξι! Εδώ πόσα κομμάτια χρειάζεται για να φτιάξουμε την πίτσα;

Μαθητής. Τέσσερα!

Δασκ. Και εδώ πέρα;

Μαθητές. Τρία!!

Δασκ. Πώς θα το έγραφα αυτό; Μπορείτε να το γράψετε;

Γιάννης. Με κλάσματα!!

Δασκ. Πώς θα το έγραφες αυτό; Έτσι στη σειρά; …. Ολόκληρη την πίτσα, πώς θα την έγραφα ότι φτιάχνεται από αυτά τα κομμάτια; (γράφει ο Πέτρος) ….Και πώς φτιάχνεται αυτό το 3/3. Στα μαθηματικά πώς λέγεται αυτό; Πώς φτιάχνεται το 3/3; …

Πέτρος. Με τις μονάδες!

Δασκ. Και ποιες είναι οι μονάδες εδώ;

Πέτρος. Το ένα κομμάτι!

Δασκ. Γράψε, λοιπόν, το ένα κομμάτι εδώ. (ο Πέτρος γράφει)…. Συμφωνείτε; … Ένα συν ένα κάνει τρία … είναι το ίδιο μ' αυτό που έχει γράψει; ….. Πώς λοιπόν θα φανεί;…Πώς θα φανεί ότι είναι ένα από τα τρία κομμάτια.. Για να δούμε… (σβήνει)…. Για να τον βοηθήσουμε λίγο….. Το κάθε κομμάτι σ' αυτήν την πίτσα, πώς το γράφουμε;…Χρύσα!

Χρύσα. 1/3!

Δασκ. Γιάννη, άκουσες; 1/3!..Ολόκληρη η πίτσα πώς φτιάχνετε; Από 1/3 και …(ο Γιάννης γράφει) … Και δύο; Και δύο;!!!... Κάθε κομμάτι για να φτιάξω την πίτσα …. 1/3 και; Και; … Άλλο κομμάτι αν θα πάρω, θα πάρω πιο πολύ πίτσα;……

Γιάννης. Ναι!

Δασκ. Για βάλε άλλο ένα να δούμε! (ο Γιάννης γράφει) … Για βοηθήστε τον λίγο…

Γιάννης. Και άλλο 1/3!!

Δασκ. Και άλλο 1/3!.

Γιάννης. 3/3!

Δασκ. Και αυτό το 3/3 τι είναι, Αρτέμη;

Αρτέμης. Είναι ολόκληρη η πίτσα!

Δασκ. Είναι ολόκληρη η πίτσα! Είναι το ένα ολόκληρο που λέμε … Τι μας κάνουν, λοιπόν, οι κλασματικές μονάδες; Τι μας κάνουν οι κλασματικές μονάδες όταν τις βάζουμε στη σειρά; …Βάλαμε στη σειρά 1/3, 1/3 και 1/3… τι μας κάνανε;

Μαθήτρια. 3/3!

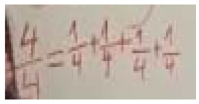
Δασκ. 3/3… Ένα ολόκληρο! Οι κλασματικές μονάδες μπορούν να μας φτιάξουν το ολόκληρο;…Για να δούμε σε αυτή την πίτσα με τα τέταρτα! Πώς θα φτιάχναμε ολόκληρη την πίτσα; Ολόκληρη η πίτσα πόσα κομμάτια έχει;… Πόσα κομμάτια έχει Μαρία;

Μαρία. Τέσσερα!

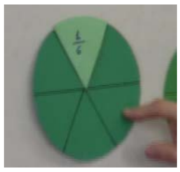
Δασκ. Τέσσερα από τα πόσα;

Μαρία. Τέσσερα!

Δασκ. Μπορείς να σηκωθείς….. Καθίστε εσείς, παιδιά…. Αα! Δεν μας δείξατε τις καρτέλες που χρησιμοποιήσατε, αλλά δεν πειράζει!!! … (γράφει η Μαρία) Για να δούμε το 4/4 πώς θα είναι; … Το 4/4 είναι ολόκληρη πάλι η πίτσα. Πώς θα φτιαχτεί πάλι το 4/4;…Συμφωνείτε με τη Μαρία;… Όλο έτσι θα πηγαίνει λέτε! … Εδώ, λοιπόν, το 4/4 και το 3/3 τι είναι; Τι είναι, Γιάννη;



Γιάννης. Μια ολόκληρη πίτσα!



Δασκ. Μια ολόκληρη πίτσα. Σε αυτή την περίπτωση, μια ολόκληρη πίτσα, πώς θα το λέγαμε; Για να δούμε αν το καταλάβατε... Μαρία;

Μαρία. 6/6!

Δασκ. Πες το δυνατά……. 6/6… Συμφωνείτε; … Σε αυτή την περίπτωση ολόκληρη την πίτσα πώς θα την έλεγα; ….. Χρήστο…. Μην παίζετε με τις κάρτες τώρα!! …..

Χρήστος. Οχτώ!

Δασκ. Οχτώ από τι;

Χρήστος. Οχτώ από μία πίτσα!

Δασκ. Και πώς θα την πούμε αυτή την πίτσα; Εδώ θα την πούμε 2/2! Εδώ θα την πούμε 3/3. Εδώ θα την πούμε….. Γράψε, σε παρακαλώ, 6/6…Πώς θα τη λέγαμε ολόκληρη την πίτσα; Όταν λέμε ότι αυτός έφαγε ολόκληρη την πίτσα…Πώς το λέμε; …Πώς το λέμε, Τάσο; Αν πούμε ότι έφαγε ολόκληρη την πίτσα στην πιτσαρία;…. Πόσο θα έτρωγε, Χρήστο; Αν πήγαινε στην πιτσαρία και έτρωγε ολόκληρη την πίτσα; …

Χρήστος. …. Επτά….(άλλα παιδιά σηκώνουν τα χέρια).

Δασκ. Όχι επτά! Ολόκληρη!..

Χρήστος. …. 8/8!!!!

Δασκ. 8/8! Ενώ εδώ πόσα θα έχεις φάει; … Παντελή;

Παντελής. 2/8!!

Δασκ. 2/8 εδώ;!

Παντελής. 1/8!!

Δασκ. 1/8 από ολόκληρη την πίτσα;;!!

Άλλος μαθητής. 2/2!

Δασκ. Για κοιτάξτε τώρα παρακάτω, μην πάτε στην πίσω σελίδα, στην 3 άσκηση …. Έχει, λοιπόν, εδώ κάποια κομμάτια,…. Σας λέει, λοιπόν, πολύ καλά… αν προσθέτω κάθε φορά ένα άλλο κομμάτι,…ποιο κομμάτι προσθέτω …για πέστε μου ποιο κομμάτι προσθέτω κάθε φορά στους αριθμούς αυτούς εδώ;….. (ταυτόχρονα γυρνά από ομάδα, σε ομάδα και δείχνει στο φυλλάδιο την άσκηση)…στην τρίτη άσκηση, τι λέει προσθέτω…

Μαθητής… 1/6 και …1/6…

Δασκ. Πόσο κάνει μαζί 1/6 και 1/6;

Μαθήτρια.2/6
Δασκ. Αν προσθέσω στα 2/6 άλλο 1/6, πόσο μας κάνει; Πόσο θα μου κάνει;….. (σε άλλη ομάδα)…… το έχει γραμμένο….

Μαθητής. 3/6!

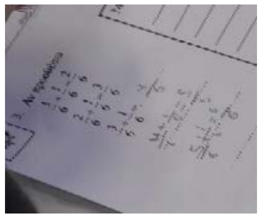
Δασκ. Αν στα 3/6 προσθέσω……

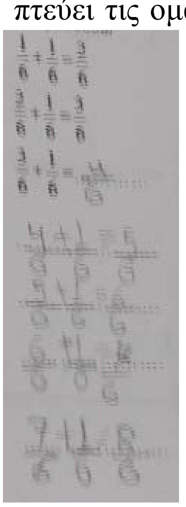
Μαθητές.4/6!!

Δασκ. 4/6! Συνεχίστε το, λοιπόν, να δούμε πού θα φτάσετε!

Μαθήτρια. Κυρία, ομαδικά;

Δασκ. Άμα θέλετε συζητήστε το στην ομάδα… (τα παιδιά εργάζονται. Η δασκάλα μαζεύει από τις ομάδες το εποπτικό υλικό)… Η ερώτηση είναι αν προσθέτω κάθε φορά 1/6 που θα πάω … (Η εργασία κρατά περίπου τρία λεπτά. Η δασκάλα εποπτεύει τις ομάδες) … Δίπλα στην άσκηση έχει ένα τετραγωνάκι και μία ερώτηση .. «Μέχρι πότε μπορώ να προσθέτω 1/6;» …

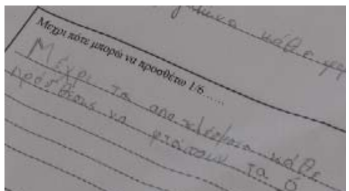




Μαθητής. (Δυνατά) Μέχρι το άπειρο!

Δασκ. Μέχρι το άπειρο!!... Ο Ρετζέν δεν το κατάλαβε! Ποιος θέλει να σηκωθεί να το κάνουμε στον πίνακα; …Λοιπόν, ποιος θα σηκωθεί; … Να σηκωθεί ο Σπύρος. … (ο Σπύρος σηκώνεται) …. Έχουμε το 1/6 από μία πίτσα… Θέλω κάποιος να τον βοηθάει…Ο Αρτέμης!

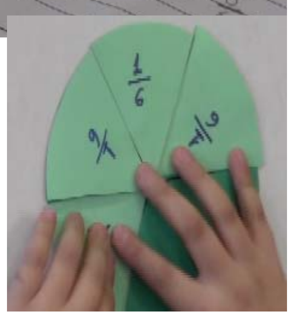
Αρτέμης. 1/6+1/6 …….



Δασκ. Πόσο μας κάνει;

Σπύρος. 2/6!

Δασκ. Θέλει κάποιος να το βάζει πάνω στην πίτσα να το βλέπουμε; .. Ποιος θέλει να είναι βοηθός;… Σήκω, Χρήστο… 1/6 και 1/6 μας κάνει;



Χρήστος. 2/6 (και παίρνει το αντίστοιχο κομμάτι για να το βάλει στην πίτσα) …..

Δασκ. … Ωραία!! Αν βάλουμε άλλο ένα κομμάτι στα 2/6, πόσα έκτα θα έχουμε;

Χρήστος. 3/6!

Δασκ. … Δεν πειράζει! .. Το ίδιο δεν είναι όπου και να μπει; … Κάνε λίγο στην άκρη, Σπύρο, να δούμε τι έγραψες!! …..

Μαθητές. Λάθος!

Δασκ. Τι έγραψε ο Σπύρος; … Είναι ίδιο το 3/6 και 6/3; … (Ο Σπύρος κατάλαβε το λάθος και διορθώνει την αντιστροφή)…Πόσο θα μας κάνει όλο μαζί;

Σπύρος. Όλο μαζί θα μας κάνει 4/6!

Δασκ. Ποια θα είναι η επόμενη πρόσθεση που θα κάνω; … Από κάτω, Σπύρο, από κάτω.

Σπύρος. Δε χωράει!

Δασκ. Τότε, κάντο από δω. Θα τραβήξουμε μια γραμμούλα… 5/6… Εδώ θα σταματήσω …. Σπύρο, μη γράφεις! Καθώς βάζω έκτα, τι θα γίνει αν βάλω ακόμη ένα κομμάτι; … Δεν το έχω κιόλας!... Δεν το έκοψα! … Αν βάλω στα 5/6 ακόμη 1/6, τι θα γίνει;

Μαθητής. Αν βάλω στο;;;

Δασκ. Αν βάλω στο 5/6 άλλο 1/6, τι θα γίνει; … Τι θα γίνει; … Οι υπόλοιποι δεν ξέρετε;;!! .. Αν βάλω, Σπύρο, στο 5/6 άλλο 1/6, τι θα γίνει;

Σπύρος. 6/6!!

Δασκ. 6/6, τι σημαίνει;… Χέρι να σηκώνουμε και να μην πεταγόμαστε!! .. 6/6, τι σημαίνει, Σπύρο;

Σπύρος. Τα έξι από τα έξι κομμάτια της πίτσας!

Δασκ. Τι είναι αυτό, τα έξι κομμάτια από τα έξι;

Άλλος μαθητής. Είναι μία ολόκληρη πίτσα!

Δασκ. Είναι μία ολόκληρη πίτσα! Άμα βάλω άλλο ένα κομμάτι, τι θα χρειαστώ; Βάλε άλλο ένα κομμάτι. Κάποιος πείναγε και έφαγε άλλο ένα κομμάτι!.... 6/6, λοιπόν, και βάζω άλλο ένα κομμάτι! ….. Αυτό το 7/6 τι είναι; … Τι είναι αυτό το 7/6; …. Τι είναι αυτό το 7/6;

Μαθητής. Ένα και περισσότερο!

Δασκ. Έφαγε μόνο τόσο όσο είναι στον πίνακα ή έφαγε περισσότερο; ……….

Μαθητές. Έφαγε κι άλλο!

Δασκ. Αν έφαγε κι άλλο, τι χρειάζεται να παραγγείλει ακόμη;….

Μαθητές. Κι άλλη πίτσα!

Δασκ. Κι άλλη πίτσα! … Να βάλω λοιπόν μία ακόμη πίτσα…Και άμα φάει 8/6;….

Μαθητές. Θα φάει οκτώ κομμάτια!

Δασκ. Θα φάει οκτώ κομμάτια! Πολύ ωραία! .. Μπορούμε αυτούς τους αριθμούς να τους βάλουμε από κάτω…. Μέχρι πότε μπορούμε να βάζουμε κομμάτια;…Λοιπόν, όταν θα έχει φάει δύο πίτσες, πόσα κομμάτια θα έχει φάει;..

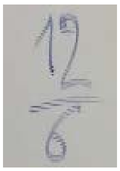
Σπύρος. 16!

Δασκ. 16 λέει ο Σπύρος! Συμφωνείτε;; …. Για μέτρα λίγο!

Σπύρος. 12!!

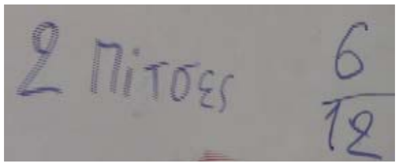
Δασκ. 12!! 12, από τα πόσα;..

Σπύρος. 12!



Δασκ. 12 από τα 12 λοιπόν! Γράψ' το! Πώς θα το γράψουμε αυτό λοιπόν; …. Πώς θα το γράψω σαν κλάσμα το 12 κομμάτια; .. Πώς θα το γράψω, Χρήστο; (Ο Σπύρος το έχει ήδη γράψει στον πίνακα) … Συμφωνείτε;

Μαθητές. Όχι! … Και εγώ δεν συμφωνώ! … (Ο Σπύρος ακούγοντας τους συμμαθητές του το σβήνει)



Δασκ. Και εσύ δεν συμφωνείς!!... .. Για δέστε! Τώρα είναι σωστό; …… Τι λέει αυτό κλάσμα; …Δύο πίτσες λέει ο Ρετζέν και ο Χρήστος είναι έξι από τα δώδεκα! … Συμφωνείτε;

Μαθητές. Όχι! ..Ναι!..

Δασκ. Δεν ακούω εδώ πέρα! Άλλος λέει όχι και άλλος λέει ναι!!...... Έξι από τα δώδεκα τι σημαίνει; Τέτοια πίτσα έχω στην πιτσαρία;… Έξι από τα δώδεκα είναι περισσότερο από μία πίτσα ή λιγότερο; … (απευθύνεται σε κάποια μαθήτρια). Το έχεις καταλάβει;

Μαθήτρια. Ναι!

Δασκ. Δηλαδή, συμφωνείς ότι το 6/12 είναι τα δώδεκα κομμάτια από μία πίτσα; … Εσείς εκεί η ομάδα, συμφωνείτε ότι οι δύο πίτσες είναι τα έξι από τα δώδεκα; …… Πώς θα το γράψει; Έξι από τα δώδεκα σημαίνει περισσότερο από μία πίτσα ή λιγότερο;…. Χέρια να βλέπω! Το 6/12 είναι περισσότερο ή λιγότερο από μία πίτσα;

Ρετζέν. Λιγότερο!

Δασκ. Λιγότερο! Για πες μας πώς το κατάλαβες αυτό; …. Γιατί είναι λιγότερο από μία πίτσα το 6/12; ….. Τάσο! …Γιατί είναι λιγότερο; .. Όταν κάποιος φάει 6/12 από μία πίτσα, τρώει λιγότερο ή τρώει δύο πίτσες;

Μαθήτρια. Αν, κυρία, η πίτσα έχει δώδεκα κομμάτια, τότε τα 6/12 είναι η μισή πίτσα!

Δασκ. Είναι η μισή! Πάρα πολύ ωραία! Αν, λοιπόν, κάποιος φάει δύο πίτσες, πώς πρέπει να το γράψουμε; … Τα κομμάτια πού θα τα βάλουμε; .. Πάνω ή κάτω;;;

Μαθητής. Δώδεκα επάνω!!

Δασκ. Δώδεκα επάνω!!!

Σπύρος. Μα, κυρία, εγώ έτσι το είχα γράψει και το έσβησα!

Δασκ. Δεν είπα εγώ!! Δύο άτομα είπαν…12/6 είναι δύο πίτσες. Αν φας τρεις πίτσες, πόσα κομμάτια θα έχεις φάει;

Σπύρος. 18!

Δασκ. 18! Γράψε, λοιπόν, κάτω…. Κάτω .. τρεις πίτσες…(ο Σπύρος γράφει)… Δεν μου λέτε! Μέχρι πού γράψατε ότι μπορούμε να γράφουμε 1/6 και 1/6; ……

Μαθητές. Άπειρο!

Δασκ. Πολύ μεγάλους αριθμούς! ..Δε μου λέτε; Αυτό τον αριθμό, πώς είπαμε ότι τον λέμε; Το δύο; Το δύο πώς είπαμε ότι το λένε; Το δύο δεν είναι κλάσμα! Το δύο πώς είπαμε ότι το λένε;

Σπύρος. Φυσικός!

Δασκ. Φυσικός! Μπορούμε, λοιπόν, όλους τους φυσικούς αριθμούς να τους γράψουμε σαν κλάσματα; .. Τις τρεις πίτσες μπορούμε να τις γράψουμε σαν κλάσμα;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Το γράψαμε! …18/6! Να το γράψω εγώ για να κάνουμε πιο γρήγορα; (Ο Σπύρος κάθεται. Η δασκάλα γράφει και μιλά.)… Τρεις πίτσες …18/6 …..Δε μου λέτε, τις τρεις πίτσες μπορούμε να τις γράψουμε σαν κλάσμα;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Πώς θα γίνει;

Μαθήτρια. 24/6!

Δασκ. 24/6! Πάρα πολύ ωραία!! Μπορούμε λοιπόν τους φυσικούς να τους γράφουμε σαν κλάσματα;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Μπορούμε, Παντελή, τους φυσικούς να τους γράφουμε σαν κλάσμα; Μπορούμε;

Παντελής. Φυσικά!

Δασκ. Ανάμεσα όμως στις δύο πίτσες και στις τρεις πίτσες, ποιοι αριθμοί βρίσκονται;.. Δηλαδή, αν στα 12/6 βάλουμε 1/6 ποιον αριθμό θα πάρουμε; Πόσα κομμάτια θα έχει φάει κάποιος, Πέτρο;

Πέτρος. Δεκατρία!

Δασκ. 13/6! Έχει φάει περισσότερο από δύο πίτσες και λιγότερο από τρεις πίτσες;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Μπορούμε, λοιπόν, όλους τους αριθμούς να τους γράψουμε σαν κλάσματα;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Και ποιους αριθμούς γράφουμε ανάμεσα στους αριθμούς που ξέρουμε; Για να δούμε λιγάκι…. Γυρίστε από πίσω να δούμε το εξής!.... Αν θέλαμε…

Μαθητής. Έχει κι από πίσω;

Δασκ. Ναι, έχει κι από πίσω! …Αν θέλαμε, λοιπόν, να συγκρίνουμε τους αριθμούς πρώτα και μετά να τους βάλουμε στην αριθμογραμμή…. Για να δούμε, λοιπόν, τι γίνεται…. Πώς θα βάλουμε τους αριθμούς στην αριθμογραμμή. .. Το ½.. Βλέπετε την αριθμογραμμή λιγάκι; Πάτε στο πέντε. Μπορείτε να το δείτε;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Πάμε, λοιπόν, στην άσκηση πέντε. … Την τέσσερα αφήστε την προς το παρόν….. Θα βάλετε τα σημαδάκια και θα μου πείτε, οι αριθμοί αυτοί, ποιος είναι ο μεγαλύτερος….. Η παρατήρηση αυτή… δύο ομάδες αριθμών…… (σε ομάδα)

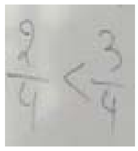
Μαθητής από ομάδα. Κυρία, τι θα κάνουμε;

Δασκ. Θα δείτε ποιος είναι μεγαλύτερος, αυτός ή αυτός…..

Μαθητής από άλλη ομάδα. Κυρία, ελάτε λίγο…..

Δασκ. (Μετακινείται) … Πάμε λίγο να δούμε…Ποιος είναι μεγαλύτερος, αυτός ή αυτός; …… (σε άλλη ομάδα) Για γράψτε την παρατήρησή σας. Έχουν κάτι χαρακτηριστικό! … (Πολύ φασαρία μέσα στην τάξη. Η δασκάλα μετακινείται συνεχώς από ομάδα σε ομάδα)…Εδώ μήπως χρειάζεστε πάλι τις πίτες; …. Τα 2/4 λέμε,… ααα.. μά-

λιστα! Για να δούμε λίγο, να γράψω τα κλάσματα με τη σειρά. Τι γράψατε; …(γράφει στον πίνακα)….. Τα 2/4 ή το ¾ είναι μεγαλύτερο;



Μαθητής. Το 2/4 είναι μικρότερο.

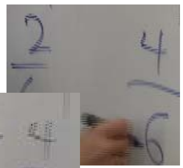
Δασκ. Είναι μικρότερο! Γιατί; Γιατί; … Γιατί είναι μικρότερο; … Έχω τέταρτα εδώ (πίτες)…Γιατί τα 2/4 είναι μικρότερο από τα ¾;… Ρετζέν… Μπορείς να μου το δείξεις στην πίτα; …. Συμφωνείτε καταρχήν με τον Ρετζέν;

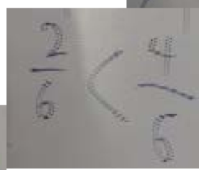
Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Γιατί; … Πάντα, όταν λέμε κάτι στα μαθηματικά, πρέπει να λέμε και το γιατί! …Χρύσα, θέλεις να το πεις;

Χρύσα. Γιατί τρώμε μεγαλύτερο μέρος!

Δασκ. Γιατί τρώμε μεγαλύτερο μέρος!! Πολύ ωραία!! Πείτε μου το επόμενο ζευγάρι κλασμάτων… Ποιο είναι; …Το επόμενο είναι 2/6 και 4/6 … Τι βάλατε εδώ; Ποιο είναι μεγαλύτερο, Τάσο;

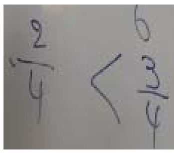




Τάσο; Τα 4/6!

Δασκ. Τα 4/6!! … Το 2/4 είναι μεγαλύτερο ή το ¾;

Τάσος. Το ¾!



Δασκ. Το ¾!! Δε μου λέτε! Σε αυτά τα κλάσματα τι παρατηρώ; Τι κοινό έχουν; Ποιο είναι το μεγαλύτερο;…Τι κοινό έχουν αυτά τα κλάσματα ανά δύο; Ανά δύο, τι κοινό έχουν;….. Δηλαδή, αυτή η δυάδα, με αυτή τη δυάδα, με αυτή τη δυάδα, τι κοινό έχουν; … Ακούω, Γιάννη!

Γιάννης. Έχουν ίδιο παρονομαστή!

Δασκ. Ίδιο παρονομαστή! Τι παρατηρούμε, λοιπόν; Ποιο είναι μεγαλύτερο όταν ο παρονομαστής είναι ίδιος;

Σπύρος. Βλέπουμε το πάνω!

Δασκ. Βλέπουμε το πάνω! Και τι συμπέρασμα βγάζουμε;

Σπύρος. Αν το πάνω είναι μεγαλύτερο, τότε και το κλάσμα είναι μεγαλύτερο!

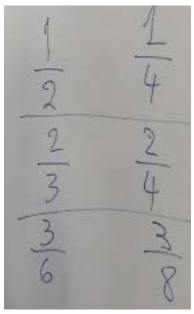
Δασκ. Αρτέμη, το άκουσες αυτό; …… Πέστε το λίγο, Σπύρο, λίγο να το ακούσουνε!

Αρτέμης. Κυρία, το άκουσα!

Σπύρος. Όταν τα κλάσματα έχουν ίδιο παρονομαστή, τότε συγκρίνουμε με τον πάνω!

Δασκ. Με τον πάνω! Πώς τον είπαμε τον πάνω; …..

Αρτέμης. Αριθμητής!



Δασκ. Αριθμητής! Άρα, όταν ο αριθμητής είναι μικρότερος…..

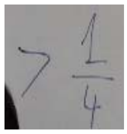
Μαθητής. Όταν ο αριθμητής είναι μικρότερος, είναι μικρότερο το κλάσμα!

Δασκ. Δε μου λέτε κάτι. Όταν τρώμε, πότε τρώμε λιγότερο; Πότε; Όταν τρώμε…….

Μαθητής. Πιο λίγα!

Δασκ. Όταν τρώμε πιο λίγα κομμάτια. Εδώ τρώμε δύο κομμάτια και εδώ τρώμε τρία κομμάτια! … Δε μου λέτε! Η διπλανή στήλη έχει ½, ¼, 2/3, 2/4, 3/6 και 3/8… Ποιος θέλει να σηκωθεί να μου πει τι έγραψε; Για να δούμε! Τάσο! Σήκω στον πίνακα!

Τάσος. (Στον πίνακα)



Δασκ. Ποιο είναι μεγαλύτερο; (ο Τάσος βάζει το σύμβολο). Ααα! Μάλιστα! Γιατί είναι μεγαλύτερο αυτό; …. Γιατί είναι μεγαλύτερο το ½ από το ¼; … (ο Τάσος δυσκολεύεται. Οι μαθητές σηκώνουν χέρι. Η δασκάλα ψάχνει τις πίτες) … Εδώ τρώμε πιο πολύ πίτσα ή εδώ; (ο μαθητής έχει αμφιβολία) …. Εδώ τρώμε περισσότερο ή εδώ; … Πόσα τρώμε εδώ (1/2);

Τάσος. Το ένα από τα δύο!

Δασκ. Δηλαδή;

Τάσος. Το ένα από τα δύο!

Δασκ. Το ένα από τα δύο! Τρώμε δηλαδή τόσο! (δείχνει στους μαθητές την πίτα) … Ενώ στο άλλο τρώμε;..

Τάσος. Το ένα από τα τέσσερα!

Δασκ. Τέλεια! Κάνε και τα άλλα…. (ο Τάσος γράφει) … Και να καταλήξουμε, λοιπόν …. Όταν συγκρίνουμε κλάσματα, λοιπόν, τι κοιτάμε;

Μαθητές. (πολλοί μαζί) … (αδύνατη ακρόαση)..

Δασκ. Αν, λοιπόν, είναι ίδιοι οι παρονομαστές, τι κοιτάμε μετά;…

Μαθητής. Αν είναι μικρότερος ο παρονομαστής, ο αριθμός είναι μεγαλύτερος!

Δασκ. Πρέπει όμως κάτι να υπάρχει για να μπορώ να κάνω σύγκριση! Τι έχετε παρατηρήσει; Πώς έβαλα τα κλάσματα για να μπορώ να τα συγκρίνω; Τι κοινό έχουν στη μια περίπτωση και τι στην άλλη;

Μαθητής. Ή ο παρονομαστής τους είναι ίδιος ή ο αριθμητής!

Δασκ. Ή ο παρονομαστής τους είναι ίδιος ή ο αριθμητής! Όταν είναι ίδιος ο αριθμητής, ποιο είναι μεγαλύτερο κλάσμα;

Σπύρος. Όταν είναι ίδιος ο αριθμητής, τρως περισσότερο όταν είναι λιγότερα κομμάτια!

Δασκ. Για ακούστε τι λέει ο Σπύρος! Όταν είναι ίδιος παρονομαστής τρως περισσότερο πότε;

Σπύρος. Όταν ο παρονομαστής είναι μικρότερος!!

Δασκ. Όταν είναι μικρότερος! Ενώ όταν ο παρονομαστής είναι ίδιος, τρως περισσότερο, πότε;

Σπύρος. Κοιτάς τον αριθμητή αν είναι μεγαλύτερος!

Δασκ. Εγώ θέλω να μου πείτε …… Κάθισε, Τάσο. Πολύ ωραία!! … Θέλω, λοιπόν, να μου πείτε. Είναι αριθμοί τα κλάσματα. Μπορούμε να δούμε ποιος είναι μεγαλύτερος και ποιος είναι μικρότερος. …. Τους φυσικούς αριθμούς … (χτυπά το κουδούνι) .. Την άλλη φορά! … Γράψτε το όνομά σας…

Αποβιντεοσκόπηση διδασκαλίας $5^{ης}$ εκπαιδευτικού: Εισαγωγή στα ποσοστά - Σύνδεση κλασματικών αριθμών και δεκαδικών με τα ποσοστά-Αξιοποίηση υπολογιστικού περιβάλλοντος

Δασκ. …Σήμερα…θα κάνουμε άλλα πράγματα… Θα μαζέψουμε τα βιβλία από κάτω… Έχω διάθεση για συζήτηση σήμερα… (γράφει στον πίνακα)… Λοιπόν, για να δούμε τι θα δούμε σήμερα; … Όλοι μάζεψαν τα βιβλία. Ο Αντώνης δεν τα μάζεψε ακόμη! …. Σας θέλω συγκεντρωμένους σήμερα…

Μαθητές. Θα κάνουμε άλλα πράγματα σήμερα!!

Δασκ. .. Θα κάνουμε άλλα πράγματα σήμερα! Σήμερα θα παίξουμε!

Μαθητές. Ναι!!!!!

Δασκ. Τι έχουμε κάνει εδώ; Βλέπετε κάτι που έχει σχέση με τι; (ταυτόχρονα προβάλλεται το λογισμικό).

Μαθητής. Ποδόσφαιρο:

Δασκ. Ποδόσφαιρο!!...

Μαθητές. Ποδόσφαιρο, το βόλεϊ, μπάσκετ και μπέϊζμπολ…

Δασκ. Η αλήθεια είναι ότι δεν είναι μπέιζμπόλ, είναι χάντμπολ …

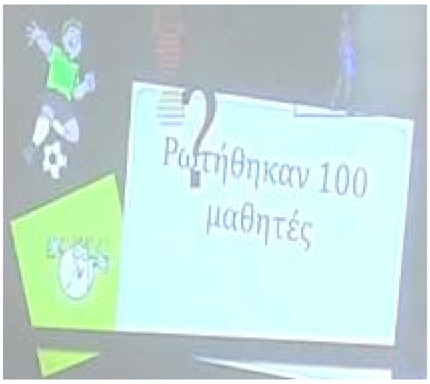
Μαθήτρια. Τι ρωτήθηκαν εκατό μαθητές.

Δασκ. Τι μπορεί να ρωτήθηκαν;

Μαθητής. Τι βλέπουν!

Δασκ. Τι βλέπουν στην εικόνα; Τι άλλο;

Μαθητής. Ποιο είναι το αγαπημένο τους φαγητό!



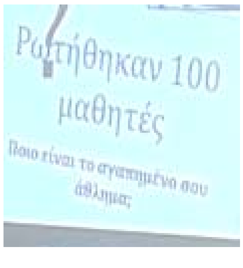
Δασκ. Και πού φαίνεται αυτό στην εικόνα;

Μαθητής. Άσχετο!! (κάποιοι μαθητές σηκώνουν χέρια)

Άλλος μαθητής. Αν τους αρέσει το χάντμπολ! (η δασκάλα συμφωνεί και δείχνει άλλον μαθητή).

Μαθητής. Ποια είναι τα αγαπημένα τους αθλήματα!

Δασκ. Και για ποιο λόγο να ρωτήσω εκατό μαθητές και να τους ρωτήσω για… Να και η ερώτηση… Για ποιο λόγο, λοιπόν, μπορεί να ερωτηθούν εκατό μαθητές «ποιο είναι το αγαπημένο τους άθλημα»; Δικαίωμά σου είναι να αγαπάς όποιο άθλημα θέλεις! .. Κωνσταντίνε!



Κων/νος. Γιατί αν δέκα παιδιά αγαπούν το μπάσκετ, μπορούν να κάνουν μια ομάδα!

Δασκ. Ααα.. Δέκα μαθητές από τους πόσους;

Κων/νος. Από τους εκατό!

Δασκ. Είναι ικανός αριθμός οι δέκα μαθητές από τους εκατό να προτιμούν το μπάσκετ;

Μαθήτρια. Είναι ένας μεγάλος αριθμός!

Δασκ. Για κάθε ομάδα…

Μαθήτρια. Ναι!

Δασκ. Για πόσους μαθητές θα ήσουν ικανοποιημένος, από τους εκατό μαθητές……

Μαθήτρια. Με το 1/3!

Δασκ. Με το 1/3 του εκατό! Δηλαδή;;

Μαθήτρια. … Περίπου…

Δασκ. Με το 1/3 του εκατό! … Κοιτάξτε τώρα τι είπε! Με το 1/3 του εκατό! Δηλαδή, με πόσους παίκτες θα μπορούσαμε να κάνουμε ομάδα; … Να έχουμε και τους αναπληρωματικούς… Εγώ δεν καταλαβαίνω τίποτα! Τι να βγω και να φωνάξω; ..Το 1/3 των μαθητών, παρακαλώ ελάτε…!

Μαθητής. Τριάντα πέντε περίπου!

Δασκ. Τριάντα πέντε περίπου;; Εεεε!!! ….. Για να δούμε λοιπόν, πόσοι είναι οι μαθητές που τους ρωτήσαμε και αγαπούν το ποδόσφαιρο, το μπάσκετ, το βόλεϊ ή το χάντμπολ! …. (αλλάζει διαφάνεια) …. Από αυτά τα αθλήματα, ποιο νομίζετε εσείς ότι είναι το πιο δημοφιλές; (οι μαθητές σηκώνουν χέρια)… Νίκο;

Νίκος. Το ποδόσφαιρο!

Δασκ. Με ποιο ποσοστό θα ήσασταν ικανοποιημένοι στο ποδόσφαιρο;…Από το σύνολο των μαθητών, για να κάνουμε μια ομάδα.. έτσι καλή, καλή!!

Μαθήτρια. Ένα 55%!

Δασκ. Ένα 55%!.. Ένα 55%!!!......

Μαθήτρια. 55/100!....

Δασκ. 55%! Δηλαδή, από τους εκατό μαθητές πόσοι; Να δούμε; .. Ρωτήθηκαν, λοιπόν, εκατό μαθητές: ποδόσφαιρο, μπάσκετ, χάντμπολ ή βόλεϊ….. Σας θυμίζει κάτι αυτό;

Μαθητές. Κυρία, κυρία!!....

Μαθήτρια. Ένα γράφημα!......

Δασκ. ……. Μια (ταυτόχρονα χρησιμοποιεί και τα χέρια)….

Μαθητής. Κυρία! Το ποσοστό!!!

Δασκ. Άσε το ποσοστό!! … Θυμάστε που τα είχατε κάνει αυτά με τον κ. Σακονίδη; …… Είχατε πει ότι το γράφημα πίτα, πότε το χρησιμοποιούμε;…

Μαθητής. Όταν έχουμε εκλογές.

Δασκ. Στις εκλογές! Άρα, έχουμε τις προτιμήσεις … Θυμάστε, είναι άσχετο με το μάθημά μας, απλά θέλω να δω αν θυμόμαστε, όταν είχαμε κάνει τα γραφήματα, τα ραβδογράμματα, στην πίτα είχαμε δώσει ορισμό!

Μαθητής. Όταν έχουμε μηδέν, δεν μπορούμε να το βάλουμε!

Δασκ. Δεν μπορεί να μπει μηδενική πίτα!! … Για να δούμε τις προβλέψεις σας….. Εγώ έχω πραγματικά στοιχεία, όχι από το δικό μας σχολείο, αλλά από κάποιο άλλο… Πόσοι μαθητές αγαπούν αυτά τα αθλήματα… Κάθε χρώμα αντιστοιχεί σε ένα άθλημα….. Λία ..

Λεία. Εγώ λέω ότι το γκρι είναι το ποδόσφαιρο…..

Δασκ. Το γκρι είναι το ποδόσφαιρο … Τι μέρος του συνόλου είναι το γκρι;

Λεία. Το μισό:

Δασκ. Πόσοι μαθητές, δηλαδή;

Μαθητής. Πενήντα!... 50/100!

Δασκ. Ωραία! Από αυτό το γκρι, που λέτε εσείς ποδόσφαιρο, φαντάζεστε να ήταν το δημοτικό που είναι μόνο κορίτσια!!..... Για να δούμε! …Μαρία!

Μαρία. Μπορεί το γκρι να είναι βόλεϊ!

Δασκ…….. Ας ξεκινήσουμε από το ποδόσφαιρο. Ας υποθέσουμε ότι είναι το ποδόσφαιρο… Τα άλλα αθλήματα; Το πράσινο ας πούμε, τι μπορεί να είναι; (Χέρια)….

Μαθητής. Το χάντμπολ!

Δασκ. Το χάντμπολ! Το χάντμπολ, ποιο νούμερο μπορεί να είναι;

Μαθητής. (αδύνατη ακρόαση)…

Δασκ. Να αγαπούν το χάντμπολ δηλαδή περισσότερο;………

Μαθήτρια. (αδύνατη)..

Δασκ. Όχι, όχι, αγάπη μου! Για να καταλάβετε λίγο, το γκρι, δε σου δίνω ποιο είναι απ' όλα. Απλά γράφω πάνω! Η επιλογή είναι τυχαία! Εσείς μου λέτε ποιο νομίζετε ότι είναι το δημοφιλέστερο άθλημα! Μια και συμφωνείτε οι περισσότεροι, λέμε ότι το ποδόσφαιρο είναι το γκρι….

Μαθητής. Εγώ λέω ότι το μπάσκετ είναι το πράσινο!

Δασκ. Λες ότι το μπάσκετ είναι το πράσινο! Περίπου, λέω περίπου, μπορείτε να εκτιμήσετε …..;

Μαθητής. Κυρία! Το ¼!

Δασκ. Πολύ με κλάσματα με μπερδεύετε! Εγώ δεν τα καταλαβαίνω!! Πόσο είναι αυτό;

Μαθήτρια. Αααα! …. Κυρία! Το 25%!!

Δασκ. Περίπου το 25%! Δηλαδή, πόσα άτομα;

Μαθήτρια. Είκοσι πέντε!

Μαθητής. Κυρία! Όμως δεν είναι ακριβώς! Είναι λίγο παραπάνω!

Δασκ. Δεν είναι ακριβώς! Άλλωστε στην πίτα κάνουμε εκτίμηση! Θα τα δούμε ακριβώς! Θα τα δούμε ακριβώς. Απλά θέλουμε να δούμε την εκτίμηση. … Περίπου εκεί!..... Το γαλάζιο; Το γαλάζιο τι μπορεί να είναι;

Μαθητές. Το βόλεϊ:

Δασκ. Το βόλεϊ! Η Μαρία το ήθελε πρώτο! Γιατί της αρέσει μάλλον περισσότερο…. Θα δούμε αν έχετε δίκιο! .. Και το πορτοκαλί; ..

Μαθήτρια. Κυρία! Το χάντμπολ!

Δασκ. Με μεγάλο ή με μικρό ποσοστό;

Μαθήτρια. … Ένα μεγάλο επτάρι!!!!

Δασκ. Το πορτοκαλί είναι το μεγάλο επτάρι;;

Μαθήτρια. (γελώντας) Ναι, κυρία!!

Δασκ. Μπορείτε περίπου να υπολογίσετε… περίπου… Πόσοι μαθητές; … Προσέξτε τι ρωτάω! Αριθμό μαθητών! Πόσοι μαθητές προτιμούν το χάντμπολ;;;!....... Εδώ μέσα πόσοι προτιμούν το χάντμπολ; … Ο Νίκος!.... Είμαστε δώδεκα….. Προσέξτε! Μόνο ο ένας από τους δώδεκα προτιμά το χάντμπολ! .. Νομίζω, λοιπόν, αν το δείτε στους εκατό, περίπου τι μπορείτε να υπολογίσετε;; (χέρια) Μαρία.

Μαρία. 5%, 4%!

Δασκ. Μικρός αριθμός!

Μαρία. Ναι!

Δασκ. Είστε περίεργοι να δείτε τα στοιχεία;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Για να δούμε! (αλλάζει διαφάνεια. Τα παιδιά σχολιάζουν) … Τι είναι αυτό είπε ο Θανάσης! Τι είναι αυτό!....... Τι να ναι άραγε αυτό; … Τόση ώρα καλά τα λέγαμε! …. (ταυτόχρονα μοιράζει φυλλάδια στους μαθητές) … Για παιχνίδια δε μιλούσαμε; .. Μη στεναχωριέστε!! Θα παίξουμε κιόλας!! …… Παρακαλώ! Τι γράφει επάνω, επάνω! Τι δραστηριότητα είναι αυτή; … (Λείπει μία φωτοτυπία) … Για να μην χάνουμε τώρα χρόνο….. Όπως είπαμε η δραστηριότητα είναι ομαδική! Έχετε το ίδιο σχήμα, το ίδιο γράφημα πίτας που είχατε πριν από λίγο και έχετε κι αυτόν τον πίνακα! … Μπορεί κάποιος να μου εξηγήσει, τι πληροφορίες δίνει αυτός ο πίνακας; (χέρια) …

Μαθητής. Δείχνει τον αριθμό των μαθητών που προτιμούν το κάθε άθλημα, αλλά κάθε φορά με διαφορετικό τρόπο!

Δασκ. Με διαφορετικό τρόπο! … Θα είναι και διαφορετικό το αποτέλεσμα σε κάθε στήλη, Θανάση;

Θανάσης. Ναι! … Όχι! … Αλλά αν τα κάνουμε όλα κλάσματα θα το βρούμε πιο εύκολα!!!

Δασκ. Εδώ, λοιπόν, δίνω κάποιες πληροφορίες. Να ξεκινήσουμε με το μπάσκετ. Ποια τιμή σας δίνει.

Μαθητές. Το κλάσμα!

Δασκ. Σας δίνω το κλάσμα! Το οποίο είναι πιο; …… Δανάη!

Δανάη. Το ¼!

Δασκ. Κάποιοι το είπατε! Λέτε να μπορέσουμε να βρούμε, με τον ίδιο τρόπο.. γιατί μου είπατε πριν να βγω έξω και να πω στο ¼ των μαθητών να παίξουνε μπάσκετ…. Κάποιοι δε θα το καταλάβουν! Θα μπορέσετε να μου βρείτε τον αριθμό των μαθητών;

Μαθητές. Ναι θα μπορέσουμε!

Δασκ. Να θυμηθείτε κάτι, το δεκαδικό κλάσμα, τον δεκαδικό αριθμό και το ποσοστό! ….. Θέλω να δουλέψετε ομαδικά….. Ομαδικά …. Και το γράφει ο καθένας μπροστά του…… και, στο τέλος, θα μου πείτε τι σκεφτήκατε για το καθένα από αυτά! …… (η δασκάλα εποπτεύει τις ομάδες) … Άκου Αποστόλη, είναι σαν να σου δίνω ακριβώς τον αριθμό! …… Θα μου πείτε και πώς το βρήκατε. Δεν μου αρκεί…………………. Έχετε κάποια διαφωνία; … Νικολέτα, είσαστε εντάξει; …… Δεν είναι σωστό έτσι, αλλά δεν είχα χρόνο να ασχοληθώ! Το λέω για τη Δανάη που έγραψε το κλάσμα πλάγια….. Σας λέω καμιά φορά ότι δεν είναι σωστό έτσι… Και μάλιστα το πρόσεξαν τα κορίτσια και της το είπαν ……… (σε άλλη ομάδα) …… Πού διαφωνείτε; …… Στο δεκαδικό; …………………….

Μαθητές ομάδας. (μεταξύ τους) Αφού έχει δύο ψηφία !! …. Άρα, τις εκατό……

Δασκ. Να το εξηγήσουμε στον Αλέξη; ……. Αφήστε αυτό το κομμάτι. …… Έχεις 0,05……… μπορείτε να του το εξηγήσετε;

Μαθητές. (μεταξύ τους) ……. Όταν έχει δύο ψηφία στο τέλος ………… Έχουμε δύο ψηφία στο τέλος! Το εκατό πόσα μηδενικά έχει; ……. Ωραία! Αφού έχει δύο ψηφία είναι το εκατό! Αν δεν είχε αυτό και ήταν 0,5 θα ήταν δέκατα……… Κατάλαβες; .. Κατάλαβες; (διστακτικά κουνά το κεφάλι)………………… (μετά από 4,5 λεπτά περίπου) …… Είμαστε έτοιμοι; …

Μαθητές. Όχι, κυρία!!!!!

Δασκ. Ή να σας αφήσω λίγο ακόμη;

Μαθητές. Λίγο ακόμη!! ……… (οι μαθητές μεταξύ τους) .. Αφού βλέπουμε ότι έχει κόμμα και μηδέν.. θα το διαιρέσουμε με το εκατό …. Λοιπόν 5/100! ……. *Μετά διαιρέσαμε το εκατό με το πέντε και βρήκαμε είκοσι*……. Το ποδόσφαιρο ήταν εύκολο! … (σε άλλο μαθητή της ομάδας) … το μπάσκετ γιατί δεν το κατάλαβες; Το ¼ του εκατό πόσο είναι; -Είκοσι πέντε! -Άρα είκοσι πέντε και είκοσι πέντε…….. εκατό!! ……..Τελειώσαμε!! ….

Δασκ. (μετά από 1,5 λεπτό περίπου) Τι λέτε; Θέλετε να το συζητήσουμε;

Μαθητές. Ναι! Όχι!

Δασκ. Καλά! Θα περιμένω λίγο ακόμη! .... Θα έχουμε μια διαφωνία στο τέλος! Και νομίζω ότι το λιγότερο δημοφιλές άθλημα, σας έχει μπερδέψει!!....... (μετά από 1 λεπτό περίπου) …… Να τα πάρουμε σιγά, σιγά … Ένα, ένα…. Να ξεκινήσουμε από το μπάσκετ……. Δανάη, θα σηκωθείς να μου κάνεις το ¼ δεκαδικό κλάσμα. Τι σημαίνει δεκαδικό κλάσμα; Να θυμόμαστε κιόλας! .. Για να θυμούνται οι παλαιότεροι και να μαθαίνουν οι νεότεροι!!! ….. Τι σημαίνει δεκαδικό κλάσμα; .. Νίκο!

Νίκος. … (αδύνατη ακρόαση) ……

Δασκ. Όχι!! Για δεκαδικό κλάσμα μιλάω! .. Δεκαδικό κλάσμα!!!!

Νίκος. Βάζουμε την κλασματική γραμμή, γράφουμε τον αριθμό κι από κάτω το εκατό!

Δασκ. Αυτή την τακτική ακολουθούμε, κάνοντας όμως κάποια βηματάκια! …… Δεκαδικό κλάσμα: Γιατί το λέω δεκαδικό κλάσμα και όχι σκέτο κλάσμα…

Μαθητής. Γιατί μας βγάζει πιο απλά δεκαδικούς αριθμούς από τα άλλα κλάσματα!

Δασκ. Μας βγάζει πιο απλά δεκαδικούς αριθμούς; .. Πιο εύκολα! .. Ένα δεκαδικό κλάσμα μου βγάζει πιο εύκολα δεκαδικό αριθμό .. (κουνά το κεφάλι συμφωνώντας) …… Εγώ έχω άλλο τρόπο να βγάζω δεκαδικό αριθμό!! Δικαίωμα του καθενός!!

Μαθήτρια. Στο δεκαδικό κλάσμα βάζουμε παρονομαστή το δέκα, το εκατό ή το χίλια, ενώ στα άλλα κλάσματα βάζουμε άλλον αριθμό!

Δασκ. Μπορώ αν θέλετε…. Εδώ η Δανάη έχει γράψει ότι το δεκαδικό κλάσμα είναι 25/100. Καταρχήν συμφωνείτε;

Μαθητές. Ναι!!

Δασκ. ….. Θέλω να το κάνω με παρονομαστή το εκατό! Τι θα σκεφτώ για να το κάνω με παρονομαστή το εκατό; .. Να μας πει η Δανάη που το έκανε..

Δανάη. Ένας τρόπος είναι να κάνω εκατό δια τέσσερα και το αποτέλεσμα να το …..

Δασκ. Το εκατό πού το βρήκες;;;!!

Δανάη. Το εκατό είναι το σύνολο!

Δασκ. Το εκατό είναι το σύνολο των μαθητών.

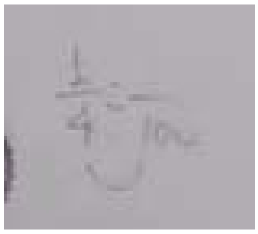
Δανάη. … Άρα, αυτό που θα βγάλουμε θα είναι το ¼!

Δασκ. Γιατί εκατό διά τέσσερα μάς κάνει είκοσι πέντε!! Άρα, από τα εκατό έχουμε τα είκοσι πέντε!..... Συμφωνείτε; ….. Είχε το κλάσμα ¼ και θέλησε να το κάνει δεκαδικό κλάσμα…. Γιατί εδώ έχουμε τους εκατό μαθητές…. Θανάση …. Να μου το κάνεις δεκαδικό κλάσμα! … Τι θα το κάνεις;

Θανάσης. ….. Θα το πολλαπλασίαζα ….. αφού … δε….. στο εκατό …!

Δασκ. Είπε η Δανάη πριν ότι δεκαδικό κλάσμα είναι τι;

Δανάη. Αυτό που έχει παρονομαστή το 10, το 100, το 1000….!



Δασκ. Και αφού θέλω παρονομαστή το εκατό, τι θα κάνω;

Θανάσης. Θα το πολλαπλασιάσω…. με το…….

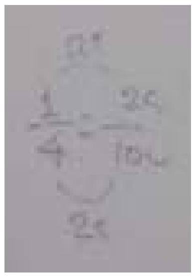
Άλλος μαθητής. Με το εκατό!!

Δασκ. (στον Θανάση) Με τι; (γράφει ταυτόχρονα στον πίνακα)

Θανάσης. ……… (μικρή φασαρία από την τάξη) ……. Με το είκοσι πέντε!

Δασκ. Δηλαδή… έχω 1/100…;;!!!

Θανάσης. Το ίδιο θα κάνω και με τον αριθμητή…….



Δασκ. (γράφει στον πίνακα) Δηλαδή 25/100!

Θανάσης. Ναι!

Δασκ. Τι ωραία που μας το εξηγήσατε!!! Ανδριάνα! Δεκαδικός αριθμός! Αυτό το ¼, που το κάνατε 25/100, εγώ το θέλω και ως δεκαδικό αριθμό! ……………………………………….. (Η Ανδριάνα γράφει στο laptop που βρίσκεται στην έδρα) ……… Συμφωνείτε;

Μαθητές. Ναι….!!!

Δασκ. Πώς προέκυψε αυτό το 0,25; …… Θάνο..

Θάνος. Από το κλάσμα 25/100, κάναμε το 0,25!

Δασκ. Σου ήταν πολύ εύκολο από το δεκαδικό κλάσμα να κάνεις τον δεκαδικό αριθμό!

Θάνος. Ναι!

Δασκ. Υπήρχε άλλος τρόπος να το σκεφτείτε …; Νίκο! ……. Κωνσταντίνε!

Κων/νος… Γράφουμε το είκοσι πέντε και από το εκατό βάζουμε δύο θέσεις δεξιά… εεε.. αριστερά την υποδιαστολή και μας δίνει 0,25!

Δασκ. Πολύ σωστά!! Κάνατε το βήμα, από το ¼ περπατήσατε στο 25/100 και από στο 0,25. Πολύ σωστά!! .. Αν δεν είχαμε το 25/100, από το ¼ θα μπορούσαμε να πάμε κατευθείαν στο δεκαδικό αριθμό; Στο 0,25;…. Με κάποιο τρόπο; ……… (δεν υπάρχει προθυμία)……… Κων/νε!

Κων/νος …..(αδύνατη) ..το εκατό.. Θα παίρναμε το εκατό..

Δασκ. Άστο το εκατό! Δεν υπάρχει! Από το ¼, θέλω να πάμε στο 0,25…. Αδριάνα!

Ανδριάννα. Θα κάνουμε τη διαίρεση 1 δια τέσσερα και θα βρούμε το 0,25!

Δασκ. Γιατί να κάνουμε τη διαίρεση 1 διά τέσσερα;……….

Άλλη μαθήτρια. Γιατί αν διαιρέσω τον αριθμητή με τον παρονομαστή, κάνω δεκαδικό!

Δασκ. Γιατί είναι πολύ εύκολο να κάνω δεκαδικό κλάσμα, αλλά εμένα με βολεύει να πάρω αριθμητή με παρονομαστή, να τους διαιρέσω, γιατί είμαι και πολύ καλή στη διαίρεση …..!!! Σήκω … Το ποσοστό ! (η μαθήτρια πάει στο laptop) … Το ποσοστό μέχρι τώρα το έχουμε συναντήσει μόνο στα γραφήματα; ..Έτσι;; ..Δεν έχουμε δουλέψει με ποσοστά….. (πηγαίνει προς το laptop) ……. Τι σημαίνει αυτό το 25%; … Αυτή είναι η καινούρια έννοια που μας έχει μπει εκεί!

Μαθητής. Ποιο το 25%;

Δασκ. Ναι!..... Τι σημαίνει 25% ; 25 τοις …..εκατό… Ξέρετε πώς γράφετε αυτό το «τοις»;

Μαθητές Ναι…!!!!

Δασκ. Πώς;

Θανάσης. Να σηκωθώ να το γράψω;

Δασκ. Ναι!.... (Θανάσης σηκώνεται) … …. Έχω κάποιο λόγο και ….. (αδύνατη ακρόαση)… ….. Τοις εκατό….. Τι είναι αυτό, Θανάση; ….. Δοτική. Άρθρο στην αρχαία ελληνική!.... Δοτική.. Ευτυχώς έχουμε γλιτώσει από αυτήν στη νέα ελληνική…. Που σημαίνει «στο»! Το ποσοστό στα εκατό ! .. Για ακούστε το! …. Το ποσό …… στα εκατό .. Για ακούστε το. Το «ποσο…στό»!!! …. Δηλαδή; ……

Μαθήτρια. Δεν είναι, κυρία, 25% σαν να λέμε είκοσι πέντε από τους εκατό;

Δασκ. Υποθέτουμε ότι σε εκατό μαθητές ή σε εκατό ευρώ…………

Μαθήτρια. Το 25% μπορώ να το γράψω σαν δεκαδικό κλάσμα… 25/10

Δασκ. Μάλιστα! Εν τω μεταξύ, εγώ ακόμη δεν έχω καταλάβει πόσους μαθητές πρέπει να καλέσω για να παίξουνε μπάσκετ!

Μαθήτρια. Αφού δεν το έχουμε γράψει;;;!!

Η μαθήτρια που είναι στο laptop. Να το γράψω;

Δασκ. Ναι! … είκοσι πέντε μαθητές ……… Μαρία! Πάμε στο βόλεϊ;……. Θέλω το 20/100 να γίνει κλάσμα! ……(η Μαρία είναι στο laptop) …….. Μαρία, το βρήκες; (της δείχνει κάποιο πλήκτρο) …….. 1/5 ! …. Μαρία, μπορείς να μας εξηγήσεις για τι το 20/100 έγινε 1/5; ….. Τι σκεφτήκατε ως ομάδα; …… Ή καθένας μόνος του;;……….

Μαρία. ……. Το κάναμε 1/5 γιατί αποφασίσαμε να το χωρίσουμε σε κομμάτια …..

Δασκ. Ήταν ήδη χωρισμένο σε πόσα; …. Όταν σας έδωσα τα 20/100, ήταν ήδη χωρισμένο σε πόσα; … το 20/100!! Σε πόσα μέρη χωρίσαμε αρχικά τους μαθητές; …… Πόσοι μαθητές ήταν;

Μαρία. Εκατό!

Δασκ. Και από τους εκατό πήραμε τους είκοσι! … Και εσύ το έκανες 1/5……

Μαρία…. Ναι, γιατί εκατό διά πέντε κάνει είκοσι!!

Δασκ. Ναι, αλλά εσείς το πέντε το βρήκατε!! Πώς το βρήκατε; …… (τα παιδιά σηκώνουν το χέρι)….

Μαρία…… Σκεφτήκαμε να απλοποιήσουμε ……

Δασκ. Σκεφτήκατε να απλοποιήσετε το κλάσμα 20/100 …….. Επειδή δε μας βοηθά αυτό που έχουμε στην οθόνη…… (σβήνει τον πίνακα) ………

Δανάη. Κυρία, να σηκωθώ;

Δασκ. Σηκώθηκες Δανάη. …. Είχαμε το κλάσμα 20/100 και επειδή είναι μεγάλα τα ψηφία του θελήσατε να το απλοποιήσετε! …… Με τι τρόπο το απλοποιήσατε; Πώς το απλοποιήσατε; ……..

Μαθητής. .. Σκεφτήκαμε να το κάνουμε διαίρεση με το …. πέντε!

Δασκ. Σκεφτήκατε ότι έχει ένα κοινό……. Πες, Ιωάννα!

Ιωάννα. Διαιρέτη!

Δασκ. Διαιρέτη! …. Το πέντε είναι ο κοινός τους διαιρέτης;; .. Ιωάννα!

Ιωάννα. … Ναι!!

Δασκ. Το πέντε είναι κοινός διαιρέτης του είκοσι και του εκατό…… Είναι και ο μέγιστος;; ………. (κάποια παιδιά σηκώνουν το χέρι) ….. Η Ιωάννα θα μου πει! … Δηλαδή, είκοσι διά πέντε, πόσο βγάζει;

Ιωάννα. Τέσσερα!

Δασκ. Και εκατό διά πέντε … είκοσι! …. Άλλο κλάσμα βλέπω εδώ! …… Σήκω, λοιπόν, Ιωάννα στον πίνακα ……. Πάρε τον μαρκαδόρο και εξήγησέ μου! … Εσείς διαιρέσατε το 20/100 με το πέντε! … Και ποιο κλάσμα πήρατε;

Ιωάννα. Διαιρέσαμε τα 20/100 με το πέντε….. και πήραμε το 4/20 και προφανώς η Μαρία που σηκώθηκε, το απλοποίησε παραπάνω και το έκανε 1/5!!

Δασκ. Και το έκανε 1/5!! …. Δηλαδή, από την αρχή με ποιο μπορούσατε να το απλοποιήσετε κατευθείαν; .

Ιωάννα. ……….. Με το …….. είκοσι!!

Δασκ. Με το είκοσι!!! Οπότε φτάσατε στο κλάσμα 1/5!! …. Ήθελες, Θανάση, να πεις κάτι διαφορετικό;

Θανάσης…. Ναι! ….. Θα μπορούσαμε… αμέσως να το κάνουμε!!

Δασκ. … Το είδα ότι είχαν διαφορετική απάντηση! .. Εγώ δεν είπα τι είδους κλάσμα θέλω! Εγώ είπα να μην είναι δεκαδικό!! Και πολύ σωστά το κάνατε! Μαρία, κάτσε κάτω. … Να το κάνουμε δεκαδικό αριθμό, λοιπόν…….. Μάριε! Πάλι διαβάζεις το βιβλίο; Όταν τελειώσουμε τα μαθηματικά να μας το πεις για να δούμε πόσο ενδιαφέρον είναι!!! …. Κωνσταντίνε, να το κάνουμε δεκαδικό το 20/100; .. (ο Κωνσταντίνος σηκώνεται στο laptop) ….

Κων/νος. Τι να κάνω;;

Δασκ. Το 20/100 ή το 1/5 να μας το κάνεις δεκαδικό. …….. (ο Κωνσταντίνος γράφει) ……. γιατί ανυπομονώ να πάμε στο χάντμπολ, όπου εκεί νομίζω ότι ………. (ο Κωνσταντίνος έγραψε) …… Συμφωνείτε;

Μαθητές. Ναι!!!!

Δασκ. Συμφωνείτε όλοι;;

Μαθητές. Ναι!!!!

Δασκ. Να μην το εξηγήσουμε πάλι και χάνουμε και χρόνο… Ως ποσοστό Άλεξ πώς θα το έγραφες; ……. (ο Άλεξ πάει στο laptop…. η δασκάλα βοηθά στον χειρισμό) …. Είκοσι …… Αφήνω το χάντμπολ τελευταίο και γρήγορα θέλω να μου πείτε… Θα το συμπληρώσουμε εδώ το ποδόσφαιρο….. Ποιο κλάσμα είναι, Νικολέτα; Αυτό το 50% ποιο κλάσμα είναι; … Νικολέτα!

Νικολέτα. Το ½!

Δασκ. (Γράφει στον πίνακα) …… Ως δεκαδικό κλάσμα; … Εδώ δεν είχε κανείς αντίρρηση; …..

Μαθητές. Πενήντα …..

Δασκ. 50/100! …. (και γράφει στον πίνακα)…

Κάποιος μαθητής. Πενήντα τοις εκατό!!

Δασκ. Όχι 50%!! 50/100!!!

Άλεξ. Κυρία, θα μπορούσαμε να βάλουμε και 25/50!!

Δασκ. Βεβαίως! Θα μπορούσαμε να βάλουμε και 100/200!!! …. Ποιο κλάσμα μου είπες Άλεξ ότι θα μπορούσαμε να βάλουμε;

Άλεξ. 25/50!

Δασκ. Είναι αυτό όμως δεκαδικό κλάσμα;;

Άλεξ. Όχι!!

Δασκ. Θα μπορούσα να βάλω όποιο κλάσμα θέλω, που ο αριθμητής θα ήταν ο μίσος του παρονομαστή!!... Εγώ όμως ζητάω δεκαδικό κλάσμα! … Θανάση!

Θανάσης. 0,5…! (η δασκάλα γράφει)

Άλλος μαθητής. Ή 0,50!!

Άλεξ. Ή 0,500!!!

Δασκ. Άλεξ…. Μιλάω στον Άλεξ συγκεκριμένα!! Πρόσεξε εδώ! Μιλάμε για κάτι συγκεκριμένο! Πρόσεξε εδώ!

Άλεξ. Προσέχω!!

Δασκ. Όταν θα πάμε στο χάντμπολ πρόσεχε το 0,50! … Και θέλω το σωστό τοις εκατό!..... Και πάμε τώρα στο χάντμπολ…….. (τα παιδιά σηκώνουν τα χέρια) …. Άλεξ!! .. Στον πίνακα!

Μαθητής. .. Πάλι κυρία;;

Δασκ. Πάλι!! .. Σου δίνω ένα δεκαδικό, 0,05… Ή αλλιώς πώς διαβάζεται; … Και εννοώ μαθηματικώς πώς διαβάζεται! …….. Πώς θα τον διάβαζες αλλιώς αυτόν τον αριθμό; …… (ο Άλεξ κουνά αρνητικά τους ώμους) …

Άλλος μαθητής. Με πολλούς τρόπους!!

Δασκ. Με ποιους τρόπους;;

Μαθητής. Πέντε εκατοστά.

Δασκ. Πέντε εκατοστά! Γιατί; …… Πέντε εκατοστά, λέει ο Δημήτρης! Γιατί;

Μαθητής. Έχει δύο δεκαδικά ψηφία!

Δασκ. Επειδή έχει δύο δεκαδικά ψηφία μετά την υποδιαστολή!! ….. Μπορείς να το κάνεις κλάσμα το μηδέν κόμμα μηδέν πέντε;…. (ο Άλεξ γράφει) ……. Μισό λεπτό λίγο …. Μισό λεπτό … (σβήνει αυτά που έγραψε ο Άλεξ) … Το θέλω κλάσμα και όχι δεκαδικό κλάσμα!! …. (ο Άλεξ ξαναγράφει) …..

Μαθητές. .. Δίπλα, όχι εκεί! Δίπλα …… Άντε πάλι!!

Δασκ. ….. Πέντε εκατοστά!. Πέντε εκατοστά!! … Τον βολεύει να πάει εδώ! Δεν θα τα σβήσω! .. Και ως κλάσμα; Και ως κλάσμα;; ……. (ο Άλεξ γράφει) ………

Μαθητές . .. Έλα μπορείς! ….. Όχι έτσι!!

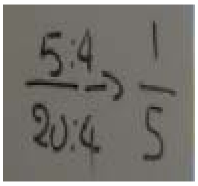
Δασκ. Εδώ υπήρχε ένα θέμα, που το συζητήσατε πολύ στις ομάδες! ……… Ο Άλεξ, λοιπόν, μου γράφει το κλάσμα 5/20! .. Κάτσε Άλεξ! Ο Άλεξ μου γράφει το κλάσμα 5/20, αντί το κλάσμα 5/100 ….. Το θεωρεί ισοδύναμο!

Μαθητές. Κυρία, απλοποιείται κι άλλο!

Δασκ. Δηλαδή;

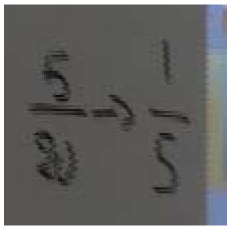
Μαθητής. 1/5!!

Δασκ. .. Από το 5/20 που γράψατε… καταλήξατε στο 1/5!! …. Πόθεν; Πώς;



Μαθητής. Διά τέσσερα!!

Δασκ. Δια τέσσερα!! Δηλαδή, το πέντε διά τέσσερα και το είκοσι διά τέσσερα …. Σωστά; .. Πέντε διά τέσσερα, λοιπόν, μου κάνει ένα!!!!........



Μαθήτρια. Ένα κόμμα κάτι κάνει!!!

Δασκ. Αααα! Ένα κόμμα κάτι κάνει!!!! ……. Μήπως θα έπρεπε να επανεκτιμήσετε ….. (διακόπτει η Δανάη)

Δανάη. Κυρία, και εγώ κάπως έτσι σκέφτηκα …… αλλά το είκοσι διά το πέντε ……αλλά!!

Άλλη μαθήτρια από την ίδια ομάδα. (πολύ δύσκολη ακρόαση) ….

Άλλη μαθήτρια. Κυρία, διά πέντε!!! Κυρία, δια πέντε!!!!

Δασκ. Μισό λεπτό! Πήρατε ένα 5/20…. Να ξεκινήσουμε από κάπου! Ξεκινήσατε… πήγατε στο 5/20 από το 0,05 ή από το 5/100! … Πώς πήγατε στα 5/20; .. Ιωάννα!

Ιωάννα. Κυρία, μάλλον έκανα κάποιο λάθος! Καθώς το απλοποιούσα, έκανα διαίρεση μόνο τον παρονομαστή! Τον αριθμητή τον άφησα ίδιο!!

Δασκ. Ο Άλεξ! .. Άλεξ, κόλλησες από την αρχή! Από δω είχες την αμφιβολία σου! Αν το μηδέν κόμμα μηδέν πέντε…. Θυμάσαι τι μου έλεγες; Είχε πολύ ενδιαφέρον! ……. Ότι είναι τι; …. Μηδέν κόμμα…..

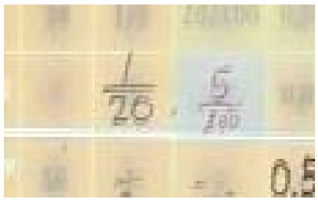
Άλεξ. …. Μηδέν κόμμα πέντε!

Δασκ. Μηδέν κόμμα πέντε!!...............

Μαθητές. Όχι κυρία!!!

Δασκ. Ενώ το μηδέν κόμμα μηδέν πέντε, είναι διαφορετικό από το μηδέν κόμμα πενήντα! ……… Άρα, από το πέντε εκατοστά, που πολύ σωστά μας έκανες εκεί, …. Ποιο είναι το κλάσμα που παίρνουμε;………… (χέρια)

Θάνος. Να σηκωθώ;



Δασκ. Ναι!

Θάνος. Στον πίνακα ή στο….

Δασκ. Στον πίνακα! (ο Θάνος σηκώνεται και γράφει) …….

Δασκ. Έτσι!! Το 1/20 είναι το κλάσμα που παίρνουμε!!!!! Είναι το ένα εικοστό του εκατό!!! Ως ποσοστό ποιο είναι;;….. Μαρίνα!

Μαρίνα. Είναι 5%!

Δασκ. Μπράβο Μαρίνα!!! Και τελικά, πόσα παιδιά είναι αυτά που προτιμούν το χάντμπολ; Νικολέτα!

Νικολέτα. Πέντε!

Δασκ. Πέντε!! ….. Μια χαζή ερώτηση και κλείνω από εδώ!! Δεν το είδα, δεν ξέρω αν το κάνατε σωστά…… Υπάρχει κάποιος τρόπος να επιβεβαιώσετε …… (πολλά χέρια και φωνές) … Έλα!

Μαθητής. 50 και 25… 75 και 5 …. 80 και 20… 100!!

Δασκ. Δηλαδή; Τι πρόσθεσες;

Μαθητής. Το είκοσι πέντε!!

Δασκ. Μόνο το είκοσι πέντε πρόσθεσες;

Μαθητής. Τους … μαθητές!

Δασκ. Αаааа! Μάλιστα!! Όλους τους μαθητές …… Και στο σύνολο ήταν πόσοι;;

Μαθητές. Εκατό!!

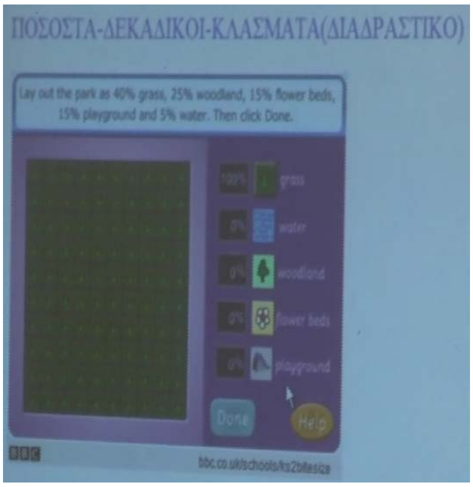
Δασκ. Εκατό!!!...... Και στα ποσοστά; Τα κάνατε καλά;

Άλλος μαθητής. Πρέπει κι εδώ να έχουμε 100%!

Δασκ. Δηλαδή… έχουμε 100%!

Μαθητές Ναι!!

Δασκ. Το ίδιο θα γινόταν αν έφτανα εδώ … Το ίδιο κι εδώ! (δείχνοντας τις άλλες στήλες) Πρέπει να φτάσω το εκατό! …. Ζαλιστήκατε λίγο;;



Μαθητές. Όχι!!!

Δασκ. (αλλάζει το λογισμικό από το laptop) … Κουραστήκατε πολύ; ….

Μαθητές. Όχι!!

Δασκ. Πάρα πολύ;;

Μαθητές. Όχι!!!

Δασκ. Ωραία! … Είπαμε λοιπόν, ότι αυτά τα ποσοστά κάτι μου δείχνουν!.. Πού τα χρησιμοποιούμε τα ποσοστά; .. Έχετε ακούσει για ποσοστά! .. Τόσο τοις εκατό.. τόσο τοις εκατό!! Πενήντα τοις εκατό.. Μείον 20%.. Πέφτουν οι συντάξεις…… Έχουμε και εκπτώσεις τώρα! Βγήκατε για ψώνια;

Μαθητές. Όχι!!!

Δασκ. Κάνετε οικονομία!....... Μετά θα βγούμε μαζί για ψώνια!!

Μαθητές. Αλήθεια;;

Δασκ. Ναι!! … Πού αλλού μπορούμε να ακούσουμε αυτό το τόσο τοις εκατό;

Μαθητής. Στους μισθούς!

Δασκ. Στους μισθούς! Σε αύξηση ή σε μείωση; …

Μαθητής. Σε μείωση πλέον!!

Δασκ. Αλλού!

Άλλος μαθητής. Στις εκλογές…!

Δασκ. Σωστά! Τι ποσοστό πήρε ο κάθε κομματικός συνδυασμός! Αλλού;

Μαθητής. (Αδύνατη ακρόαση) …….

Δασκ. Άρα, ποσοστά μπορούμε να ακούσουμε σε χρήμα, στα μαθηματικά…. Όλα είναι μαθηματικά, δηλαδή!!... Εδώ, λοιπόν !.. Το έχουμε και στα αγγλικά! Δε μας έφταναν τα ποσοστά…. ! Να φωνάξουμε την κυρία Γεωργία;;

Μαθητές. Ναι!!

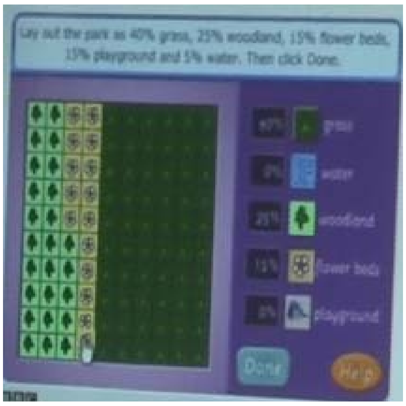
Δασκ. Για να καταλάβετε, λοιπόν, έχουμε ένα γήπεδο. …. Δεν μπορώ να το μεγαλώσω άλλο. Αυτό είναι! … Ας σβήσουμε όμως τα φώτα να φαίνεται καλύτερα. …… Έχουμε λοιπόν ένα γήπεδο! Να το γεμίσουμε! Να διαμορφώσουμε τον χώρο του! … Όπου το 40% θα παραμείνει γρασίδι. Το 25% woodland…. δάσος….. Το 15% μαργαρίτες. Το 15% χώρος παιχνιδιού και το 5% νερό. .. Θα δείξω μόνο τι θα κάνετε και θα σηκωθεί ένας από κάθε ομάδα…….. Ακούστε όμως! Έχετε δικαίωμα είτε να τα βάλετε με τη σειρά είτε να διαμορφώσετε τον χώρο σας όπως εσείς θέλετε!... Από την πρώτη ομάδα, λοιπόν… να ανέβει η Δανάη και να μου δώσει το 25% δάσος… (σηκώνεται η Δανάη στο laptop). …… Να σου δείξω … Το τσιμπάς το δάσος.. Δεν το αφήνεις και το πας όπου θέλεις εσύ…. Θέλουμε το 25% αυτού του πάρκου να είναι δάσος. … (η Δανάη εργάζεται) ……..

Μαθητές από την ομάδα της. Το βλέπεις εκεί το ποσοστό, Δανάη;

Δανάη. Ναι!

Δασκ. Άμα θέλετε τη βοηθάτε! …. (η Δανάη τελείωσε) … Ωραία!! … Η ομάδα της…. Ιωάννας…. Να έρθει και να κάνει το 15% μαργαρίτες…. (η Μαρία σηκώνεται)…. Το 25% αυτού του πάρκου στολισμένο με μαργαρίτες! ….. …

Μαθητές. Όχι! Όχι!! ….. Εκεί που σταματάει το δάσος!



Δασκ. Γιατί, παιδιά; Γιατί είναι απαραίτητο να πάει εκεί;

Μαθητής. Για να γεμίζει ομοιόμορφα…….

Δασκ. Καλά!

Μαθητές. Στοπ!!

Δασκ. Μου κάνει εντύπωση…! Μαρία, μετρούσες τα τετραγωνάκια;

Μαρία. Ναι!

Δασκ. Σε πόσα τετραγωνάκια είναι χωρισμένο; … Πόσες οριζόντιες και πόσες τετράγωνες στήλες έχει;

Μαρία. (αδύνατη) οριζόντια …. και κάθετα……

Δασκ. Μαρία, κατάλαβες τι σε ρώτησα; Όλο το πάρκο! Αφού ζητάμε το 100% του πάρκου…. Όλο το πάρκο, σε πόσα τετραγωνάκια είναι χωρισμένο; … ή σε πόσες γραμμές κάθετες και οριζόντιες; …. (οι μαθητές σηκώνουν χέρια)….

Μαρία. Μία ολόκληρη κάθετη και άλλη μία μισή!!...

Δασκ. Αυτή που γέμισες εσύ!! … Όλο πόσο είναι;…

Άλλος μαθητής. .. Δέκα επί δέκα!

Δασκ. Δέκα επί δέκα! .. Σήκω από την ομάδα του Θανάση! …… Σύντομα, όμως …… (ο μαθητής κάθεται στο laptop)…… Εσύ διαμορφώνεις το 15% του χώρου παιχνιδιού….. Τσιμπάς την τελευταία εικόνα… (ο Μάριος διαμορφώνει) ………

Μαθητές. Από τα λουλούδια….!

Δασκ. Γιατί του λέτε;;!! … Μάριε, δικός σου είναι ο χώρος! Βάλτα όπου θέλεις!..

Μαθητής. Να τα βάλεις όπου θέλεις, αρκεί να είναι 15%!

Μαθήτρια. Βάλτα στη σειρά για να μη χάσεις το μέτρημα…!

Άλλος μαθητής. Μπράβο, Μάριε! … Τα κάνει σαν περίφραξη…!!

Δασκ. Αφήστε τον Μάριο να τα βρει… Του δίνει τη δυνατότητα να έχει 15% χώρο παιχνιδιού……. Ωραία….. Και θέλουμε …. Μην το πατήσεις!! .. Θα βγει λάθος!.... Και θέλω τώρα ένας να σηκωθεί….. Σήκω, Ματίνα! …. Και θέλω πέντε τοις εκατό ή στα εκατό, να είναι νερό……… (Η μαθήτρια κάθεται στο laptop)……Το παίρνεις με το χεράκι…. Δεν το αφήνεις…. Το 5% νερό! ….. Αφήστε σας παρακαλώ! ……. Ματίνα …. Και είμαστε έτοιμοι να κάνουμε αυτό το “Done” να δούμε αν είμαστε σωστοί!

Μαθητές. Ναι!!! Μπράβο!!

Δασκ. Θα επιστρέψουμε σε αυτό το παιχνίδι αργότερα. Να κάνουμε…

Μαθητές. Έχει κι άλλο;

Δασκ. Ναι, έχει κι άλλο! …… Να κάνουμε κάτι άλλο και αν έχουμε χρόνο να επανέλθουμε πάλι εδώ;

Μαθητές. Ναι!

Δασκ. Θέλω να γίνετε δύο ομάδες…… (τα παιδιά μετακινούνται) … Να μαζέψετε τα χαρτάκια που έχετε…… Δεν πειράζετε τίποτε…… Τα χαρτιά σας βάλτε τα από κάτω….. Θα παίξουμε ένα επιτραπέζιο παιχνιδάκι…..!! Να ανάψουμε το φως, να βλέπετε καλά!! … Σας υποσχέθηκα μια βόλτα στην αγορά!! ..Γυρίστε και διαβάστε τις οδηγίες που έχετε στο φύλλο…….. Ανοίξτε το φύλλο…….. Για διαβάστε τις οδηγίες… Το καταλάβατε το παιχνίδι;

Μαθητές. Ναι!

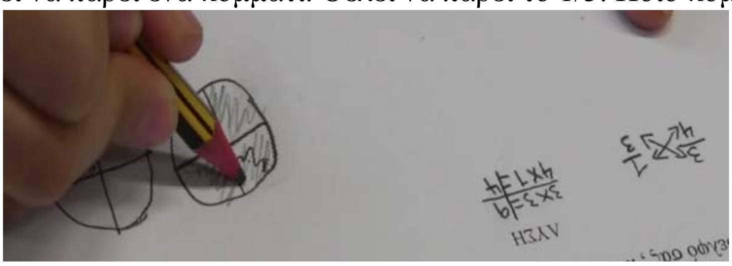
Δασκ. Διαβάσατε τις οδηγίες καλά;

Μαθητές. Ναι! (χτυπά το κουδούνι και το μάθημα τελειώνει).

1.6 Αποβιντεοσκόπηση διδασκαλίας 6ης εκπαιδευτικού: <u>Στοχεύοντας</u> στην κατανόηση της έννοιας του πολλαπλασιασμού κλασμάτων

Δασκ. …… (Η δασκάλα μοιράζει φυλλάδια στους μαθητές)…… Για δείτε το αυτό…

……… Πάμε στο πέντε ……… Διαβάστε πρώτα την εκφώνηση …… (εποπτεύει τις ομάδες)…… Αν θέλετε να το κάνετε γραφικά, τότε πρέπει να κάνετε και το σχήμα στο τετράδιό σας… Εντάξει; … Βασικά θα προτιμούσα να βρει μόνος του ο καθένας τη λύση του προβλήματος. …….. Δείτε αν μπορείτε έτσι να το κατανοήσετε. Αν σας βοηθάει αυτό χρησιμοποιήστε το … (03:07) … Διαβάστε όμως καλύτερα το πρόβλημα …… (04:08) Διαβάστε λέξη-λέξη το πρόβλημα και μην πάτε σε λύσεις που έχετε συνηθίσει μέχρι τώρα…… Διαβάστε τι λέει… Προσέξτε το τι λέει….. Κάτι λέει……. Χρησιμοποιήστε και την πίτα ….. Το χαρτόνι … Προσπαθήστε να αποτυπώσετε πάνω σ' αυτό που έχετε …… (06:30) (γυρνά στα θρανία και μιλά με τους μαθητές) … Να σας διευκρινίσω κάτι. Εδώ που λέει να κόψετε το 1/3 του υπόλοιπου, εννοεί όχι το 1/3 αυτού που έγινε… Τα ¾ εννοεί! Αν δώσετε το 1/3 του υπόλοιπου, από αυτά τα ¾ εννοεί….. Μήπως δεν καταλάβατε την εκφώνηση. Από αυτά τα ¾ εννοεί……… (συνεχίζει να εποπτεύει τους μαθητές. Γίνονται μικροδιάλογοι)…… (10:08) (σε μαθητή) Έχετε να φάτε τα ¾. Κάποιος, εγώ, έφαγα το ¼ και σας έμειναν τα ¾. Ο αδερφός σου θέλει να πάρει ένα κομμάτι. Θέλει να πάρει το 1/3. Ποιο κομμάτι θα του δώσεις;



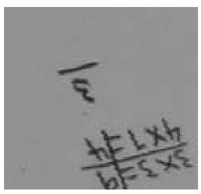
1 **Μαθ**. … Αυτό εδώ!

2 **Δασκ**. Ωραία! Σημείωσέ το. Αυτό το κομμάτι, από όλη την πίτσα, τι μέρος είναι; … Από την αρχική……

Μαθ. 4/4 …... ¾!

Δασκ. Αυτό το κομμάτι! …. Από όλη την πίτσα…. Ένα από τα πόσα;

Μαθ. …Τέσσερα!



Δασκ. Ένα από τα τέσσερα! Πώς το γράφουμε, ένα από τα τέσσερα; …….. Πώς το γράφουμε με κλάσμα……. Γράψ' το! … Αυτό που είπες θα γράψεις! ..Τι ψάχνεις; Γομολάστιχα; …….. Μπράβο!! Πώς το λένε αυτό;

Μαθ. ¼!

Δασκ. ¼! …… ¼ από;

Μαθ. Από τα ¾ !

Δασκ. ¼ από; … Πώς την λέμε αλλιώς όλη;

Μαθ. …..4…4/3!

Δασκ. Όλη!!..... Πόσα κομμάτια έχει η πίτσα;

Μαθ. Τέσσερα!

Δασκ. Κι αν την πάρουμε όλη; Πόσα κομμάτια θα πάρουμε;

Μαθ. Τέσσερα!

Δασκ. Άρα;

Μαθ. 4/4! ..(12:17)…… (συνεχίζει σε άλλο θρανίο) …… (13:43) ……………

Δασκ. (15:07 σε άλλον μαθητή) Μας έμειναν τα ¾. Ποια είναι αυτά;……… 1/3 από πού;…..

Μαθ. … από την πίτσα…..

Δασκ. Όχι από αυτήν! Από ποια;… Από ποιο μέρος της πίτσας; …… Από όλη την πίτσα; ….. Από όλη την πίτσα;

Μαθ. Όχι!!

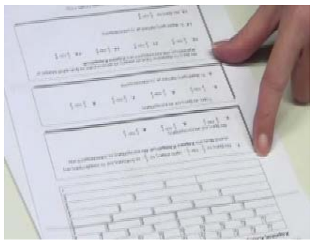
Δασκ. Από ποιο;

Μαθ. Από αυτό! (και δείχνει όλη την πίτσα)

Δασκ. Είσαι σίγουρη; Για διάβασε καλύτερα ……..

Μαθ. «Από αυτό που έμεινε το 1/3» ….

Δασκ. Ωραία! ….. Ωραία! …….. (αδύνατη ακρόαση) …………. ………. (σε άλλο θρανίο) … Ωραία! Η απάντηση είναι σωστή! Πώς προέκυψε αυτή η απάντηση;. ……. (σε άλλο θρανίο) …….. Αυτό το σχήμα…. Πώς το εννοείς; Εξήγησέ το μου………………………………………….



Μαθήτρια. Δύσκολο κυρία είναι!!

Δασκ. Αυτό εδώ στην ουσία είναι ένας ολόκληρος χάρακας, ο οποίος είναι τεμαχισμένος σε διάφορα μέρη. Τον έχουμε χωρίσει σε διάφορα μέρη!.. Ίσα, άνισα, πώς τα βλέπεις; ….. Τι μέρη είναι αυτά; Πώς τα βλέπεις; .. Ο ίδιος χάρακας σε πολλές μορφές! …. Μεταξύ τους είναι ίσα ή άνισα τα κομμάτια;

Μαθήτρια. Άνισα!

Δασκ. Άνισα είναι αυτά εδώ;; … Σε κάθε γραμμή εννοώ!

Μαθήτρια. Ίσα!

Δασκ. Ωραία! Εσύ πρέπει να βρεις, αν το κόψεις και μπορείς να το κόψεις κιόλας, ποιο είναι το ½ του 1/3………… Μπορείς να χαράξεις και γραμμή, αν σε βολεύει. Εσύ ποιο θα βρεις πρώτα; ……

Μαθήτρια. Το ½!

Δασκ. Μπράβο! Εεεεε και μετά;;; …………. Πρόσεξε να δεις! Το ½ θα βρεις πρώτα; …

Μαθήτρια. Το 1/3!

Δασκ. Μπράβο! Το 1/3! .. Και από το 1/3 θα βρεις το;;

Μαθήτρια. Το ½!

Δασκ. Μπράβο! Δοκίμασέ το!.... (σε άλλον μαθητή 18:58). Γιατί;;; .. Σχημάτισέ το! Σχημάτισέ το!! .. Να και η πίτα σου εδώ!! Σχημάτισέ το!!........ Α, μπράβο!! …….. (φεύγει σε άλλη ομάδα 19:47). Θέλω να μου πείτε πρώτα τι σας έμεινε! Τι σας έμεινε;

Μαθ. Αυτό μας έμεινε!

Δασκ. Όχι! Τι λέει εδώ ότι σας έμεινε;

Μαθ. Τα ¾!

Δασκ. Ωραία! Τα ¾! … Αυτά είναι τα ¾ εδώ; Σε πόσα μέρη τα έχεις χωρίσει;

Μαθ. Σε δώδεκα!!

Δασκ. Σε δώδεκα! Και έχεις αφήσει τα;;

Μαθ. Τα δύο!

Δασκ. Τα δύο! Άρα, τα 10/12! Τα 10/12 είναι ισοδύναμο με το ¾;; …….. Για ξαναπάρτε το από την αρχή. Για δοκιμάστε να κάνετε το σχήμα από την αρχή! Καθαρά ¾! Φιάξτε ¾!

………………………(σε άλλη ομάδα 21:14) ….. Όχι το 1/3 από τα ¾, για να ξεκαθαρίσουμε λίγο αυτήν την παρεξήγηση! Όχι από ό,τι έμεινε, το 1/3. Από τα ¾ το 1/3!....... Μέχρι εδώ είσαι καλά! … Μέχρι εδώ είσαι καλά!

Μαθ. Σωστό είναι;;

Δασκ. Ναι!! Σωστό είναι! Από δω και πέρα; ………….. Μην πειράζεις καθόλου τα κλάσματα. Απλά ακολούθησε αυτό που σου λέει το πρόβλημα! …… (σε άλλον μαθητή) Και εσύ το ίδιο! Ισοδύναμα! … Δε θα μπορούσαμε να το κάνουμε χωρίς να μετατρέψουμε τα κλάσματα σε ισοδύναμα λες;; …… Το 1/3 δεν είναι από αυτό που έμεινε! Το 1/3 είναι από τα ¾ παιδιά! …………. Μπορείς να αφαιρέσεις το 1/3 από τα ¾……… Ποια είναι η ερώτηση, όμως;… Η ερώτηση είναι τι μέρος από τα ¾ θα πάρει;; Αυτό το ξέρουμε! Το 1/3 θα πάρει! Ποια είναι η ερώτηση;

Μαθ. Τι μέρος θα πάρει από τη συνολική πίτσα!

Δασκ. Αυτή είναι η ερώτηση! Τι μέρος από τη συνολική πίτσα….. Το καταλάβατε τώρα;;………. Δε σας ζήτησε κανείς, ούτε εγώ σας ζήτησα τι μένει από τα ¾! Από τη συνολική πίτσα τι μέρος είναι;

Μαθ. Το ¼!

Δασκ. Μπράβο! Αυτό παίρνουμε! Αυτό παίρνουμε!! (23:54)……….. (άλλη ομάδα) ….Εδώ το βρήκατε εσείς;; ………… Το σκιασμένο ποιο είναι;

Μαθ. Αυτό που φάγαμε!

Δασκ. Αυτό που λείπει είναι το σκιασμένο! Και τώρα τι θα πάρετε;

Μαθ. (δείχνει) Από αυτά, αυτό!

Δασκ. Ωραία!... Τώρα το ερώτημα! Ποιο ήταν το ερώτημα;

Μαθ. Ποιο μέρος της πίτσας……

Δασκ. Αυτό ήταν! Αυτό ήταν!!................ (σε άλλη ομάδα) … Ωραία, το βρήκατε! Σε καινούρια δραστηριότητα…..

Μαθ. Κυρία! Είναι τόσο απλό;;

Δασκ. Τόσο απλό!!... Εσείς νομίζατε ότι είναι δύσκολες!!

Μαθ. …… Και εμείς παιδευόμαστε μία ώρα!!.......

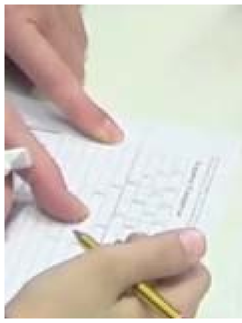
Δασκ. …….(26:02. Μοιράζει κάποια φυλλάδια) ………….. Ποιος δεν πήρε;; …… (τα παιδιά επεξεργάζονται το φυλλάδιο και η δασκάλα επιτηρεί τις ομάδες) ………………………….. …..

Μαθ. Κυρία! Ελάτε λίγο, δεν το καταλάβαμε!

Δασκ. Τώρα! (στη μαθήτρια με τους ίσους χάρακες) …. Μπορείς να γράψεις και τα αποτελέσματα; ……… Δηλαδή, βρήκες το ½ από το 1/3; .. Είπες το ½ του 1/3….. Ποιο είναι το 1/3;

Μαθ. Αυτό!

Δασκ. Ωραία! Ποιο είναι το ½ αυτού;……… Όχι! Από το 1/3! … Μπορείς να υπολογίσεις; …. Αυτό είναι το κομμάτι σου! ……… Μπορείτε να σκιάσετε κιόλας!



Άλλος μαθητής. Δεν το κατάλαβα, κυρία!!

Δασκ. Τώρα!!..... Αυτό είναι το 1/3! Ποιο είναι το ½;;

Μαθ. ….. Εδώ!!

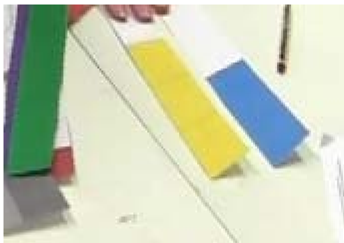
Δασκ. Σου βγαίνει εκεί; .. Αν το βάλεις εκεί, σου βγαίνει ακριβώς; Δοκίμασε, περίπου. Σε ποιο σημείο θα το έβαζες;

Μαθήτρια. Κάπου εδώ!

Δασκ. Άμα το έβαζες εδώ, με τι μέρος του πάνω χάρακα θα ταυτιζόταν;

Μαθήτρια. Με το ½!

Δασκ. Μπράβο!! Αυτή είναι η απάντηση! Εντάξει; …. Λες το 1/3 είναι αυτό …… (φεύγει και μοιράζει υποστηρικτικό υλικό στα παιδιά που δεν έχει δώσει μέχρι τώρα)…………..



Μαθητής. Κυρία, πρέπει να το κόψουμε αυτό;

Δασκ. Όχι! Θα σας το δώσω έτοιμο. ….. Αυτό τι μέρος του χάρακα είναι;

Μαθήτρια. Το ½!

Δασκ. Το ½!........... Αυτό……… (ασθενής ακρόαση) ..το ½ του 1/2ου … Το ½ του 1/2ου … Δείξτο! Τι μέρος είναι; … Ποιο είναι το ½; .. Δείξτο μου! .. Το μπλε; ….(κατάφαση) … Το βρήκαμε αυτό!

Εγώ θέλω…. Το ½ , δηλαδή ποιο; (δείχνει ο μαθητής) .. αυτό! Τι μέρος του όλου είναι; …..

Μαθ. Το ¼!

Δασκ. Το ¼! Αυτό ζητάω!

Μαθ. Κυρία, να το κόψουμε;

Δασκ. Άμα θες το κόβεις…. Και το βάζεις το ένα πάνω στο άλλο……(32:33. Η ίδια διαδικασία και σε άλλα θρανία)…… Εντάξει; Βρήκατε μέχρι εκεί; Τι σε δυσκολεύει; .. Απάντησε όμως! Να βρεις και να καταγράψεις! .. Το ½ του 1/4^{ου} ……

Μαθ. Το 4/8!

Δασκ. Το 4/8;

Άλλος μαθητής. 2/8!! ……..

Μαθ. Το μισό!

Δασκ. Κοιτάξτε να δείτε! Πρέπει να σκεφτείτε ότι έχετε το όλο από πίσω σας! Ὃταν ψάχνετε το ½ του 1/4^{ου} πρέπει να δούμε τι προκύπτει ….. Τι μέρος του όλου….. Αυτό το ¼ είναι μέρος ή όλο;

Μαθητές. Μέρος!!

Δασκ. Εμείς τι θέλουμε τώρα. Από το μέρος να πάρουμε πάλι…… μέρος έτσι;; Εγώ δε σας ζητάω το μέρος από το μέρος, αλλά σας ζητάω το μέρος που προέκυψε από το όοοο…λο!.... Που εεδώ το όλο ποιο είναι;;

Μαθ. Το 4/4!

Δασκ. Ναι! Εδώ είναι 4/4! .. Ο χάρακας! Εδώ είναι 4/4! Εδώ τι είναι;

Άλλος μαθητής. 8/8!

Δασκ. Όταν θα πάρεις το ½…. Καταρχήν, βρες το ¼ εδώ…… Την περιοχή ..που δείχνει το ¼! … Από πού ως που είναι το ¼;…… Ùñáßá!! ÓêßáóÝ το. ……

Μαθ. Ααααaα! Έτσι!!!

Δασκ. Από το ¼ , óïõ æçôÜåé íá âñåéò ôþñá…….. ùñáßá, κάνε το! Κάντο, κάντο αυτό που έκανες!! Ωραία!! Τι μέρος του όλου είναι;; ….. Αυτό το μισό που βρήκες!

Μαθ. Αααα! Ένα ……(μετρά)…από τα οχτώ!

Δασκ. Ουσιαστικά αυτό, αντιπροσωπεύει αυτό. Αυτή είναι η απάντηση! Κατάλαβες; (κατάφαση)… Για να δω!! …… (36:30 σε άλλο θρανίο)….

Μαθήτρια. …….. Η Μελίνα με βοήθησε να βρω το πρώτο……. Μετά σκέφτηκα με τον ίδιο τρόπο και βρήκα τα υπόλοιπα!

Δασκ. Επαλήθευσες; Είδες αν όντως ισχύει αυτό; .. Αν το αποτέλεσμα είναι πραγματικό ή έμεινες μόνο στην πράξη; Πάνο, το επιβεβαίωσες ότι είναι έτσι; Αυτό καλά το σκέφτηκες! Επιβεβαίωσέ το κιόλας;

Μαθ. Δηλαδή, τι να κάνω;

Δασκ. Να επιβεβαιώσεις αν το ¼ είναι το ½ του 1/5^{ου}.

Μαθ. Είναι πολύ δύσκολο αυτό!!

Δασκ. Απλά να το δεις στον χάρτη…. Υπάρχει κλίμακα του 1/10^{ου}; Λοιπόν τι λες; Είναι το μισό του 1/5;

Μαθ. Ναι, είναι!!

Δασκ. Ναι, είναι!! …….. Τι δεν καταλάβατε;…. Με την ίδια λογική… Γιατί, Πάνο, βρίσκουμε τι;

Μαθ. Ναι, αλλά εδώ βρίσκουμε το μισό!

Δασκ. … Ωραία! Βρες το ½! ……… Βρες την περιοχή! ….. Προσέξτε!! Μιλάμε για περιοχές!.....

Μαθ. Εδώ……

Δασκ. (σε άλλη μαθήτρια). Τα έκανες όλα; … Πρόσεξε, πρόσεξε! Το ½ είναι εδώ. Ποια περιοχή είναι το ½; (και κοιτά ταυτόχρονα και το φυλλάδιο της διπλανής μαθήτριας). Ποιο τμήμα του χάρακα είναι το ½;

Μαθ. Μέχρι εδώ!

Δασκ. Μέχρι εκεί! Από εδώ μέχρι εκεί; Ωραία! Δεν μπορείς να βρεις, περίπου, πού μπορεί να είναι το ¼;

Μαθ. Το ¼ είναι ……. Εδώ!!

Δασκ. Πρόσεξε!! Το ¼ του……. Τι λέει, Μαρίνα;

Μελίνα. Το ¼ του 1/2^{ου}

Δασκ. Του 1/2^{ου}! Άρα; Δες το πάλι! Ξανασκέψου το!

Μελίνα. …… Δε βγαίνει ολόκληρο!!

Δασκ. Για δες λίγο πιο πάνω! Πού είναι τα όγδοά σου;…Να τα όγδοά σου! Δεν είναι όγδοα; Δε σου βγαίνει; Δες την απόσταση από δω μέχρι εδώ!

Μελίνα. …1/8!!

Δασκ. Εδώ πάνω, Μελίνα, πώς είναι δυνατόν το 1/4 του 1/2^{ου} να βγαίνει 1/8;;… Από το σύνολο! Πώς είναι δυνατόν;; Παιδιά είναι δυνατόν;;; Πώς το συλλαμβάνετε στο μυαλό σας;.. Πώς είναι δυνατόν να βγαίνει ¼ του 1/2^{ου}, 1/8;;;!!!

Μαθ. (πολύ δύσκολη ακρόαση) … Πρέπει να διαιρέσουμε το ένα….. που το έχουμε ως κλασματική μονάδα …και .. πολλαπλασιάζουμε .. το σύνολο ..

Δασκ. Πολλαπλασιάζουμε ουσιαστικά….

Μαθ. Αντί να διαιρέσουμε τον αριθμητή πολλαπλασιάζουμε…………(αδύνατη)

Δασκ. Ουσιαστικά όταν λέει το ¼ του 1/8^{ου}, τι το κάνεις το 1/8;;…… Συγγνώμη!! Το ¼ του 1/2^{ου}! Τι το κάνεις το ½;;

Μελίνα. Το διαιρείς!

Δασκ. Με αποτέλεσμα να παίρνεις περισ…. Τι κομμάτια παίρνεις;;

Μελίνα. Μικρότερα!!

Δασκ. Σίγουρα μικρότερα!! Περισσότερα ή λιγότερα;;

Μελίνα. Περισσότερα!

Δασκ. Περισσότερα! … Εεε… το 1/8 είναι και μικρότερο και περισσότερο;…. Αντιστοιχεί, δηλαδή, σε μικρότερα κομμάτια και περισσότερα του όλου;.. Σε περισσότερα τεμαχισμένα… σε περισσότερα τμήματα του όλου;;

Μελίνα. Ναι! …

Δασκ. Το κατάλαβες τώρα;

Μελίνα. Το 1/3 είναι μεγαλύτερο του ¼;

Δασκ. Πώς; … Το 1/3 είναι μεγαλύτερο του $1/4^{ου}$ …… Πάλι όμως! … Ποιο είναι το όλο σου εδώ πάλι;

Μελίνα. Το ¼!

Δασκ. Το ¼ είναι το όλο σου. Δεν μπορεί να γίνει αυτό; Δεν ισχύει το 1/3 του $1/4^{ου}$;; Τι λέτε οι άλλοι;

Μαθ. Τι είπε;

Δασκ. Λέει ότι το 1/3 είναι μεγαλύτερο του $1/4^{ου}$!... Ναι, αλλά το όλο ποιο είναι; Το όλο μας είναι το αρχικό αυτή τη στιγμή ή το τμήμα του μέρους; Τι ψάχνουμε να βρούμε;; Μέρος του τμήματος ή μέρος του όλου;; ………..(αμηχανία και σιωπή) … Λοιπόν, ακούστε να δείτε!!

Μαθητής. …. Μέρος του τμήματος!

Δασκ. Μέρος του τμήματος ψάχνουμε, στο οποίο μετά …… θα το καταγράψω μέρος, μέρος του όο..λου…… Για να δω τι βρήκες … (βλέπει) Το 1/3 του $1/2^{ου}$….Το 1/3 του ενός (σε άλλον μαθητή) Πού είμαστε; .. Στο δεύτερο; .. Εκεί! … Τι βρήκες Μελίνα; (δεν απαντά. Η δασκάλα φεύγει 04:56) ……… (οι μαθητές στο θρανίο παραμένουν σκεφτικοί και το πολεμούν)… (η δασκάλα σε άλλο θρανίο) …. Από το ¼, το ½ τι μέρος του όλου είναι; (ακούω μόνο. Η κάμερα δεν έχει μετακινηθεί από το προηγούμενο θρανίο) …… Σκίασέ το…. Ωραία! Πες μου τώρα.. ½ του ¼ου, ποιο είναι; Δείξτο μου πάνω. Μπορείς να βρεις σε ποια περιοχή είναι; Σε ποια περιοχή είναι;

Μαθ. …. Εδώ!

Δασκ. Ωραία! Και τι λες εδώ;

Μαθ. Το ½!

Δασκ. Το όλο;; … Το ½ του $1/4^{ου}$ συμφωνώ! Αυτή είναι η απάντηση!!

Μαθ. Αυτό, δηλαδή, τελείωσε εδώ;

Δασκ. Ναι, αυτό τελείωσε!.. Πρέπει να γράψεις και το άλλο εδώ…. Γράψε… ίσον 1/8. ……… (βλέπει τη διπλανή μαθήτρια)….. (σε όλη την τάξη).. Θα κάνουμε τις δύο πρώτες. Τα δύο πρώτα ορθογώνια.(07:01) ……… ½ από 2/3. Μπορείς να βρεις τα 2/3 πρώτα; (στη μαθήτρια) ….. Ωραία! Ποιο είναι το ½ από τα 2/3; …….. Τα 2/3 είναι αυτό. .. Το μισό του ποιο είναι, το ½; ……….. …… Μπράβο!! ………

Άλλος μαθητής. .. Κυρία! Κυρία!! Ελάτε λίγο!!!

Δασκ. …… Τώρα, έρχομαι. ………(συνεχίζει να βλέπει το φυλλάδιο από την προηγούμενη μαθήτρια) ….. Αυτό; .. ½ των $3/4^{ων}$. Ξαναδές το λίγο! ……… Τα ¾ …. Και ποιο πήρες; Αυτό το κομμάτι; Αυτό το κομμάτι είναι ¾;

Μαθ. Από δω ως εδώ!

Δασκ. Κοίταξε, τα 3/4 , θέλω να το σκιάσεις! Τα ¾, τι μέρος του όλου είναι; …. Αυτό είναι τα 3/4 ! Κατάλαβες;! (φεύγει) ……(08:30)….. (σε άλλο θρανίο) … Δυσκολευτήκατε; Δεν είναι δύσκολο!! ….. Ε, ναι! Μπαίνουμε σε καινούρια έννοια πρώτη φορά! Γι αυτό!! … (η ίδια διαδικασία. Αδύνατη ακρόαση) …… Ποιο είναι το μισό του ¼; …… Το είχατε βρει από την αρχή, απλά δεν το καταγράψατε; …… Το μισό του και είναι το ¼ από το όλο. Έτσι; …… (σε άλλη μαθήτρια) Το ½ του 1/6^{ου} . … Το ½ του 1/6^{ου} …. Πρώτα πρέπει να βρείτε το 1/6. Ποιο είναι το 1/6; …… Τώρα να βρεις και να τα γράψεις. …… Το 1/4 του 1/2^{ου} (και φεύγει 10:50)………

Μαθ. Κυρία!

Δασκ. Μην εγκαταλείψεις όμως! Προσπάθησε! Το ¼ του 1/2^{ου}! … (πολύ φασαρία) ……… Τελειώσατε εκεί κάτω;; … Όλα τα βρήκατε εσείς;

Μαθητές. Ναι!! …… (η διαδικασία συνεχίζεται) …… μα τα 2/3 από αυτό; …. Άμα το χωρίσεις σε τρία ίσα μέρη; Ποιο είναι το 2/3; Δεν είναι αυτό εδώ; …….

Μαθ. Αυτό εδώ είναι!

Δασκ. Ωραία! Αυτό εδώ είναι! Και σου ζητάει, πού είμαστε; Εδώ είμαστε ….. και θέλω να μου πεις τα 2/3 ποια είναι;;

Μαθ. Αυτό εδώ είναι, κυρία!......

Δασκ. Συγγνώμη! Τι έγραψες πριν;……….. Πες μου, κορίτσι μου, τι είχες γράψει; … Αν είχες γράψει 2/6….. Ναι, είναι σωστό! Μπορείς να το πεις και 3/6! ….. (αρκετή φασαρία. 17:21) …… τα δύο από τα τρία θα πάρεις. Τα 2/3 του! ……. Θα πάρεις τα ¾, αλλά πάντα η ερώτηση είναι τι μέρος του όλου, του αρχικού!...... Θέλουμε να ξέρουμε, αυτό το ¾ που πήρες, τι σχέση έχουν με το όλο. Με το αρχικό! Κατάλαβες; Αλλιώς θα την ξέραμε τη σχέση! Αυτό σε δυσκολεύει;;…. (19:00)

Μαθ. Κυρία, ελάτε λίγο!.......................

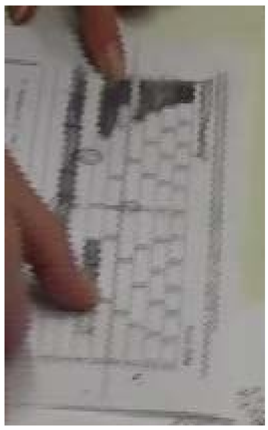
Δασκ. (σε άλλο θρανίο)…. Τι είναι αυτό;

Μαθ. 4/6!

Δασκ. 4/6!! Μμμμμ! Ξανά το ίδιο. Βρες το. ……… Και ποιο είναι τα 2/3 του;

Μαθ. Αυτό!

Δασκ. Το όλο είναι αυτό! Το χώρισες σε τρία κομμάτια; Είσαι σίγουρος; …….. Ωραία! Δεν είναι χωρισμένο σε τρία κομμάτια; (δείχνει) …… Οπότε; …..



Μαθ. 3/6!

Δασκ. Εντάξει; … Μπορείς να πεις 3/6! Αλλιώς μπορείς να πεις; Αντιπροσωπεύει αυτό το μέρος; ……

Μαθ. ….4/8; .. 4/8! (η δασκάλα φεύγει) …

Μαθ. Κυρία, ελάτε λίγο!

Δασκ. …………(αδύνατη) ….. Ωραία! Και αυτό μπορείς να γράψεις! Σκίασε αυτό το μέρος. Αφού το βρήκες! …….. Με ποιο κλάσμα μπορείς να …..

Μαθ. .. 3/6!

Δασκ. Ωραία! Όλα είναι σωστά!!........... (σε όλα τα παιδιά) Λοιπόν, τι παρατηρήσατε εδώ, παιδιά; … Προς το παρόν σε αυτά έχεις δώσει απαντήσεις; Τι δεν κατάλαβες; (πάλι ατομικά) … Έχει κάποιος να πει κάποιες παρατηρήσεις σχετικά με αυτή τη δραστηριότητα;

Μαθ. Με δυσκόλεψε……(αδύνατη) ….Την κατάλαβα στο τέλος!

Δασκ. Την κατάλαβες στο τέλος; …….. Το αποτέλεσμα που βρήκατε …..

Μαθητής. …. Είχε σχέση …… με το … σύνολο!

Δασκ. Τι βρίσκατε, δηλαδή, κάθε φορά;

Μαθητής. ……… κάθε μέσο (αδύνατη) ……. Το αποτέλεσμα είχε σχέση ….. με ….. κάθε αριθμό που μας βάζατε από δω!

Δασκ. Ότι είχε σχέση είχε! Τι διαπραγματευόμασταν κάθε φορά;

Άλλη μαθ. Ήταν σε όλα ακριβώς το μισό, κυρία!!

Δασκ. Ήταν σε όλα ακριβώς το μισό;

Μαθήτρια. Όχι σε όλα! Ας πούμε, στο 1/12 δεν ήταν!

Δασκ. Τι σας ζητούσα; Τι έπρεπε να βρείτε;

Μαθ. Γενικευμένα….. (αδύνατη)

Δασκ. Γενικευμένα! Το μισό παραδείγματος χάρη; …… (αδύνατη) … Τα μέρη που βρίσκατε εσείς….. τα μέρη που προκύπτανε, με τα αρχικά, τι σχέση είχανε; .. Με αυτά που είχατε να διαπραγματευτείτε; ………..(σιωπή)….. Σας ζητούσε να βρείτε το ½ του $1/4^{ου}$…… Έτσι δεν είναι; Ποιο είναι το αποτέλεσμα; Τι βρήκατε;

Μαθ. 1/8!

Δασκ. (γράφει πλέον στον πίνακα).. Σας ζητούσε τι άλλο να βρείτε; .. Πείτε ένα άλλο παράδειγμα.

Μαθ. Το ½ του $1/5^{ου}$.

Δασκ. Το ½ του $1/5^{ου}$. ……(γράφει) .. Και βρήκατε ότι είναι το ….

Μαθ. Το 1/10 !..

Δασκ. Άλλο….

Μαθ. Το 1/3 των $3/4^{ων}$…… και τι βρήκατε;

Μαθ. …6/10;

Δασκ. Και τι βρήκατε;

Μαθητές. 3/8 …..μισό ……

Δασκ. Τι βρήκατε; ….Τι βρήκατε;;

Μαθ. 2/4 ….Εμείς αυτό βρήκαμε!

Δασκ. Τι άλλο βρήκατε;

Μαθ. 6/10……………3/5 ….

Δασκ. 3/5!

Μαθ. 2/4 !!

Δασκ. Πολλοί βρήκατε 2/4 ;;!! … Μπορεί να ισχύει αυτό; .. Να είναι και τα τρία αποτελέσματα σωστά;

Μαθ. Όχι!!

Δασκ. Γιατί όχι; (25:17)

Μαθ. Γιατί το 6/10 και το 3/5 είναι ισοδύναμα, ενώ το 2/4 δεν είναι!

Δασκ. Είναι ισοδύναμα τα 2/4 με τα 6/10;

Μαθητής. Όχι! … Άρα, πρέπει να βγει έξω το 6/10!

Δασκ. Άρα, ποια λέτε ότι είναι η σωστή λύση; … Λοιπόν, τι λέτε; Το ¼ των 3/4$^{\omega\nu}$ ποιο μπορεί να είναι;

Μαθήτρια. Το ¼ κυρία!

Δασκ. Το ¼!...... (γράφει) .. Δεν μπορούμε να τα πάρουμε όλα σωστά! … Είναι ισοδύναμα αυτά τα τρία; …….. Για να το δούμε κι εδώ (σχεδιάζει τον χάρακα) ……. Ποια είναι τα ¾; Ποιος θα τα σκιάσει;…..

Μαθητές. Τα ¾;

Δασκ. Ναι! (η μαθήτρια σηκώνεται στον πίνακα) …… (σκιάζει) … Και τι παίρνουμε από αυτό;

Μαθήτρια. Το ¼!

Δασκ. Ωραία! .. Μπορείς να μου δείξεις ποιο είναι αυτό;

Μαθήτρια. (δείχνει το μέρος που δεν είναι σκιασμένο)……

Δασκ. …… Πρόσεξε τι λέει!

Μαθήτρια. Το ¼ από τα ¾……… Αυτό είναι! (και δείχνει ένα από τα σκιασμένα) …

Δασκ. Πολύ ωραία!

Μαθητές……. (αδύνατη) ….

Μαθήτρια. Λέει, από το ¾ το 1/3! Δηλαδή, ένα από τα σκιασμένα!

Δασκ. Και τι σχέση έχει αυτό με το όλο; … Έλα! .. Τι σχέση έχει αυτό με το όλο; Ποιο είναι το σωστό; ….

Μαθήτρια. …. Το ¼!

Δασκ. Μπράβο!! … Γράψτο …. Δίπλα……..

Δασκ. Τελικά, …..ευχαριστώ (στη μαθήτρια) .. ποιος θα απαντήσει τι ισχύει και τι δεν ισχύει;; ... Από αυτά ….(δείχνει) .. τι δεν ισχύει; ….Τα 2/4 δεν ισχύει, λέτε;

Μαθητές. Ισχύει, ισχύει..!!

Δασκ. Ισχύει ή δεν ίσχύει;;!!

Μαθητής. Δεν ισχύει!

Δασκ. (το διαγράφει) .. Το 6/10 ισχύει ή δεν ισχύει;

Μαθ. Όχι!

Δασκ. Τα 3/5;; …(και τα διαγράφει) … Μπορούμε να το γράψουμε και με άλλη μορφή το ¼;

Μαθ. 2/8!

Δασκ. 2/8, λέει ο συμμαθητής σας!

Μαθήτρια. Και 3/12!

Δασκ. Και 3/12! (γράφει ταυτόχρονα) …. Είναι και αυτά μέρη του όλου;

Μαθ. 6/24!!

Δασκ. Ωραία! Και πάει λέγοντας!.. Μπορείτε να δείτε κάποια σχέση που έχουν αυτά τα κλάσματα με τα αρχικά κι αυτό που προκύπτει; ….. Με αυτό που προκύπτει……. Μπορείτε να μου πείτε κάποια σχέση που υπάρχει μεταξύ των κλασμάτων αυτών; ….. Τι σημαίνει το ½ του 1/4^{ου}; .. Τι σημαίνει; .. Τι θα κάνετε για να το υπολογίσετε;; ..Το ½ του 1/4^{ου}, τι θα κάνετε για το βρείτε; ….. Τι λέτε, ήταν αποτελεσματική η πρόσθεση που ξεκινήσατε; ……. Είχε αποτέλεσμα;

Μαθήτρια. Εγώ, κυρία, στην αρχή ξεκίνησα μια χαρά με τους χάρακες και μετά μπερδεύτηκα ! ……. (αδύνατη ακρόαση) …………

Δασκ. ……….Ωραία! ……. Το 3/12; … Τι θέλεις να πεις;

Μαθήτρια. Στην αρχή…….(αδύνατη)

Δασκ. … Δε μου λες; .. (πάει στον πίνακα)..Στην αρχή 3/12 είχες βρει;;

Μαθήτρια. Και το άλλαξες;;

Δασκ. Γιατί;; Και υπήρχε λόγος να αλλάξει;… Όχι, όχι!! Γιατί το έκανες 3/12;

Μαθήτρια. Γιατί έτσι προέκυψε! ….ένα επί τρία και τρία επί τέσσερα…….

Δασκ. Α, μπράβο!! Λέει η συμμαθήτριά σας, 1x3 και 3x4 και βγαίνει 3/12! … Έπρεπε να το σβήσει το 3/12 παιδιά; .. Ισχύει το 3/12;… Τι σχέση έχουν τα δύο κλάσματα, παιδιά; … Τι σχέση έχει το ¼ και τα 3/12 παιδιά;;!!

Μαθητές. Είναι ισοδύναμα!

Δασκ. Ισοδύναμα!... Εσύ το βρήκες, λοιπόν, πώς;;… Πολλαπλασιάζοντας…

Μαθήτρια. Πολλαπλασιάζοντας τους παρανομαστές με τους παρονομαστές και τους αριθμητές με τους αριθμητές!

Δασκ. Έκανε λοιπόν η …. 1x3 και 3x4. …… Θυμάστε τι είπαμε ότι δηλώνει ο αριθμητής; Τι δηλώνει;

Μαθητές. Μέρος ….. Το μέρος που παίρνουμε!

Δασκ. Το μέρος που παίρνουμε! .. Δηλαδή, αν ζητάμε το 1/3 από τα ¾, ζητάμε να πάρουμε το ένα από τα τρία….(μαζί με τους μαθητές) …. Μία φορά από τρία.. Ένα από τα τρία… Να το γράφω! .. Ο παρονομαστής τι δηλώνει; Θυμάστε; …..

Μαθητές. Το σύνολο! .. Το όλο!...

Δασκ. Τα μέρη.. που …

Μαθητής. Που έχουμε χωρίσει το σύνολο!

Δασκ. Έτσι! Τα τμήματα του συνόλου!! … Δηλαδή, εδώ δείχνει ότι το αρχικό σύνολο το έχουμε χωρίσει σε πόσα;

Μαθητής. Σε τέσσερα!

Δασκ. Σε τέσσερα! Και εμείς πόσα θέλουμε από τα τέσσερα;

Μαθ. Τα τρία!..

Δασκ. Δηλαδή, τι τα κάνουμε τα τέταρτα πάλι; …. Τα…(και δείχνει τεμαχισμό)..

Μαθητής. Τα διαιρούμε!

Δασκ. …Τα διαιρούμε…. Τα πολλαπλασιάζουμε σε τέσσερα……. Τα μικραίνουμε σε τρία… τα διαιρούμε, αλλά ο αριθμός αυτός, το αποτέλεσμα, τα μεγαλώνει τα τμήματα; … Δηλαδή, το αρχικό σύνολο είναι τώρα τεμαχισμένο σε περισσότερα τμήματα;… Είναι τεμαχισμένο σε περισσότερα μέρη ή σε λιγότερα; … Κοιτάξτε τι βρήκατε εδώ…..

Μαθ. Ισοδύναμα!!...

Δασκ. …. Τι βρήκατε εδώ;! … Σε μικρότερα … Σίγουρα σε μικρότερα! Το κλάσμα που προκύπτει έχει μεγαλύτερη ή μικρότερη αξία συνήθως;

Μαθ. Μικρότερη!

Δασκ. Έτσι! Μικρότερη!! … Αλλά είναι και ….. Τα 3/12, να σας τα κάνω τώρα; ….. Τα οποία 3/12 μπορεί να είναι και 1…./4! …… (σχεδιάζει) …Αμέσως, αμέσως βλέπουμε, λοιπόν, ότι το 1/3 ……. των $3/4^{\omega\nu}$ ….. μπορεί πολλές φορές να τεμαχίσουμε και το αρχικό σύνολο σε περισσότερα μέρη…. Και προέκυψε φυσικά τα 3/12! ……… Θα ήθελα όμως να δούμε κι άλλη μια δραστηριότητα…… Αυτή από πίσω ……εεεε……. (κάτι δεν πάει καλά με τα φυλλάδια. Και μοιράζει κάποια καινούρια) ….

Μαθητής. Δεν έχουμε και πολλή ώρα!

Δασκ. Δεν έχουμε πολλή ώρα! Δεν πειράζει! Θα δούμε ό,τι μπορέσουμε..(33:58) ……..(οι μαθητές επεξεργάζονται τη δραστηριότητα και η δασκάλα ελέγχει. Μικροί διάλογοι και ψίθυροι) …… Έχει να κουρέψει;; ………. (37:03) …… τα 2/3….. Αυτή μην την υπολογίζεις ….. Όχι αυτά είναι … Από τα 2/3…έχει να κουρέψει ακόμη τα 2/3….. Αυτά έχει να κουρέψει….